

М.Н. Маркова, Е.П. Лапина

*Институт геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины,
г. Киев*

ВЫСШИЕ ПРОИЗВОДНЫЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ, ИХ ИССЛЕДОВАНИЕ И ВОЗМОЖНОСТИ ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАГНИТОМЕТРИИ

Предложен метод проведения качественного анализа исходных данных на основании использования некоторой совокупности производных высших степеней и аналитической аппроксимации потенциальных полей. Показано, что используемые функции производных магнитного поля позволяют во многих случаях значительно лучше локализовать возмущающие объекты, чем исходная функция магнитного поля. Изложены результаты исследований высших производных вертикальной составляющей вектора напряженности магнитного поля на теоретических и практическом примерах. При интерпретации потенциальных полей применение предложенного метода дает возможность находить экономически эффективный вариант решения в соответствии с поставленной задачей.

Ключевые слова: аналитическая аппроксимация, потенциальные поля, гармоническая функция, производные высших степеней, класс трехмерных материальных стержней, геологический объект, качественный анализ.

Введение. Изучение вопроса о целесообразности использования высших производных потенциала началось ещё в 1930-е годы. Эффективность их использования при решении большого круга прикладных задач признана многими исследователями [1, 2, 4, 7, 17, 19, 21, 25, 26 и др.]. Высшие производные не только использовались при интерпретации потенциальных полей, но и способствовали развитию некоторых новых направлений в геологическом истолковании наблюдаемых аномалий:

- 1) локализация особых точек потенциальных функций;
- 2) разделение сложных аномалий, вызванных породами, залегающими на разной глубине;
- 3) ослабление регионального влияния;
- 4) изучение фигуры Земли;
- 5) решение задач редукции гравитационных наблюдений и т. д.

О значении высших производных В.Н. Страхов писал [21] “Развитие метода высших производных в его обобщённой формулировке в наи-

большей степени будет способствовать созданию общих и эффективных методов интерпретации магнитных и гравитационных аномалий”. Этот прогноз вполне оправдал себя. В последующие годы интерес к высшим производным только возрастал. Это следует из большого количества работ, посвящённых использованию производных в различных отраслях научных исследований. Приведём некоторые из них. Для реализации метода автоматизированного подбора получены аналитические выражения производных составляющих магнитного поля для трёхмерных прямоугольных пластов [10, 25], при решении обратных задач гравиметрии и магнитометрии (для ускорения сходимости итерационного процесса) в аппроксимационных классах: Сретенского, Тихонова, контактных поверхностей, шаровых тел и т. д. [6], в методе F -аппроксимаций [9], при обработке и интерпретации результатов геофизических наблюдений [12, 13]. Основные свойства высших производных магнитного потенциала и их использования описаны в работе [20]. Метод высших производных используется в электроразведке [16], в методах фильтрации и трансформации потенциальных полей [24], при изучении токовых слоёв на границе магнитосферы Земли [15]. В экономико-географических исследованиях большое значение имеют математические методы, в том числе метод высших производных [3]. Они дают возможность экономить время при обработке статистических данных, находить экономически эффективный вариант решения в соответствии с поставленной задачей.

Полезность использования высших производных в разных направлениях научных исследований вряд ли может быть поставлена под сомнение. Ниже показано, что используемые функции производных позволяют во многих случаях значительно лучше локализовать объекты поисков, чем исходная функция.

Значения составляющих аномального магнитного поля зависят от места расположения пунктов наблюдения на поверхности Земли в определённый момент времени, от рельефа местности и от распределения магнитных возмущающих масс. Последний фактор является основным при интерпретации аномальных полей, так как распределение магнитных неоднородностей связано с геологическим строением земной коры. Известно, что магнитный эффект, наблюдаемый на поверхности Земли, является суммой эффектов ближайших к поверхности наблюдений намагниченных объектов и погрешностей наблюдений. При решении гео-

логических задач необходимы данные об аномальном поле, которое обусловлено определенным комплексом неоднородностей, связанных с изучаемым геологическим объектом. Действие всех других неоднородностей, а также погрешностей наблюдений, должно быть исключено или сведено к рациональному минимуму. Таким образом, интерпретатор должен принять гипотезу: если существует аномалия поля, то она вызвана только неоднородным геологическим строением.

При решении интерпретационных задач потенциальных полей исследователь использует исходное поле, заданное в дискретных точках, а с ним поступает как с непрерывной функцией. Этот процесс громоздкий и допускает грубые ошибки [22, 23]. Аналитическое представление исходного поля облегчает решения большого комплекса геологических задач. Это поле можно подвергать различным преобразованиям и трансформациям. Кроме того, аналитическое исходное поле может быть пересчитано в другие функции-трансформанты, которые предназначены для подчеркивания одних аномалий и сглаживания других. Выделению локальных аномалий способствуют вторые и высшие производные аномального магнитного поля. При этом вертикальные производные локализуют верхние кромки возмущающих объектов, горизонтальные – их боковые границы и контакты [11, 18].

В предлагаемой работе изложены материалы исследований высших производных магнитного поля на многочисленных теоретических и практическом примерах в классе трехмерных материальных стержней. Выбор этого модельного класса обоснован в работе [5].

Постановка задачи. В некоторой области D расположены однородно намагниченные массы. Вектор интенсивности намагничивания этих масс зависит от положения точки внутри тела и определен своими составляющими:

$$\mathbf{I}(\xi, \eta, \zeta) = I_x \mathbf{i} + I_y \mathbf{j} + I_z \mathbf{k}. \quad (1)$$

Эти массы создают аномальное магнитное поле. Известно, что во внешних точках потенциал магнитного поля записывается так:

$$U(x, y, z) = (\mathbf{I}, \text{grad}V) = I_x V_x + I_y V_y + I_z V_z, \quad (2)$$

где $V = \iiint_D \frac{d\tau}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{3/2}}$.

В этой формуле $d\tau = d\xi d\eta d\zeta$ – элемент объема намагниченного тела.

Полный вектор напряженности магнитного поля выражается в виде

$$\mathbf{T} = T_x \mathbf{i} + T_y \mathbf{j} + T_z \mathbf{k}.$$

Запишем составляющие вектора напряженности внешнего магнитного поля:

$$\begin{aligned} T_x = X &= \frac{\partial U}{\partial x} = (I_x V_{xx} + I_y V_{xy} + I_z V_{xz}), \\ T_y = Y &= \frac{\partial U}{\partial y} = (I_x V_{xy} + I_y V_{yy} + I_z V_{yz}), \\ T_z = Z &= \frac{\partial U}{\partial z} = (I_x V_{xz} + I_y V_{yz} + I_z V_{zz}). \end{aligned}$$

В интерпретационном процессе участвует скалярная функция – вертикальная составляющая вектора напряженности внешнего магнитного поля

$$Zn(i) = Tn_z(i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Функцию (3) представим полем некоторой совокупности трехмерных элементарных тел. Каждое тело состоит из трех пересекающихся взаимно перпендикулярных материальных стержней. Точка пересечения – центр симметрии тела. Каждый стержень вытянут по направлению координатной оси и намагничен вдоль своего простираня. Общая геологическая модель определена такой последовательностью параметров:

$$P = \left\{ m, (c_x, c_y, h) \right\}_j ; \left(2t_x, 2t_y, 2t_z \right)_j ; (I_x, I_y, I_z)_j \}, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

где m – количество элементарных тел; (c_x, c_y, h) – центры тяжести тел; $(2t_x, 2t_y, 2t_z)$ – длины стержней; (I_x, I_y, I_z) – составляющие вектора интенсивности намагничения стержневых масс.

Описанный подход позволяет получить аналитические выражения для вычисления теоретического поля – вертикальной составляющей вектора напряженности внешнего магнитного поля:

$$Zt(i, P), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (5)$$

Таким образом, построена геологическая модель, которая представляет собой совокупность трехмерных стержневых тел, описанных последовательностью параметров (4). Получено магнитное поле, которое вызвано построенной моделью. Поочередно рассмотрим поля, обусловленные каждым материальным стержнем.

Вертикальный стержень. Его длина $2t_z$. Вектор интенсивности намагничивания определен своими составляющими $(0, 0, I_z)$. Ко всем функциям, которые относятся к вертикальному стержню, допишем индекс 1. Запишем:

$$T_x 1 = I_z V_{1x}, \quad T_y 1 = I_z V_{1y}, \quad T_z 1 = I_z V_{1z}.$$

$$T_x 1 = -I_{\lambda z} \frac{c_x - x}{R_z^3} \Big|_{h-tz}^{h+tz}; \quad T_y 1 = -I_{\lambda z} \frac{c_y - y}{R_z^3} \Big|_{h-tz}^{h+tz};$$

$$T_z 1 = -I_{\lambda z} \frac{\zeta - z}{R_z^3} \Big|_{h-tz}^{h+tz}.$$
(6)

Здесь $I_{\lambda z}$ – линейное намагничение стержня, $I_{\lambda z} = I_z \Delta^2$: Δ^2 – площадь поперечного сечения стержня, $R_z = [(c_x - x)^2 + (c_y - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{1/2}$.

Легко получить две другие функции.

Горизонтальный стержень расположен параллельно оси ординат. Его длина $2t_y$. Добавим индекс 2 к идентификаторам функций, которые связаны с этим стержнем. Вектор интенсивности намагничивания масс имеет составляющие $(0, I_y, 0)$. Аналогично с вертикальным стержнем можно записать

$$T_x 2 = -I_{\lambda y} \frac{c_x - x}{R_y^3} \Big|_{cy-ty}^{cy+ty}; \quad T_y 2 = -I_{\lambda y} \frac{\eta - y}{R_y^3} \Big|_{cy-ty}^{cy+ty};$$

$$T_z 2 = -I_{\lambda y} \frac{h - z}{R_y^3} \Big|_{cy-ty}^{cy+ty}.$$
(7)

Здесь $R_y = [(c_x - x)^2 + (\eta - y)^2 + (h - z)^2]^{1/2}$.

Горизонтальный стержень расположен параллельно оси абсцисс. Его длина $2t_x$. Добавим индекс 3 к идентификаторам функций, которые связаны с этим стержнем. Вектор интенсивности намагничивания масс имеет составляющие $(I_x, 0, 0)$. Теоретическое поле по аналогии можно записать в окончательном виде

$$\begin{aligned} T_x 3 &= -I_{\lambda x} \frac{\xi - x}{R_x^3} \Bigg|_{cx-tx}^{cx+tx} ; & T_y 3 &= -I_{\lambda x} \frac{c_y - y}{R_x^3} \Bigg|_{cx-tx}^{cx+tx} ; \\ T_z 3 &= -I_{\lambda x} \frac{h - z}{R_x^3} \Bigg|_{cx-tx}^{cx+tx} . \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $R_x = [(\xi - x)^2 + (c_y - y)^2 + (h - z)^2]^{1/2}$.

Теперь магнитное поле трёхстержневой модели примет вид

$$\left. \begin{aligned} T_x &= T_x 1 + T_x 2 + T_x 3 \\ T_y &= T_y 1 + T_y 2 + T_y 3 \\ T_z &= T_z 1 + T_z 2 + T_z 3 \end{aligned} \right\} . \quad (9)$$

Если геологическая модель состоит из m элементарных тел, которые описываются последовательностью параметров (4), и получены аналитические функции (9), то можно получить другие элементы магнитного поля:

модуль горизонтальной составляющей

$$|H| = [T_x^2 + T_y^2]^{1/2} ,$$

модуль вектора напряженности внешнего магнитного поля

$$|\mathbf{T}| = [H^2 + T_z^2]^{1/2} ,$$

а также высшие производные вертикальной составляющей магнитного поля. Последовательно находим производные по переменным x, y, z : $V_z, V_{zz}, V_{zzz}, V_{xyz} = V_{sz}, V_{zx}, V_{zxx}, V_{zy}, V_{zyy}$.

Изучение основных свойств высших производных магнитного поля на теоретических и практическом примерах.

Пример 1. Цель этого примера показать свойства аномалий высших производных вертикальной составляющей вектора напряженности

магнитного поля, обусловленных одним материальным стержнем и, таким образом, не подверженных влиянию других источников. Заданная модель описывается последовательностью параметров (4) и принимает численные значения:

$$c_x = 6; \quad c_y = 4; \quad h = 3; \quad t_x = t_y = t_z = 1;$$

$$l_x = l_y = 100; \quad l_z = 1000 .$$

На горизонтальной плоскости $Z = 0$ получены значения аномального поля для высших производных и их графические изображения. Изолинии аномалий производных по переменной V_x, V_{xx}, V_{xxx} на картах имеют вид окружностей, их приводить не будем, карты V_{xz}, V_{zy} имеют вид восьмерок, вытянутых вдоль осей Ox и Oy , поля V_{zxx}, V_{zyy} более сложные, симметричные. Поле аномалии V_{xyz} еще сложнее, тоже симметричное (рис. 1, а–в). Анализируя численные значения производных, можно сделать вывод, что аномалия V_{zzz} значительно лучше локализует заданный объект, чем

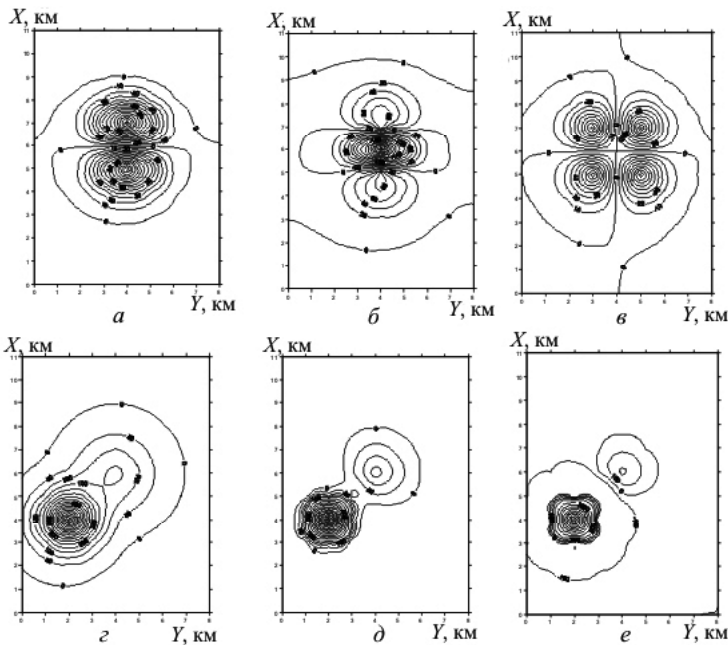


Рис. 1. Высшие производные исходного магнитного поля T_z (в нТл): а – производная V_x ; б – производная V_{xx} ; в – производная V_{zz} ; г – исходное магнитное поле от двух источников, представленное вертикальной составляющей вектора напряженности T_z ; д – производная V_x ; е – производная V_{zz}

все остальные поля, в том числе и исходная функция T_z : её интенсивность в точке максимума в 4 раза меньше значения функции V_{zzz} .

Напомним, что модельный объект расположен на глубине 3 км. Опустим его на глубину 4 км. Интенсивность полей изменилась. Значение аномального поля вертикальной составляющей T_z в центре тяжести ($c_x = 6$ км, $c_y = 4$ км) уменьшилось в 2,5 раза, поля V_z – почти в 4 раза, V_{zz} – в 6 раз, V_{zzz} – в 8 раз, т. е. чем выше степень производной, тем быстрее происходит затухание полей. Расположив объект на глубине 10 км, получаем очень незначительные значения аномалий высших производных.

Вывод. Производные быстрее затухают с глубиной по сравнению с исходным аномальным полем, причем, чем выше порядок производной, тем процесс затухания происходит быстрее; чем выше степень затухания аномалии, тем меньше должно передаваться ее влияние в область действия других соседних объектов, поэтому на картах производных места расположения неглубоко залегающих отдельных объектов в плане четко локализируются; влияние глубокозалегающих, даже крупных источников, мало отражается на значениях производных высших порядков.

Пример 2. Геологическая модель состоит из двух материальных стержней. Они расположены на глубинах 2 и 3 км, относительно осей Ox и Oy отстоят друг от друга на расстоянии 2 км. Этот пример определяет несколько свойств производных: горизонтальную разрешающую способность; влияние региональных масс на поля производных; влияние геологических источников, залегающих на разной глубине, но расположенных друг под другом.

Горизонтальная разрешающая способность производных. На горизонтальной плоскости $Z = 0$ вычислены аномальные поля производных магнитного поля: $V_z, V_{zz}, V_{zzz}, V_{xyz} = V_{yz}, V_{zx}, V_{zxx}, V_{zy}, V_{zyy}$. Анализируя их графические представления (рис. 1), можно уверенно утверждать, что они обусловлены двумя возмущающими источниками, а также точно определить геометрические центры для первого тела ($c_x = 4$ км, $c_y = 2$ км), и второго тела – ($c_x = 6$ км, $c_y = 4$ км). На рис. 1, z -е представлены поля T_z, V_z, V_{zz} , которые достаточно ярко отражают ситуацию, как и остальные поля. Напомним, что первое тело расположено на глубине 2 км. В геометрическом центре этого объекта значение вертикальной составляющей T_z в 26 раз слабее значения функции V_{zzz} . Второе тело расположено на глубине 3 км, его вертикальная составляющая T_z в геометрическом центре этого объекта в 4 раза меньше значения третьей

производной V_{zzz} , что точно соответствует первому примеру, т. е. влияние объектов друг на друга не проявляется. Сместим центры тяжести тел на 0,5 км. В аномальных полях производных оба источника проявлены достаточно четко, кроме вертикальной составляющей T_z . Данный факт свидетельствует о том, что производные обладают свойством разделения полей в большей степени, чем исходное поле.

В этом примере расстояние между источниками составило 1,5 км, уменьшим его еще на 0,5 км. Ситуация изменилась. В поле T_z второй объект не проявляется (рис. 2, а), изолинии производных несимметричны (рис. 2, б), но на картах V_{xx} и V_{yy} проявляется еще один возмущающий объект. Если значение параметра c_x у обоих объектов будет одинаково: $c_{x1} = c_{x2} = 4$ км, а параметры c_y разные, то в аномальных полях производных хорошо проявятся оба источника.

Вывод. На графическом представлении аномалий производных места расположения неглубоко залегающих отдельных объектов в плане локализуется четко, это объясняет высокую горизонтальную разделяющую способность производных, тогда как влияние глубокозалегающих объектов мало сказывается на значениях производных высших степеней. Если по оси Ox или Oy координаты объектов принимают разные значения, то они четко проявляются в аномальных полях высших производных.

Исследование влияния региональных масс на аномальные поля производных. Выбранная геологическая модель состоит из двух возмущающих объектов. На рис. 1, з показано аномальное магнитное поле, обусловленное выбранной моделью. Усложним геологическую модель еще одним объектом. Пусть его геометрический центр описывается параметрами: $c_x = -5$ км; $c_y = 1$ км; $h = 2$ км. После решения задачи, резульативные карты полей практически совпадают с картами, приведенными на рис. 1, з-е. При сравнении численных значений аномальных полей отмечается небольшое влияние дополнительного тела. Разница между полями вертикальной составляющей магнитного поля T_z исчисляется единицами первого порядка, а численные значения полей производных почти одинаковые. Место расположения дополнительного объекта выбрано на расстоянии 9 км от основной модели, глубина – на уровне первого тела модели. Далее расположим третий объект более глубоко: $h = 4$ км. В этой ситуации влияние дополнительного объекта на аномальные поля не ощущается. Усложним фиксированную геологическую мо-

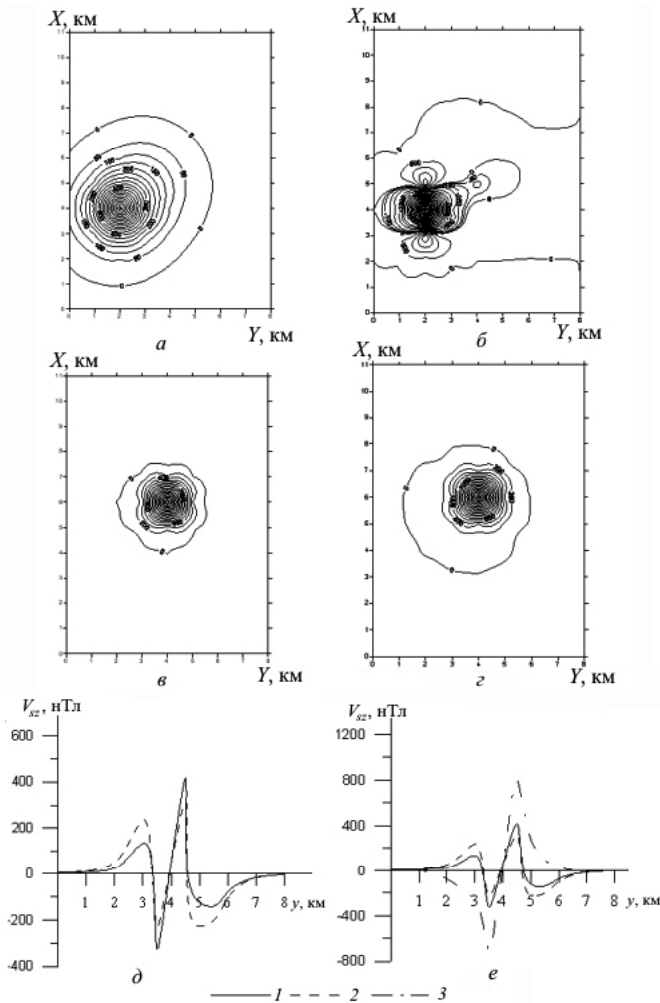


Рис. 2. Исходное магнитное поле и высшие производные (в нТл): а – магнитное поле, представленное вертикальной составляющей вектора напряженности T_z ; б – производная V_{sz} ; в – наблюдаемое магнитное поле T_z от одного возмущающего объекта; г – наблюдаемое магнитное поле T_z от двух возмущающих объектов; д, е – производные V_{sz} на профиле $x = 7$ км: 1 – для двух тел; 2 – для одного тела; 3 – для двух тел при $I_{z1} = 1000$ нТл, $I_{z2} = 5000$ нТл

дель, добавив еще один объект. По оси Ox первое дополнительное тело поместим на отметке $c_x 1 = -15$ км, а второе $-c_x 2 = 25$ км. Оба тела расположим на глубине $h = 3$ км. Анализируя результаты решения задачи, отметим, что влияние дополнительных тел ощущается слабо только в аномальном поле вертикальной составляющей T_z , в аномальных полях производных влияние практически отсутствует. Такое же влияние наблюдается и при увеличении значения интенсивности намагничения дополнительных тел: $I_z 3 = I_z 4 = 5000$ нТл. Кроме того, если расположить эти тела на глубине $h 3 = h 4 = 1,5$ км, то получим практически те же результаты.

Вывод. Поскольку влияние глубокозалегающих объектов мало отражается на численных значениях производных, расположение региональных тел на горизонтальной плоскости не имеет значения. Если региональные тела расположены на горизонтальной плоскости на расстоянии в 5 раз больше от занимаемой площади основной моделью, то ни глубина их расположения, ни величина вектора интенсивности намагничения не имеют значения. В аномальных полях производных они не проявляются.

Исследование влияние геологических источников, расположенных на разной глубине. Выбираем модель, состоящую из двух тел: первое находится на глубине $h 1 = 1,5$ км, второе – на глубине $h 2 = 3$ км. Тела расположим друг под другом. Вычислим аномальные поля от первого тела (см. рис. 2, в) и от двух тел (рис. 2, г) и проанализируем их. Аномалия T_z на рис. 2, г по простиранию больше, чем эта же аномалия на рис. 2, в. Таким образом, второе тело влияет на асимптоты аномальных кривых. Этот факт проявляется в профильном варианте решения задачи. Другие функции производных мало отличаются друг от друга. На картах аномалий V_{sz} выберем профиль $x = 7$ км и представим графическое изображение на рис. 2, д. Поведение аномалий другое, это хорошо проявляется при сопоставлении графиков. В выбранной модели оба источника имеют одинаковую величину интенсивности намагничения: $I_z = 1000$ нТл. Предположим, что второе тело обладает большей интенсивностью намагничения: $I_z = 5000$ нТл. Результаты вычислений приведены на рис. 2, е. Профиль выбран тот же: $x = 7$ км. В этом случае четко проявляется второе тело.

Вывод. С помощью высших производных можно получить полезную информацию о структуре модели и в случае расположенных друг под другом возмущающих тел.

Практический пример. По данным профильной геофизической съемки [8, 14, 27] установлено, что интенсивность магнитного поля в пределах Южно-Фрунзовской аномалии достигает 6000 нТл при мощности вскрыши более 650 м. По геофизическим данным на площади Южно-Фрунзовской аномалии предполагается наличие трех разобщенных мощных магнитоактивных крутопадающих объектов меридионального простирания. На этой площади была пробурена глубокая скважина у с. Плоское. Здесь в базальтовом горизонте палеозойских конгломератов скважиной вскрыты гальки магнитосодержащих кварц-силикатных сланцев с хлоритом, стильпномеланом, сидеритом, вероятно, метаморфизованных в эпидот-амфиболитовой и зеленосланцевой фациях. Железистый состав груботерригенной толщи связан с наличием в конгломератах галек железистых кварцитов, а также магнетита и гематита в цементе конгломератов, метагравелитах и метапесчаниках.

Аномальное магнитное поле Фрунзовской зоны обусловлено развитием толщ железистых кварцитов, имеющих значительные протяженность и мощность. Глубина погружения толщ, согласно геофизическим данным, превышает 3 км.

Исходное аномальное поле исследуемого участка размерностью 25×8 км представлено вертикальной составляющей вектора напряженности магнитного поля (рис. 3, а). В аномальном поле зафиксировано $n = 234$ точки на уровне $Z = 0$. Для выбора начальной модели необходимы следующие методические приемы: моделирование по частям сложных объектов; многовариантное решение одной и той же задачи с различными начальными приближениями, модель задавалась с меньшим и большим числом элементарных тел, которые располагались как более глубоко, так и ближе к поверхности; при разных режимах работы программы; при разных вариантах закрепления начальных параметров модели. В конечном итоге для решения трехмерной обратной задачи была построена модель начального приближения, состоящая из 39 стержневых тел. В результате решения получена модель, которая наиболее точно позволяет описать исходное поле аналитическим выражением. Максимальное отклонение между полями равно $\Delta_{\max} = 464,84$ нТл, среднее отклонение между полями – $\Delta_{\text{ср}} = 115,32$ нТл, что составляет 1,5 %. Получены приблизительные оценки геометрических центров магнитоактивных объектов. На рис. 3, б показаны подобранное теоретическое поле и расположение геометрических центров намагниченных тел подобранной модели в плоскости xOy .

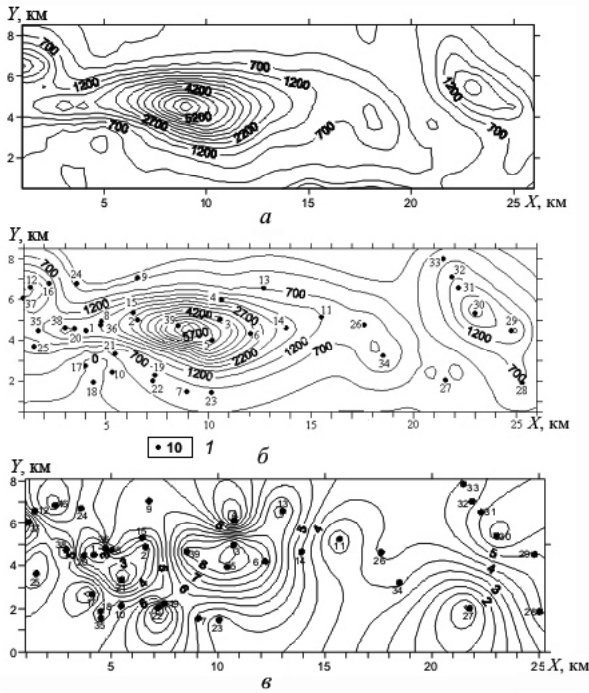


Рис. 3. Участок района исследований: *a* – исходное магнитное поле, представленное вертикальной составляющей вектора напряженности магнитного поля T_z , нТл; *б* – теоретическое поле, представленное вертикальной составляющей, полученное в результате решения обратной задачи, нТл; *1* – положение геометрических центров тел подобранной модели в плоскости xOy ; *в* – карта-схема изогипс с расположением геометрических центров намагниченных объектов

Используем данные подобранной модели для построения карты изогипс (рис. 3, *в*). На карте чётко прослеживаются три магнитоактивных блока, они отражены и на карте аномального поля (рис. 3, *а*).

Напомним, что модель состоит из 39 геологических тел. Вычислим функции производных и проанализируем полученные результаты. Карты аномалий показаны на рис. 4. Поле первой производной по переменной z (рис. 4, *а*) по конфигурации согласуется с полем T_z , но отмечаются его затухание и начальный процесс локализации аномальных источников. На карте второй производной V_{zz} (рис. 4, *б*) прослеживаются более четкое разделение полей и более интенсивное его затухание.

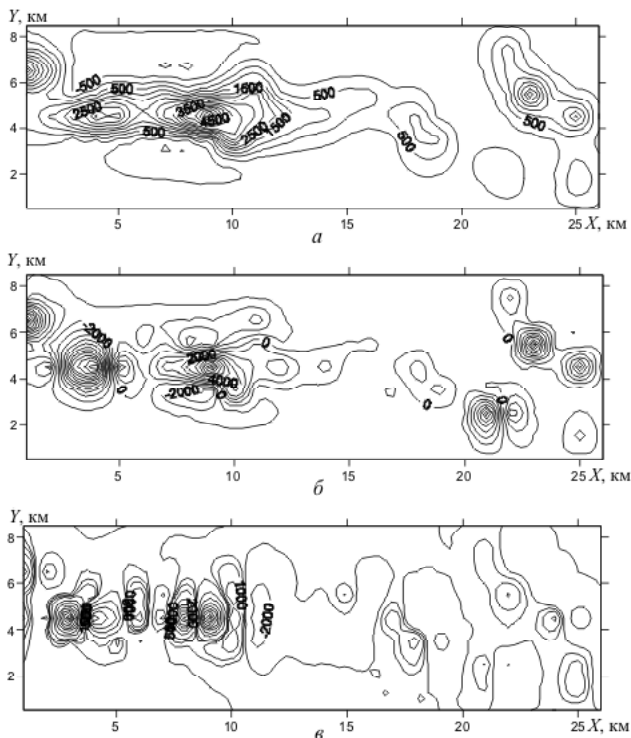


Рис. 4. Высшие производные исходного магнитного поля T_z (нТл): а – первая производная V_z ; б – вторая производная V_{zz} ; в – производная V_{z_x}

По структуре геологическое строение района Южно-Фрунзовской аномалии достаточно сложное. Как отмечено выше, это слоистая среда различных магнитосодержащих пород. Данный факт подтверждается полем V_{zx} (рис. 4, в), что еще ярче наблюдается на профильных графиках производных, где четко проявляются магнитоактивные пластообразные объекты, особенно в левой части исследуемой области.

Расположим геологическую модель глубже на 2 км. На всех картах производных проявляются два блока, которые, вероятно, расположены неглубоко и обладают более мощной интенсивностью магнитного поля. Третий правый блок менее интенсивен, расположен более глубоко, его мощность меньше мощности двух других блоков.

Вывод. Анализ приведенных результатов показал следующее. Можно с уверенностью утверждать, что подобранная геологическая модель адекват-

ватна набувдённому магнитному полю. Выделены три блока, два из которых обладают высокой магнитной активностью и более мощные по глубине. Первый блок расположен ближе к земной поверхности, верхняя кромка находится на глубине около 1,8 км, нижняя – на глубине 4,3 км, максимальное значение интенсивности намагничения равно 7000 нТл. Второй блок находится ниже первого блока, верхняя кромка находится на глубине около 2,35 км, нижняя – на глубине 6,35 км, максимальное значение интенсивности намагничения равно 7000 нТл. Третий блок – верхняя грань расположена на глубине около 2,5 км, нижняя – на глубине 4,1 км, максимальное значение интенсивности намагничения равно 3500 нТл.

Заклучение. Изучением основных свойств высших производных магнитного поля завершается цикл работ по исследованию применения аппроксимационного класса трехмерных материальных стержней для решения задач разведочной геофизики. С точки зрения практического использования выбранного аппроксимационного класса отметим следующее:

- 1) процесс параметризации начальной модели достаточно простой (координаты геометрического центра объекта легко определяются по исходному полю, остальные параметры, описывающие модель подбираются в результате решения обратной задачи);
- 2) если точность решения не удовлетворяет исследователя, легко выполнить корректировку начальной модели по остаточному полю;
- 3) аналитическая аппроксимация исходного поля дает возможность значительно ослабить идеализацию, которая обычно допускается (двумерные задачи, плоская земная поверхность, поле задано в дискретных точках и т. д.)
- 4) аналитические гармонические функции наблюдаемых полей позволяют проводить различные преобразования и трансформации, вычислять высшие производные, значение которых, как подтверждают исследования, трудно переоценить.

1. *Алексидзе М.А.* Редукция силы тяжести. – Тбилиси: Мецниереба, 1965. – 255 с.
2. *Андреев Б.А.* Геологическое истолкование гравитационных аномалий / Андреев Б.А., Клушин И.Г. – Л.: Недра, 1965. – 496 с.
3. *Архипов Ю.Р.* Математические методы в географии / Архипов Ю.Р., Блажко Н.И., Григорьев С.В. и др. – Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 1976. – 352 с.
4. *Балабушевич И.А.* Высшие производные потенциала силы тяжести и возможности их использования в геологической гравиметрии. – Киев: Изд-во АН УССР, 1963. – 268 с.

5. *Булах Е.Г.* К вопросу о построении аналитической модели внешнего магнитного поля / Е.Г. Булах, Е.П. Лапина // *Геофиз. журн.* – 2008. – Т. 30, № 2. – С. 42–50.
6. *Булах Е.Г.* Прямые и обратные задачи гравиметрии и магнитометрии. – Киев: Наук. думка, 2010. – 462 с.
7. *Весселов К.Е.* Применение второй вертикальной производной потенциала силы тяжести при геологическом истолковании гравиметрической съемки // *Прикл. геофизика.* – 1954. – № 11. – С. 152–162.
8. *Железисто-кремнистые породы Фрунзовских магнитных аномалий Украинского щита* / Л.С. Галецкий, Н.Е. Деренюк, Д.И. Богач, М.А. Ярошук, Ю.С. Лебедев, А.В. Вайло // *Геол. журн.* – 1985. – Т. 45, № 5. – С. 1–12.
9. *Керимов И.А.* Метод F-аппроксимаций при решении задач гравиметрии и магнитометрии. Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. – М., 2004. – 53 с.
10. *Логвинов В.Е.* Методика интерпретации магнитных аномалий на ЭВМ методом подбора. Автореф. дис. ... канд. геол.-минерал. наук. – Киев, 1970. – 20 с.
11. *Магниторазведка: Справочник геофизика* / Под ред. В.И. Никитского, Ю.С. Глебовского. – 2-е изд. – М.: Недра, 1990. – 470 с.
12. *Маловичко А.К.* Основной курс гравиразведки. – Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 1960. – Ч. 1. – 322 с.; 1962. – Ч. 2. – 278 с.
13. *Маловичко А.К.* Использование высших производных при обработке и интерпретации результатов геофизических наблюдений / Маловичко А.К., Тарунина О.Л. – М.: Недра, 1981. – 186 с.
14. *Маркова М.Н.* Практический опыт использования программного обеспечения, реализующего алгоритм аппроксимации потенциальных полей аналитической функцией, и решение обратных задач / М.Н. Маркова, Е.П. Лапина // *Геоинформатика.* – 2012. – № 2 (42). – С. 30–37.
15. *Панов Е.В.* Изучение токовых слоёв на границе магнитосферы Земли по данным четырёх спутников КЛАСТЕР. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. – М., 2007. – 111 с.
16. *Сапужак Я.С.* Высшие производные электрического потенциала в геофизической разведке. – Киев: Наук. думка, 1967. – 154 с.
17. *Серкеров С.А.* Теория гравитационного и магнитного потенциалов. – М.: Недра, 1990. – 304 с.
18. *Серкеров С.А.* Гравиразведка и магниторазведка. – М.: Недра, 1999. – 437 с.
19. *Старостенко В.И.* Определение вертикальных производных потенциала притяжения по результатам наблюдений с горизонтальным гравитационным градиентометром. – Киев: Наук. думка, 1970. – 100 с.
20. *Степанов В.П.* Разломная тектоника кристаллического фундамента восточной части Волжско-Камской антеклизы и её взаимоотношение со структурой осадочных толщ. По данным геолого-геофизических методов. Дис. ... д-ра геол.-минерал. наук. – Казань, 2002. – 487 с.
21. *Страхов В.Н.* О путях построения математической теории интерпретации магнитных и гравитационных аномалий // *Прикл. геофизика.* – 1962. – Вып. 35. – С. 95–128.
22. *Страхов В.Н.* Геофизика и математика. Методологические основы математической геофизики // *Геофизика.* – 2000. – № 1. – С. 3–18.
23. *Страхов В.Н.* Интерпретационные процессы в гравиметрии и магнитометрии – это реализация единого аппроксимационного подхода. Основные идеи и конструктивные принципы // *Физика Земли.* – 2001. – № 10. – С. 3–18.

24. *Ткебучава В.В.* Методы фильтрации и трансформации потенциальных полей. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Тбилиси, 1984. – 210 с.
25. *Тяпкин К.Ф.* Интерпретация гравитационных аномалий, обусловленных пластовыми структурами, путем использования третьих производных гравитационного потенциала. – Киев: Науч.-техн. горн. об-во, 1957. – 36 с.
26. *Тяпкин К.Ф.* Краткий обзор современных методов ослабления регионального фона гравитационного и магнитного полей / Тяпкин К.Ф., Голиздра Г.Я. – М.: ОНТИ ВИМС, 1963. – 51с.
27. *Ярошук М.А.* Генетические особенности пород железисто-кремнистой формации Фрунзовской зоны Украинского щита / М.А. Ярошук, А.В. Вайло, Л.Т. Савченко // Геол. журн. – 1989. – Т. 49, № 3. – С. 105–113.

Вищі похідні магнітного поля, їх дослідження та можливості практичного використання для вирішення задач магнітометрії М.М. Маркова, О.П. Лапіна

Запропоновано метод проведення якісного аналізу вихідних даних на основі використання деякої сукупності похідних вищого степеня та аналітичної апроксимації потенціальних полів. Показано, що використані функції похідних магнітного поля дають змогу в багатьох випадках значно краще локалізувати збурні об'єкти, ніж вихідна функція магнітного поля. Викладено результати досліджень вищих похідних вертикальної складової вектора напруженості магнітного поля на теоретичних і практичному прикладах. Під час інтерпретації потенціальних полів застосування запропонованого методу дає можливість знаходити економічно ефективний варіант розв'язку відповідно до поставленої задачі.

Ключові слова: аналітична апроксимація, потенціальні поля, гармонічна функція, похідні вищих степенів, клас тривимірних матеріальних стержнів, геологічний об'єкт, якісний аналіз.

The highest derivative of the magnetic field, their study and the possibility of practical use for solution of problems of magnetometry M.N. Markova, E.P. Lapina

The method of conducting qualitative analysis of initial data on the basis of use of a certain number of derivatives of higher degrees and analytical approximation of potential fields. In the paper it is shown, that the derivatives of functions of the magnetic field make it possible in many cases much better localize the disturbing objects than the observed function of the magnetic field. The results of research of the higher derivatives of the vertical component of the vector of magnetic field intensity on the theoretical and practical examples. The materials of the work will help in the interpretation of potential fields to find cost-effective variant of the decision in accordance with the task.

Keywords: analytical approximation, the potential of the field, harmonic function, derivatives of the highest degree, a class of three-dimensional material rods, geological object, a qualitative analysis.