

DOI: 10.37863/umzh.v72i7.6166



**ВІТАЛІЙ ПАВЛОВИЧ МОТОРНИЙ**  
(до 80-річчя від дня народження)

28 липня 2020 року математична спільнота відзначає 80-річний ювілей видатного вченого в області теорії функцій, доктора фізико-математичних наук, професора, члена-кореспондента НАН України Віталія Павловича Моторного.

Народився Віталій Павлович у м. Мелітополі Запорізької області в сім'ї військовослужбовця.

У 1958 році, відпрацювавши рік слюсарем на Дніпропетровському паровозобудівному заводі, вступив до Дніпропетровського державного університету на фізичне відділення фізико-математичного факультету. По закінченню університету в 1963 році отримав диплом з відзнакою за спеціальністю „Математика”.

У 1966 році В. П. Моторний завершив навчання в аспірантурі, а в 1967 році захистив кандидатську дисертацію на тему „Наближення функцій алгебраїчними многочленами в просторі  $L_p$ ”.

Ще під час навчання в аспірантурі він розпочав свою викладацьку діяльність у стінах Дніпропетровського державного університету, куди молодого вченого запросив на посаду асистента завідувач кафедри теорії функцій Микола Павлович Корнейчук. Тут, в об'єднаному

любов'ю до математики колективі кафедри теорії функцій, Віталій Павлович працював спочатку асистентом, потім старшим викладачем і доцентом і, зрештою, в 1974 році очолив цей колектив. Посаду завідувача кафедри теорії функцій він обіймав з 1974 по 2010 рік, а з 2010 року працює на посаді професора кафедри математичного аналізу і теорії функцій. У 1977–1980 роках він був деканом механіко-математичного факультету Дніпропетровського державного університету, а в 2007–2014 роках за сумісництвом очолював лабораторію „Оптимізація наближення поліномами і сплайнами” в Інституті прикладної математики і механіки НАН України (м. Донецьк), брав активну участь не лише у науковому і педагогічному, але й у громадському житті.

У 1975 році В. П. Моторний успішно захистив докторську дисертацію на тему „Екстремальні задачі теорії квадратур та наближення функцій” у Математичному інституті ім. В. А. Стеклова АН СРСР, а у 1977 році йому було присвоєно вчене звання професора.

Свого часу академік С. М. Нікольський, у спогадах про свою наукову і освітню діяльність у м. Дніпропетровську, відзначив В. П. Моторного як „визначного представника в області теорії наближення”. Підтвердженням такої оцінки є науковий доробок Віталія Павловича, що складає понад 150 наукових праць, у тому числі 2 монографії, а одержані ним фундаментальні результати принесли йому міжнародне визнання і мають істотний вплив на розвиток математичних досліджень у всьому світі. Серед учнів В. П. Моторного 13 кандидатів фізико-математичних наук, двоє захистили докторські дисертації.

У 1991 році В. П. Моторному було присвоєно почесне звання „Заслужений діяч науки і техніки УРСР”, а у 1994 році його наукові здобутки відзначено Державною премією України в галузі науки і техніки. У 2000 році він був обраний членом-кореспондентом НАН України по відділенню „Математика”, а в 2010 році став лауреатом премії ім. М. О. Лаврентьєва НАН України.

Неодноразово Віталій Павлович гідно представляв вітчизняну науку на різних математичних форумах — міжнародних конгресах і конференціях, читав лекції у міжнародному математичному центрі ім. Стефана Банаха (м. Варшава), на спеціалізованому семестрі з теорії наближення у м. Хайфі та різних математичних школах. Упродовж багатьох років він очолював спеціалізовану вчену раду із захисту кандидатських дисертацій при Дніпропетровському університеті, був членом спеціалізованої вченої ради із захисту докторських дисертацій при Інституті прикладної математики і механіки НАН України. Понад три десятиліття був відповідальним редактором збірників наукових праць з математики Дніпропетровського університету, нині він відповідальний редактор журналу „Researches in Mathematics”. Водночас керує авторитетним у середовищі фахівців міжвузівським науково-дослідним семінаром з теорії функцій.

Віталій Павлович користується неабиякою повагою та авторитетом серед колег, викладачів та науковців своєї alma mater. За внесок у розвиток механіко-математичного факультету та математичної освіти в університеті удостоєний звання „Заслужений професор університету”, визнаний кращим лектором Дніпропетровського університету, нагороджений знаком Міністерства освіти СРСР „За відмінні успіхи в роботі”. Свого часу Віталій Павлович був головою секції Всесоюзного конкурсу на кращу студентську наукову роботу, очолював журі республіканського туру олімпіади „Студент і науково-технічний прогрес”. Він постійно працював зі школярами та вчителями області, за що нагороджувався знаком „Відмінник народної освіти”,

граматами Міністерства освіти. Упродовж багатьох років незмінно очолював журі обласних олімпіад юних математиків та викладав у Дніпропетровському обласному інституті післядипломної педагогічної освіти.

З 8 по 11 жовтня 2015 року у м. Дніпропетровську проходила Міжнародна наукова конференція „Теорія наближення і її застосування” з нагоди 75-річчя В. П. Моторного, у якій взяли участь більше сотні вчених із України та зарубіжжя.

У своїй науковій творчості Віталій Павлович завжди націлений на розв’язання важких проблем принципового значення. Найголовніші математичні задачі, над розв’язанням яких він працював і продовжує працювати, лежать у площині таких напрямків: 1) найкращі наближення за допомогою алгебраїчних многочленів класів функцій, визначених на відрізку; 2) збіжність рядів Фур’є за многочленами Якобі в просторах  $L_p$ ; 3) найкращі квадратурні формули; 4) екстремальні властивості сплайн-функцій і поперечники; 5) наближення в середньому періодичних функцій тригонометричними поліномами.

З першої половини минулого століття увага спеціалістів у галузі теорії наближень була прикута до однієї з найбільш важливих проблем — конструктивної характеристики класів функцій. У роботах Д. Джексона, С. Н. Бернштейна, А. Зигмунда було закладено фундамент для конструктивної характеристики класів  $W^r H^\alpha$  періодичних функцій. Шлях до конструктивного опису в термінах прямих та обернених теорем класів неперіодичних функцій започатковано роботою С. М. Нікольського (1946 р.) про поточкове наближення функцій  $f \in W_\infty^1([-1, 1])$  за допомогою алгебраїчних многочленів із урахуванням положення точки на відрізку. У роботах О. П. Тімана і В. К. Дзядика було розв’язано задачу про конструктивну характеристику класів Гельдера  $H^{r+\alpha}$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ , неперервних функцій із простору  $C([-1, 1])$ . Було встановлено, що функція  $f$  належить до класу  $H^{r+\alpha}$  тоді і тільки тоді, коли існує така послідовність алгебраїчних многочленів  $P_n$ , що наближає кожну функцію  $f$  у просторі  $C([-1, 1])$  за порядком не більшим ніж  $n^{-(r+\alpha)}$  і водночас забезпечує поточкове покращення наближення біля кінців відрізка.

Під впливом цих робіт виникла гіпотеза про те, що аналогічний факт має місце і у просторах  $L_p([-1, 1])$  у конструктивній характеристиці класів Гельдера  $H_p^{r+\alpha}$ . У роботі В. П. Моторного, опублікованій у 1967 році в журналі „Доповіді АН СРСР”, було доведено, що для довільної функції  $f \in H_p^{r+\alpha}$  існує послідовність алгебраїчних многочленів  $P_n$ , яка наближає функцію  $f$  у просторі  $L_p([-1, 1])$  за порядком, що не перевищує  $n^{-(r+\alpha)} \ln^{\frac{1}{p}} n$ , з одночасним покращенням наближення біля кінців відрізка  $[-1, 1]$ , причому множник  $\ln^{\frac{1}{p}} n$  у цій оцінці на всьому класі  $H_p^{r+\alpha}$  є істотним. Це є значимий результат, однак він не дає відповіді на питання щодо конструктивної характеристики класів  $H_p^{r+\alpha}$ . Проте у випадку  $r = 0$  В. П. Моторний знайшов новий метод наближення і в його термінах дав конструктивну характеристику класів  $H_p^\omega$ .

Ці результати згодом знайшли застосування у дослідженнях, пов’язаних із питаннями збіжності рядів Фур’є–Лежандра у метриці просторів інтегровних функцій. Дослідження В. П. Моторного стосуються умов збіжності цих рядів у просторах  $L_p$  у випадках, коли константи Лебега необмежені ( $1 \leq p \leq 4/3$ ,  $4 \leq p < \infty$ ). Ним досліджено, зокрема, як швидкість зростання констант Лебега відображається на якості збіжності ряду залежно від диференціально-різницевої властивості функції. Показано, що для функцій із просторів  $L_p$  при  $1 < p \leq 4/3$ , які наділені досить „хорошими” диференціально-різницевими властивостями,

їхнє наближення за допомогою сум Фур'є – Лежандра не поступається за порядком найкращому наближенню.

З початку 90-х років минулого століття Віталій Павлович одержав низку фундаментальних результатів зі встановлення асимптотично точних оцінок найкращих наближень на відріжку  $[-1, 1]$  класів гладких функцій алгебраїчними поліномами з урахуванням положення точки на відріжку. Основний результат його досліджень у цьому напрямку – асимптотично точні оцінки зверху для поточкових на інтервалі  $(-1, 1)$  відхилень алгебраїчних многочленів фіксованого степеня від функцій із класів  $W^r H^\omega$ , а також із класів  $\check{W}_\infty^r$  – вагових сингулярних інтегралів зі щільностями, що належать до відомих класів гладких функцій  $W_\infty^r$ ,  $r > 0$ .

У 1995 році В. П. Моторний разом з О. В. Моторною встановили асимптотично точні оцінки величин  $E_n(W_p^r)_1$  – найкращих наближень алгебраїчними многочленами класів  $W_p^r$  у просторі  $L_1([-1, 1])$ , сумовних на відріжку  $[-1, 1]$  функцій, для довільного натурального  $r$  і  $p \in (1, \infty]$ . Аналогічний результат одержаний ними і для класів  $W^r H^\alpha$ . Зазначимо, що у випадку  $p = 1$  такого ж типу результат був відомий і належить С. М. Нікольському, а у випадку  $p = \infty$  – О. В. Моторній. Згодом у низці робіт, опублікованих В. П. Моторним у співавторстві з О. В. Моторною та П. К. Нітією, задачу про асимптотичну поведінку величин  $E_n(W_1^r)_1$  було розв'язано для всіх  $r > 0$ .

Низку наукових праць В. П. Моторного присвячено найкращим одностороннім наближенням алгебраїчними многочленами. Зокрема, у спільній із А. М. Паськом роботі (2004 р.) одержано асимптотично точну оцінку величин  $E_n^\pm(W_1^r)_1$  для довільного натурального  $r$  (і, як наслідок, відповідні оцінки похибки квадратурних формул Гаусса для цих класів). Пізніше, у 2011 році, ними ж аналогічну задачу розв'язано і у випадку найкращих несиметричних наближень певних класів функцій. До цього ж напрямку примикають проведені разом з О. В. Моторною дослідження Віталія Павловича щодо знаходження асимптотично точних оцінок найкращих односторонніх наближень у середньому зрізаних степенів за допомогою алгебраїчних многочленів. Ці результати знайшли застосування у теоремах порівняння типу Колмогорова – Хермандера для деяких несиметричних класів функцій.

Не залишилася поза увагою Віталія Павловича і тематика наближення періодичних функцій. Зокрема, ним у великій повноті проведено дослідження з питань, пов'язаних із наближенням за допомогою тригонометричних поліномів класів  $W_\alpha^r H_X^\omega$  згортки функцій  $\varphi \in H_X^\omega$  з узагальненим ядром Бернуллі  $\sum_{k=1}^{\infty} k^{-r} \cos\left(kt + \frac{\pi\alpha}{2}\right)$ ,  $r > 0$ ,  $\alpha \in \mathbf{R}$ . Ключовою у цих дослідженнях стала доведена ним нерівність (узагальнення відомого співвідношення С. М. Нікольського)  $\mathcal{E}_n(W_\alpha^r H_L^\omega; \lambda)_L \leq \mathcal{E}_n(W_\alpha^r H_C^\omega; \lambda)_C$  для так званих  $\lambda$ -методів підсумовування рядів Фур'є.

Ще одним напрямком досліджень В. П. Моторного, де ним досягнуто значимих результатів, є квадратурні формули на класах періодичних функцій. У 1973 році він розв'язав задачу А. М. Колмогорова (цей результат посів центральне місце у його докторській дисертації) про найкращу квадратурну формулу вигляду  $\sum_{k=1}^n \rho_k f(x_k)$  на класах  $2\pi$ -періодичних функцій, таких як  $W_C^r$ ,  $r > 3$ ,  $W^r H^\omega$ , де  $\omega$  – опуклий догори модуль неперервності,  $r$  – непарне, і  $W_L^r$ ,  $r = 4, 6, \dots$ . Вирішальним фактором, що сприяв розв'язанню цієї задачі, було доведення В. П. Моторним існування  $\omega$ -сплайна, що дорівнює нулю у точках заданої системи. При

цьому суттєву роль у дослідженнях відіграло залучення топологічних методів. Крім того, ним запропоновано новий метод доведення однієї із ключових нерівностей у теорії  $\Sigma$ -перестановок Корнейчука, який дозволив за допомогою апарату цієї теорії оцінювати знизу необхідні числові характеристики ідеальних  $\omega$ -сплайнів.

Створені В. П. Моторним методи у теорії квадратур та отримані результати застосовуються при розв'язанні інших важливих задач теорії наближень, зокрема задач про поперечники функціональних класів та задач оптимального відновлення функцій і функціоналів. Основними результатами Віталія Павловича тут є такі: у співавторстві з В. І. Рубаном знайдено точні значення колмогоровських поперечників  $d_{2n-1}(W^r H^\omega, L)$ , де  $\omega$  — опуклий догори модуль неперервності, і встановлено оцінку знизу поперечників Гельфанда  $d^{2n-1}(W^r H^\omega, L)$ ; у 1987 році разом з А. О. Кушем розв'язано задачу про найкращу квадратурну формулу вигляду  $\sum_{k=1}^n \rho_k f(x_k)$  для функцій  $f \in W^2 H^\omega$ , де  $\omega$  — опуклий догори модуль неперервності; у 1998 році знайдено найкращу інтервальну квадратурну формулу для функцій із класів  $W_C^r$ ,  $r \geq 2$ .

Свій 80-річний ювілей Віталій Павлович зустрічає сповненим творчих сил і продовжує працювати на ниві науки та математичної освіти. Побажаємо ж йому найміцнішого здоров'я та нових звершень.

*А. М. Самойленко, В. Ф. Бабенко, С. Б. Вакарчук, В. Л. Великін,  
О. В. Давидов, В. О. Кофанов, Н. В. Парфінович, А. М. Пасько,  
А. С. Романюк, В. С. Романюк, А. С. Сердюк,  
Р. М. Тригуб, І. О. Шевчук, О. О. Шумейко*