ОТРИМАННЯ МОДЕЛЬНОГО ГАМІЛЬТОНІАНА ГРАНИЦІ “КОРОТКИХ ЧАСОВИХ ІНТЕРВАЛІВ”

А.С. СІЖУК,[1] С.М. ЄЖОВ[2]

[1]**Фізичний департамент, Техас A&M Університет**
(Станція Коледж, Техас 77843, США; e-mail: cannabiss@mail.univ.kiev.ua)

[2]**Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, фізичний факультет**
(Просп. Академіка Глушкова, 4, Київ 01601)

УДК 533.9

Досліджено гамільтоніан, який описує нерелятивістську систему N частинок (атомів чи молекул), що взаємодіють із квантованим електромагнітним полем. Показано, що канонічне перетворення такого гамільтоніана, яке залишає у початковий момент часу лише оператори поля, для достатньо коротких проміжків часу не генерує поля, що обернено пропорційне першому і другому ступеню відстаней між частинками, а також розкриває певні колективні ефекти, включаючи захоплення електромагнітного поля системою частинок.

1. Вступ

За декілька останніх десятиріч у рамках нерелятивістської квантової теорії поля було вивчено багато цікавих і нових явищ. Зокрема, “суперрадіусне” випромінювання, пастка електромагнітного поля, когерентне розширення спектральних ліній, підсилення пробного сигналу у сильно збудженому середовищі тощо. Розробка сучасної фемтосекундної імпульсної експериментальної техніки вимагає перегляду попередньо побудованих наближень (див., наприклад, [1]), які основані на тому припущенні, що часовий масштаб еволюції системи мусить бути набагато більшим за час проходження світлового променя через дану атомну (молекулярну) систему.

У данній роботі ми розглядаємо квантоване електромагнітне поле, що взаємодіє з системою N атомів чи молекул (далі для скорочення просто атомів), що рухаються довільним чином. Методи та результати, які наведено у цій роботі, значно відрізняються від отриманих раніше іншими дослідниками. Зокрема, замість побудови еволюційних рівнянь для деякої комбінації операторів народження та знищення атомів у представленні Гайзенберга, аналізуємо гамільтоніан для таких систем, та після його канонічного перетворення, яке усуває залежність операторів народження та знищення електромагнітного поля від часу, знаходимо межі застосування такого перетвореного гамільтоніана. (Аналіз процедури квантування та пов’язані з нею обмеження можуть бути знайдені у [2]). При цьому ми узагальнюємо формалізм таких робіт, як [1, 3, 4] до просторово виродженого випадку ненульових діагональних та недіагональних дипольних матричних елементів. Тут враховуються ненульові атомні чи молекулярні диполі в основному та збудженому станах, всі бінарні комбінації атомних операторів (включаючи такі як $\sigma_i^+\sigma_j^+$ та $\sigma_i\sigma_j$ при $i \neq j$), та короткі проміжки часу еволюції атомних (молекулярних) операторів, які за порядком порівняні із періодом резонансної електромагнітної хвилі (в оптичному регіоні це може досягнути декількох фемтосекунд). Для порівняння, робота [3] описує еволюцію двох диполь-диполь взаємодіючих атомів у вакуумі з тільки одним збудженим атомом і полем в основному стані у початковий момент часу; робота [5] описує два дворівневі атоми незалежно взаємодіючих з локальними термальним чи “стисненим” резервуарами, у даному випадку беручи до уваги можливість одночасного початкового збудження, але нехтуючи диполь-диполь взаємодією. Роботи [6, 7] наслідують наближення, зроблені в [1, 4], просто додаючи до моделі, що розглядається додатковий стан, відповідаючий одночасно збудженим двом атомам, що відрізняється принципово від нашого опису.

Отриманий нами модельний гамільтоніан дає можливість будувати у безпосередній манері мікроскопічні кінетичні рівняння для розподілу матричних елементів системи (що буде продемонстровано у іншій статті). Альтернативний, на нашу думку, більш громіздкий шлях, що залучає метод функцій Гріна, як в [8–12], взагалі-то, не дозволяє досягнути більш природного і простішого для інтерпретації формулювання кінетичних рівнянь у термінах розподілу матричних елементів, описуючих розподіл ймовірності станів системи.

У цій роботі явно враховується взаємодія частинок із середовищем за рахунок квантованого електромагнітного поля, і показано, що отриманий гамільтоніан, який містить лише польові оператори у початковий момент часу, не матиме полів, обернено пропорційних першому і другому ступеню відстаней між частинками, і може описувати колективні ефекти включаючи пастку електромагнітного поля.

2. Модель

Розглянемо газову систему N атомів чи молекул, які взаємодіють із квантованим багатомодовим електромагнітним полем. Будемо враховувати переходи між рівнем b (що відповідає основному стану) та a (що відповідає збудженому стану) і нехтувати впливом поступального руху частинок на поглинання та випромінювання квантів поля та існуванням зовнішнього джерела поля (розташованого достатньо далеко за межами системи) протягом деякого характерного часу. У даній задачі цей час відповідає періоду резонансної електромагнітної хвилі. Тоді, у дипольному наближенні динаміку N-атомних внутрішніх станів разом із станом електромагнітного поля можна описати за допомогою такого гамільтоніана (аналіз дипольного наближення може бути знайдений в [13, 14]) з використанням вторинного квантування для електромагнітного поля:

$$\hat{\mathrm{H}} = \hbar\omega_a \sum_{i=1}^{N} \sigma_i^+ \sigma_i + \hbar\omega_b \sum_{i=1}^{N} \sigma_i \sigma_i^+ +$$

$$+\frac{1}{2}\int d\mathbf{r}\left(\varepsilon_0 |\mathcal{E}(\mathbf{r})|^2 + \mu_0 |\mathcal{H}(\mathbf{r})|^2\right) -$$

$$-\sum_{i=1}^{N}\left(\wp_{ab}^i \sigma_i^+ + \wp_{ba}^i \sigma_i + \wp_{bb}^i \sigma_i \sigma_i^+ + \wp_{aa}^i \sigma_i^+ \sigma_i\right)\mathcal{E}(\mathbf{r}_i). \quad (1)$$

Тут $\sigma_i^+ = |a\rangle\langle b|_i$ і $\sigma_i = |b\rangle\langle a|_i$ – оператори народження та знищення збудженого стану для частинки з номером i; a – позначає збуджений стан, b – основний стан атома; $\mathbf{r}_i$ – радіус-вектор i-го атома. Діагональні $\wp_{aa}^i$, $\wp_{bb}^i$ та недіагональні $\wp_{ba}^i$ дипольні матричні елементи визначаються звичайним чином: $\wp_{a(b)a(b)}^i = \langle a(b)|\hat{\mu}|a(b)\rangle_i$, де $\hat{\mu}$ – дипольний оператор для частинки.

Переходячи до картини Гайзенберга, оператори напруженостей електричного і магнітного полів $\mathcal{E}(t,\mathbf{r})$ і $\mathcal{H}(t,\mathbf{r})$ можуть бути записані у такому вигляді, використовуючи терміни монохроматичних поперечних плоских хвиль:

$$\mathcal{E}(t,\mathbf{r}) = \sum_q \hat{e}_q \mathcal{E}_q e^{i\mathbf{k}_q\mathbf{r}} a_q(t) + \text{h.c.}, \quad (2)$$

$$\mathcal{H}(t,\mathbf{r}) = \frac{1}{\mu_0}\sum_q \frac{1}{\omega_q}\left[\mathbf{k}_q \times \hat{e}_q\right]\mathcal{E}_q e^{i\mathbf{k}_q\mathbf{r}} a_q(t) + \text{h.c.} \quad (3)$$

Тут $\hat{e}_q$ – одиничний вектор поляризації плоскої хвилі з хвильовим вектором $\mathbf{k}_q$ для q-ї моди;

$$\mathcal{E}_q = \left(\frac{\hbar\omega_q}{2\varepsilon_0 V}\right)^{1/2}, \quad (4)$$

де V – об'єм системи.

Надалі для скорочення використаємо позначення $a_q(t) \equiv a_q$ і $a_q^+(t) \equiv a_q^+$ для операторів знищення та народження q-ї моди. Вони задовольняють бозевські комутаційні співвідношення $[a_q(t), a_{q'}^+(t)] = \delta_{qq'}$.

Нехтуючи енергією нульових коливань з урахуванням виразів (2) та (3) гамільтоніан можна представити у вигляді

$$\hat{\mathrm{H}} = \hbar\omega_a \sum_{i=1}^{N} \sigma_i^+ \sigma_i + \hbar\omega_b \sum_{i=1}^{N} \sigma_i \sigma_i^+ + \hbar\sum_q \omega_q a_q^+ a_q -$$

$$-\sum_{i=1}^{N}\sum_q \mathcal{E}_q\left(\mathbf{s}_i^d + \mathbf{s}_i^o\right)\hat{e}_q\left(e^{i\mathbf{k}_q\mathbf{r}_i} a_q + e^{-i\mathbf{k}_q\mathbf{r}_i} a_q^+\right), \quad (5)$$

де

$$\mathbf{s}_i^d = \wp_{bb}^i \sigma_i \sigma_i^+ + \wp_{aa}^i \sigma_i^+ \sigma_i \quad (6)$$

та

$$\mathbf{s}_i^o = \wp_{ab}^i \sigma_i^+ + \wp_{ba}^i \sigma_i. \quad (7)$$

Використаємо еволюційні рівняння для операторів поля a_q та a_q^+:

$$\frac{d}{dt}a_q = \frac{i}{\hbar}[\hat{\mathrm{H}},\, a_q] = -i\omega_q a_q + \frac{i}{\hbar}\sum_j \mathcal{E}_q \left(\mathbf{s}_j^d + \mathbf{s}_j^o\right) \hat{e}_q e^{-i\mathbf{k}_q\mathbf{r}_j} \tag{8}$$

і отримаємо такий вираз, який по суті має форму канонічного перетворення як наслідок попереднього канонічного рівняння руху:

$$a_q\left(t\right) = a_q\left(0\right) e^{-i\omega_q t} + \frac{i}{\hbar}\sum_j \mathcal{E}_q e^{-i\mathbf{k}_q\mathbf{r}_j}\hat{e}_q \times$$

$$\times \int\limits_0^t dt'(\mathbf{s}_j^d\left(t'\right) + \mathbf{s}_j^o(t'))\, e^{-i\omega_q(t-t')}. \tag{9}$$

Підставимо (9) у вираз для гамільтоніана (5) і отримаємо

$$\hat{\mathrm{H}}{=}\hbar\omega_a \sum_{i=1}^N \sigma_i^+\sigma_i {+} \hbar\omega_b \sum_{i=1}^N \sigma_i\sigma_i^+ {+} \hbar\sum_q \omega_q a_q^+ a_q -$$

$$-\sum_{i=1}^N\sum_q \mathcal{E}_q\,\hat{e}_q\left[\mathbf{s}_i^d{+}\mathbf{s}_i^o\right] \times$$

$$\times \left(e^{-i(\omega_q t-\mathbf{k}_q\mathbf{r}_i)} a_q\left(0\right) + e^{i(\omega_q t-\mathbf{k}_q\mathbf{r}_i)} a_q^+\left(0\right)\right) -$$

$$-\frac{i}{\hbar}\sum_{i=1}^N\sum_{j=1}^N\sum_q \left(\mathcal{E}_q\right)^2 \hat{e}_q\left[\mathbf{s}_i^d(t)+\mathbf{s}_i^o(t)\right]\left\{e^{i\mathbf{k}_q(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)}\hat{e}_q \times\right.$$

$$\times\int\limits_0^t dt^{'}\left[\mathbf{s}_j^d(t^{'})+\mathbf{s}_j^o(t^{'})\right] e^{-i\omega_q\left(t-t^{'}\right)} -$$

$$\left.-e^{-i\mathbf{k}_q(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)}\hat{e}_q\int\limits_0^t dt^{'}\left[\mathbf{s}_j^d(t^{'})+\mathbf{s}_j^o(t^{'})\right] e^{i\omega_q\left(t-t^{'}\right)}\right\}. \tag{10}$$

У граничному випадку неперервної зміни мод ($V \to \infty$) підсумовування по електромагнітних модах q може бути замінено на інтегрування:

$$\frac{1}{V}\sum_q\left\{\hat{e}_q\left[\mathbf{s}_i^d(t)+\mathbf{s}_i^o(t)\right]\right\}\left\{\hat{e}_q\left[\mathbf{s}_j^d(t')+\mathbf{s}_j^o(t')\right]\right\} =$$

$$= \frac{1}{V}\sum_{\mathbf{k}}\left[(\mathbf{s}_i^d(t)+\mathbf{s}_i^o(t))(\mathbf{s}_j^d(t')+\mathbf{s}_j^o(t')) -\right.$$

$$\left.-\left\{\hat{\mathbf{k}}(\mathbf{s}_i^d(t)+\mathbf{s}_i^o(t))\right\}\left\{\hat{\mathbf{k}}(\mathbf{s}_j^d(t^{'})+\mathbf{s}_j^o(t^{'}))\right\}\right] \to$$

$$\to \lim_{\omega_M\to\infty}\left(\frac{1}{2\pi\, c}\right)^3 \int\limits_0^{\omega_M}\omega^2 d\,\omega \int d\,\hat{\mathbf{k}} \times$$

$$\times \sum_{\alpha,\alpha',\beta,\beta'}\left\{\left|\wp_{\alpha\,\alpha'}^i\right|\left|\wp_{\beta\,\beta'}^j\right|\left[\left(\hat{\wp}_{\alpha\,\alpha'}^i\hat{\wp}_{\beta\,\beta'}^j\right) -\right.\right.$$

$$\left.\left.-\left(\hat{\wp}_{\alpha\,\alpha'}^i\hat{\mathbf{k}}\right)\left(\hat{\wp}_{\beta\,\beta'}^j\hat{\mathbf{k}}\right)\right]|\alpha\rangle\langle\alpha'|_i(t)|\beta\rangle\langle\beta'|_j(t')\right\}, \tag{11}$$

де α, $\alpha^{'}$, β, $\beta^{'}$ означають a (збуджений) чи b (основний) стани; одиничний вектор $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}_q/k_q$ паралельний напрямку поширення q-ї моди і $d\,\hat{\mathbf{k}}$ позначає елемент просторового кута. Кожна q-та мода включає дві ортогональні поляризаційні площини, описані за допомогою двох одиничних векторів $\hat{e}_1 \perp \hat{e}_2 \perp \hat{\mathbf{k}}$. Максимальна частота ω_M є досить великою (у фізичному сенсі), але припускається бути в межах дипольного наближення для електромагнітної взаємодії поля з атомом. Отже, вираз (11) у випадку $V \to \infty$ отримує такий вигляд:

$$\hat{\mathrm{H}}{=}\hbar\omega_a \sum_{i=1}^N \sigma_i^+\sigma_i {+} \hbar\omega_b \sum_{i=1}^N \sigma_i\sigma_i^+ {+} \hbar\sum_q \omega_q a_q^+ a_q -$$

$$-\sum_{i=1}^N\sum_q \mathcal{E}_q\,\hat{e}_q\left[\mathbf{s}_i^d{+}\mathbf{s}_i^o\right] \times$$

$$\times \left(e^{-i(\omega_q t-\mathbf{k}_q\mathbf{r}_i)} a_q\left(0\right) + e^{i(\omega_q t-\mathbf{k}_q\mathbf{r}_i)} a_q^+\left(0\right)\right) -$$

$$-\frac{i}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2\pi\, c}\right)^3\sum_{i=1}^N\sum_{j=1}^N \lim_{\omega_M\to\infty}\int\limits_0^t dt'\int\limits_0^{\omega_M}\omega^3 d\,\omega\int d\hat{\mathbf{k}} \times$$

$$\times\left\{e^{i\mathbf{k}_q(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)}\sum_{\alpha,\alpha',\beta,\beta'}\left\{\left|\wp_{\alpha\,\alpha'}^i\right|\left|\wp_{\beta\,\beta'}^j\right|\left[\left(\hat{\wp}_{\alpha\,\alpha'}^i\hat{\wp}_{\beta\,\beta'}^j\right) -\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.-\left(\hat{\wp}_{\alpha\,\alpha'}^i\hat{\mathbf{k}}\right)\left(\hat{\wp}_{\beta\,\beta'}^j\hat{\mathbf{k}}\right)\right]|\alpha\rangle\langle\alpha'|_i\left(t\right)|\beta\rangle\langle\beta'|_j\left(t'\right)\right\} \times$$

$$\times e^{-i\omega_q\left(t-t'\right)} - e^{-i\mathbf{k}_q(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)} \times$$

$$\times \sum_{\alpha,\alpha',\beta,\beta'} \left\{ \left|\wp^i_{\alpha\,\alpha'}\right| \left|\wp^j_{\beta\,\beta'}\right| \left[\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'} \hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right) - \right.\right.$$

$$\left.\left. -\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\hat{\mathbf{k}}\right)\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\hat{\mathbf{k}}\right)\right] |\alpha\rangle\langle\alpha'|_i\,(t)\,|\beta\rangle\langle\beta'|_j\,(t')\right\} e^{i\omega_q\left(t-t'\right)}\Bigg\}. \tag{12}$$

Розглянемо інтеграл по просторовому куту для якогось одного члена під знаком суми по індексах α, α', β, β'. Для спрощення обчислень координатну систему визначимо трьома ортогональними векторами: $\hat{\mathbf{e}}_z$ – паралельний вектору $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$, $\hat{\mathbf{e}}_x$ та $\hat{\mathbf{e}}_y$ – одиничні вектори, які визначають напрямок дипольних матричних елементів. В цьому базисі можна записати $\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'} = \left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_\parallel + \left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_\perp$, де $\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_\parallel$ – компонента, що є паралельною вектору $\mathbf{r}_{ij}$ (чи осі OZ) та $\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_\perp$ – компонента, що лежить у перпендикулярній площині. Без втрати загальності можна припустити, що $\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_\perp \hat{\mathbf{e}}_y = 0$ (тільки x компонента зберігається для $\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}$, що не справджується для $\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}$). Тоді $\hat{\mathbf{k}} = \cos\varphi\sin\theta\ \hat{\mathbf{e}}_x + \sin\varphi\sin\theta\ \hat{\mathbf{e}}_y + \cos\theta\ \hat{\mathbf{e}}_z$ і отримуємо

$$\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\hat{\mathbf{k}}\right)\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\hat{\mathbf{k}}\right) = \left[\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\hat{\mathbf{e}}_x\right)\cos^2\varphi + \right.$$

$$\left. + \left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\hat{\mathbf{e}}_y\right)\sin\varphi\cos\varphi\right]\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\hat{\mathbf{e}}_x\right)\sin^2\theta +$$

$$+ \left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\hat{\mathbf{e}}_x\right)\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\hat{\mathbf{e}}_z\right)\cos\varphi\sin\theta\cos\theta +$$

$$+ \left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\hat{\mathbf{e}}_z\right)\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\hat{\mathbf{e}}_z\right)\cos^2\theta + \left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\hat{\mathbf{e}}_z\right)\times$$

$$\times\left[\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\hat{\mathbf{e}}_x\right)\cos\varphi + \left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\hat{\mathbf{e}}_y\right)\sin\varphi\right]\cos\theta\sin\theta. \tag{13}$$

У результаті маємо

$$\int d\,\hat{k}\,e^{i\mathbf{k}_q\mathbf{r}_{ij}}\left[\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right) - \left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\hat{\mathbf{k}}\right)\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\hat{\mathbf{k}}\right)\right] =$$

$$= \pi\int d\,\theta\sin\theta\Big\{2\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\,\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right) - \left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_\perp\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right)_\perp +$$

$$+\Big[\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_\perp\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right)_\perp -$$

$$-2\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_\parallel\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right)_\parallel\Big]\cos^2\theta\Big\}e^{i\,k_q\,r_{ij}\,\cos\theta} =$$

$$= 4\pi\left\{\left[\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right) - \left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_\parallel\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right)_\parallel\right]\frac{\sin\left(k_q\,r_{ij}\right)}{k_q\,r_{ij}} + \right.$$

$$+\left[\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right) - 3\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_\parallel\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right)_\parallel\right]\times$$

$$\left.\times\left(\frac{\cos\left(k_q\,r_{ij}\right)}{\left(k_q\,r_{ij}\right)^2} - \frac{\sin\left(k_q\,r_{ij}\right)}{\left(k_q\,r_{ij}\right)^3}\right)\right\}. \tag{14}$$

Підставимо інтеграл (14) у вираз для гамільтоніана (12) з $k_q = \frac{\omega}{c}$ і проінтегруємо по частоті. Для цього будуть використані такі вирази, що знаходяться у Додатку:

$$I_0\left(\frac{r_{ij}}{c}, t-t'\right) = \int\limits_0^{\omega_M} d\,\omega\,\sin\left(\frac{r_{ij}}{c}\omega\right)e^{-i\omega\left(t-t'\right)} \to$$

$$\to -\frac{i\pi}{2}\left\{\delta\left(t'-\left(t-\frac{r_{ij}}{c}\right)\right) - \delta\left(t'-\left(t+\frac{r_{ij}}{c}\right)\right)\right\}; \tag{15}$$

$$I_1\left(\frac{r_{ij}}{c}, t-t'\right) = \int\limits_0^{\omega_M} d\,\omega\,\omega\cos\left(\frac{r_{ij}}{c}\omega\right)e^{-i\omega\left(t-t'\right)} \to 0; \tag{16}$$

$$I_2\left(\frac{r_{ij}}{c}, t-t'\right) = \int\limits_0^{\omega_M} d\,\omega\,\omega^2\sin\left(\frac{r_{ij}}{c}\omega\right)e^{-i\omega\left(t-t'\right)} \to$$

$$\to \frac{i\pi}{2}\left\{\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\delta\left(t'-\left(t-\frac{r_{ij}}{c}\right)\right) - \frac{\partial^2}{\partial t'^2}\delta\left(t'-\left(t+\frac{r_{ij}}{c}\right)\right)\right\}. \tag{17}$$

Враховуючи те, що $I_0\,(0, t-t') = I_1\,(0, t-t') = I_2\,(0, t-t') = 0$ для $r_{ij} = 0$, гамільтоніан набуває вигляду

$$\hat{\mathrm{H}} = \hbar\omega_a\sum_{i=1}^N \sigma_i^+\,(t)\,\sigma_i\,(t) +$$

$$+\hbar\omega_b\sum_{i=1}^N \sigma_i\,(t)\,\sigma_i^+\,(t) + \hbar\sum_q \omega_q a_q^+\,(t)\,a_q\,(t) -$$

$$-\sum_{i=1}^{N}\sum_{q}\mathcal{E}_q\,\hat{e}_q\left[\mathbf{s}_i^d(t)+\mathbf{s}_i^o(t)\right]\times$$

$$\times\left(e^{-i(\omega_q t-\mathbf{k}_q\cdot\mathbf{r}_i)}a_q(0)+e^{i(\omega_q t-\mathbf{k}_q\cdot\mathbf{r}_i)}a_q^+(0)\right)+$$

$$+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i,\,j;\,i\neq j}^{N,\,N}\frac{1}{|\mathbf{r_i}(t)-\mathbf{r_j}\left(t-\frac{r_{ij}}{c}\right)|^3}\times$$

$$\times\sum_{\alpha,\alpha',\beta,\beta'}\left|\wp^i_{\alpha\,\alpha'}\right|\left|\wp^j_{\beta\,\beta'}\right|\left[\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}(t)\cdot\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\left(t-\frac{r_{ij}}{c}\right)\right)-\right.$$

$$\left.-3\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_{\parallel}(t)\cdot\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right)_{\parallel}\left(t-\frac{r_{ij}}{c}\right)\right]\times$$

$$\times|\alpha\rangle\langle\alpha'|_i(t)\,|\beta\rangle\langle\beta'|_j\left(t-\frac{r_{ij}}{c}\right).\qquad(18)$$

Підставимо вираз (9) у (18) і отримаємо вираз для гамільтоніана, в який будуть входити оператори народження і знищення в момент часу $t_0=0$. Ця процедура приведе до таких змін: замість $\hbar\sum_q\omega_q a_q^+(t)\,a_q(t)$ буде $\hbar\sum_q\omega_q a_q^+(0)\,a_q(0)$, а також

$$i\sum_{i=1}^{N}\sum_{q}a_q^+(0)\,\omega_q\mathcal{E}_q\,e^{-i(\mathbf{k}_q\mathbf{r}_i)}\hat{e}_q\times$$

$$\times\int_0^t dt'\left[\mathbf{s}_i^d(t')+\mathbf{s}_i^o(t')\right]e^{i\omega_q t'}+H.\,c.=$$

$$=\sum_{i=1}^{N}\sum_{q}\mathcal{E}_q\,\hat{e}_q\left[\mathbf{s}_i^d(\bar{t})+\mathbf{s}_i^o(\bar{t})\right]\left\{a_q(0)\,e^{i(\mathbf{k}_q\mathbf{r}_i)}\times\right.$$

$$\left.\times\left[e^{-i\omega_q t}-1\right]+a_q^+(0)\,e^{-i(\mathbf{k}_q\mathbf{r}_i)}\left[e^{i\omega_q t}-1\right]\right\},\qquad(19)$$

де $\bar{t}\in[0,\,t]$ – середній час, що відповідає інтегруванню достатньо ”повільної” за часом функції у порівнянні з періодичною. В гамільтоніан входить також такий вираз:

$$\frac{1}{i}\frac{1}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2\pi\,c}\right)^3\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\int_0^t dt''\int_0^t dt'\times$$

$$\times\lim_{\omega_M\to\infty}\int_0^{\omega_M}\omega^3 d\omega\left\{\left(\frac{\partial}{\partial t'}\,e^{-i\omega\left(t''-t'\right)}\right)\int d\,\hat{k}\,e^{i\mathbf{k}_q(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)}\times\right.$$

$$\times\sum_{\alpha,\alpha',\beta,\beta'}\left|\wp^i_{\alpha\,\alpha'}\right|\left|\wp^j_{\beta\,\beta'}\right||\alpha\rangle\langle\alpha'|_i(t\prime)\,|\beta\rangle\langle\beta'|_j(t'')\times$$

$$\left.\times\left[\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right)-\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\hat{\mathbf{k}}\right)\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\hat{\mathbf{k}}\right)\right]\right\},\qquad(20)$$

який, за допомогою позначення

$$F(t',\,t'')=\sum_{i,\,j;\,i\neq j}^{N,\,N}\frac{1}{|\mathbf{r_i}(t')-\mathbf{r_j}(t'')|^3}\times$$

$$\times\sum_{\alpha,\alpha',\beta,\beta'}\left|\wp^i_{\alpha\,\alpha'}\right|\left|\wp^j_{\beta\,\beta'}\right|\left[\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}(t')\,\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}(t'')\right)-\right.$$

$$\left.-3\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_{\parallel}(t')\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right)_{\parallel}(t'')\right]|\alpha\rangle\langle\alpha'|_i(t')\,|\beta\rangle\langle\beta'|_j(t''),\qquad(21)$$

після інтегрування по просторовому куту та частоті для достатньо коротких інтервалів $[0,t]$ може бути представлений у формі:

$$\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^t dt''\int_0^t dt'\left\{\frac{\partial}{\partial t'}\left[\delta\left(t'-\left(t''-\frac{r_{ij}}{c}\right)\right)-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\delta\left(t'-\left(t''+\frac{r_{ij}}{c}\right)\right)\right]\right\}F(t',\,t'')=$$

$$=-\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^t dt''\left[\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t''}F\left(t''-\frac{r_{ij}}{c},\,t''\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t''}F\left(t''+\frac{r_{ij}}{c},\,t''\right)\right]=-\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{2}F\left(t-\frac{r_{ij}}{c},\,t\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}F\left(\frac{r_{ij}}{c},\,0\right)\right]\approx-\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}F\left(t-\frac{r_{ij}}{c},\,t\right);\qquad(22)$$

Тут було враховано, що похідні з дельта-функцій даватимуть ненульові інтеграли тільки на проміжках інтегрування $[0, t; 0, t]$, і отже, такі члени як $-F\left(-\frac{r_{ij}}{c}, 0\right)$ та $-F\left(t+\frac{r_{ij}}{c}, t\right)$ дадуть нульовий внесок. Також, щоб отримати повний диференціал під подвійним інтегралом було враховано симетричність квадратичної форми (21) для функції $F(t'', t'')$, і за подальшого інтегрування на площині в межах $[0, t; 0, t]$ можна використати співвідношення

$$\left(\frac{\partial}{\partial y}F(y, t'')\right)_{y=t''} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t''}F(t'', t''). \tag{23}$$

Отже, після підстановки (22) у гамільтоніан (18), і беручи до уваги, що член (19) знищує подібний вираз у гамільтоніані для достатньо коротких інтервалів часу $[0, t]$, отримуємо таке граничне значення для гамільтоніана (11):

$$\hat{\mathrm{H}} \approx \hbar\omega_a \sum_{i=1}^{N} \sigma_i^+(t)\,\sigma_i(t) + \hbar\omega_b \sum_{i=1}^{N} \sigma_i(t)\,\sigma_i^+(t) +$$

$$+\hbar\sum_q \omega_q a_q^+(0)\,a_q(0) - \sum_{i=1}^{N}\sum_q \mathcal{E}_q\,\hat{e}_q\left[\mathbf{s}_i^d(t) + \mathbf{s}_i^o(t)\right]\times$$

$$\times\left(e^{i\mathbf{k}_q\mathbf{r}_i}a_q(0) + e^{-i\mathbf{k}_q\mathbf{r}_i}a_q^+(0)\right) +$$

$$+\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i,\,j;\,i\neq j}^{N,\,N}\frac{1}{|\mathbf{r_i}(t) - \mathbf{r_j}(t)|^3}\times$$

$$\times\sum_{\alpha,\alpha',\beta,\beta'}\left|\wp^i_{\alpha\,\alpha'}\right|\left|\wp^j_{\beta\,\beta'}\right|\Big[\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}(t)\,\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}(t)\right) -$$

$$-3\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}\right)_{\parallel}(t)\left(\hat{\wp}^j_{\beta\,\beta'}\right)_{\parallel}(t)\Big]|\alpha\rangle\langle\alpha'|_i(t)\,|\beta\rangle\langle\beta'|_j(t). \tag{24}$$

Тут ми припустили, що оператор $F(t', t'')$ змінюється незначно на інтервалах $t', t'' \in [t_0, t = t_0 + \Delta t]$, коли $\Delta t > r_{ij}/c$ для будь-якої пари атомів (молекул) i та j:

$$\frac{\partial}{\partial t'}F(t', t'')\,\Delta t \ll F(t', t'') \tag{25}$$

В результаті, при підсумовуванні по індексах частинок i та j у гамільтоніані (24) будуть враховані тільки такі пари атомів (молекул), координати яких задовольняють умову $\Delta t\,c > r_{ij}$. Інші пари частинок із $\Delta t c < r_{ij}$ не будуть давати внеска у відповідності з отриманим виразом (15) для інтеграла $I_0\left(\frac{r_{ij}}{c}, t-t'\right)$.

3. Висновки

У цій роботі було отримано модельний гамільтоніан для системи N частинок, що взаємодіють з неперервним спектром квантового електромагнітного поля, і коли враховуються двофотонні переходи в атомних (молекулярних) парах з диполь-диполь взаємодією.

Отриманий гамільтоніан дозволяє моделювати диполь-диполь взаємодію між атомами чи молекулами, природно випливаючої з взаємодії частинок з квантовим електромагнітним полем, та будувати мікроскопічні кінетичні рівняння для розподілу матричних елементів системи.

Виведений гамільтоніан містить тільки оператори поля у початковий момент часу і атомні (молекулярні) оператори у картині Гайзенберга та не містить членів, обернено пропорційних першому та другому ступеню відстані між будь-якою парою частинок. Описана границя коротких часових масштабів для гамільтоніана має залежність обернено пропорційну кубу міжатомної (міжмолекулярної) дистанції і розкриває колективний характер певних випромінювальних ефектів, наприклад, таких як захоплення електромагнітного поля.

ДОДАТОК

Тут ми обчислимо введені інтеграли (15), (16) та (17):

$$I_0(\tau, t-t') = \int_0^{\omega_M} d\,\omega\,\sin(\tau\omega)\,e^{-i\omega(t-t')} =$$

$$= \frac{1}{2}\left\{-i\pi\frac{\sin[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{\pi(\tau-(t-t'))} + i\pi\frac{\sin[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{\pi(\tau+(t-t'))} + \right.$$

$$\left.+\frac{1-\cos[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{\tau-(t-t')} + \frac{1-\cos[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{\tau+(t-t')}\right\}; \tag{26}$$

$$I_1(\tau, t-t') = \int_0^{\omega_M} d\,\omega\,\omega\cos(\tau\omega)\,e^{-i\omega(t-t')} =$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\pi\omega_M\frac{\sin[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{\pi(\tau-(t-t'))} + i\,\frac{\sin[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{(\tau-(t-t'))^2} - \right.$$

$$-\pi\omega_M\frac{1-\cos[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{\pi\omega_M(\tau-(t-t'))^2} + \omega_M\frac{\cos[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{i(\tau-(t-t'))} +$$

$$+\pi\omega_M\frac{\sin[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{\pi(\tau+(t-t'))} - i\frac{\sin[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{(\tau+(t-t'))^2} -$$

$$\left.-\pi\omega_M\frac{1-\cos[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{\pi\omega_M(\tau+(t-t'))^2} - \omega_M\frac{\cos[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{i(\tau+(t-t'))}\right\}; \tag{27}$$

$$I_2(\tau, t-t') = \int_0^{\omega_M} d\,\omega\,\omega^2\sin(\tau\omega)\,e^{-i\omega(t-t')} =$$

$$\frac{1}{2i}\left\{\omega_M^2\left[\frac{e^{i\omega_M(\tau-(t-t'))}}{i(\tau-(t-t'))}+\frac{e^{-i\omega_M(\tau+(t-t'))}}{i(\tau+(t-t'))}\right]-\right.$$

$$-2\omega_M\left[\frac{e^{i\omega_M(\tau-(t-t'))}}{(i(\tau-(t-t')))^2}-\frac{e^{-i\omega_M(\tau+(t-t'))}}{(i(\tau+(t-t')))^2}\right]+$$

$$+2\left[\frac{e^{i\omega_M(\tau-(t-t'))}}{(i(\tau-(t-t')))^3}+\frac{e^{-i\omega_M(\tau+(t-t'))}}{(i(\tau+(t-t')))^3}\right]-$$

$$\left.-2\left[\frac{1}{(i(\tau-(t-t')))^3}+\frac{1}{(i(\tau+(t-t')))^3}\right]\right\}. \qquad (28)$$

Останній вираз може бути переписаний у термінах, що відповідають дельта-функційним послідовностям (послідовностям функцій за якимось параметром, які, при інтегруванні з іншою функцією певного класу, у границі цієї послідовності дають властивості дельта-функції: у даному випадку ми маємо таку послідовність функцій за параметром максимальної частоти ω_M), використовуючи таку підстановку:

$$\frac{\sin[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{(\tau-(t-t'))^3}=\frac{1}{2}\left\{\frac{d^2}{dt'^2}\left(\frac{\sin[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{\tau-(t-t')}\right)+\right.$$

$$\left.+\pi\omega_M^2\frac{\sin[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{\pi(\tau-(t-t'))}+2\omega_M\frac{\cos[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{(\tau-(t-t'))^2}\right\}; \qquad (29)$$

так, що

$$I_2(\tau,t-t')=\int_0^{\omega_M}d\omega\,\omega^2\sin(\tau\omega)\,e^{-i\omega(t-t')}=$$

$$=\frac{1}{2i}\left\{\pi\omega_M^2\frac{\sin[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{\pi(\tau-(t-t'))}+2i\omega_M\frac{\sin[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{(\tau-(t-t'))^2}-\right.$$

$$-\left[\pi\frac{d^2}{dt'^2}\left(\frac{\sin[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{\pi(\tau-(t-t'))}\right)+\pi\omega_M^2\frac{\sin[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{\pi(\tau-(t-t'))}+\right.$$

$$\left.+2\omega_M\frac{\cos[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{(\tau-(t-t'))^2}\right]-i\omega_M^2\frac{\cos[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{\tau-(t-t')}+$$

$$+2\omega_M\frac{\cos[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{(\tau-(t-t'))^2}-$$

$$-2i\pi\omega_M\left[\frac{1}{\tau-(t-t')}\frac{1-\cos[\omega_M(\tau-(t-t'))]}{\pi\omega_M(\tau-(t-t'))^2}\right]-$$

$$-\pi\omega_M^2\frac{\sin[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{\pi(\tau+(t-t'))}+2i\omega_M\frac{\sin[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{(\tau+(t-t'))^2}+$$

$$+\left[\pi\frac{d^2}{dt'^2}\left(\frac{\sin[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{\pi(\tau+(t-t'))}\right)+\pi\omega_M^2\frac{\sin[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{\pi(\tau+(t-t'))}+\right.$$

$$\left.+2\omega_M\frac{\cos[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{(\tau+(t-t'))^2}\right]-i\omega_M^2\frac{\cos[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{\tau+(t-t')}-$$

$$-2\omega_M\frac{\cos[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{(\tau+(t-t'))^2}-$$

$$\left.-2i\pi\omega_M\left[\frac{1}{\tau+(t-t')}\frac{1-\cos[\omega_M(\tau+(t-t'))]}{\pi\omega_M(\tau+(t-t'))^2}\right]\right\}. \qquad (30)$$

Видно, що такі неінтегровні члени як $\frac{\cos[\omega_M(\tau\pm(t-t'))]}{(\tau\pm(t-t'))^2}$ взаємно знищуються. Також, такі дві дельта-функційні (у вже згаданому тут сенсі) послідовності, як $\frac{\sin[\omega_M(\tau\pm(t-t'))]}{\pi(\tau\pm(t-t'))}$, кожна маючи свою відповідну пару з протилежним знаком, знищуються.

Тепер можна завершити обчислення інтеграла по часу в гамільтоніані (12). Для цього функції, що можуть формувати дельта-функційні послідовності, при інтегруванні за часом у граничному випадку великих частот (формально $\omega_M\to\infty$) представляються у вигляді відповідних дельта-функцій:

$$\frac{\sin[\omega_M(\tau\pm(t-t'))]}{\pi(\tau\pm(t-t'))}\to\delta\left(t'-(t\pm\tau)\right); \qquad (31)$$

і

$$\frac{1-\cos[\omega_M(\tau\pm(t-t'))]}{\pi\omega_M(\tau\pm(t-t'))^2}\to\delta\left(t'-(t\pm\tau)\right). \qquad (32)$$

та

$$\frac{d^2}{dt'^2}\frac{\sin[\omega_M(\tau\pm(t-t'))]}{\pi(\tau\pm(t-t'))}\to\frac{d^2}{dt'^2}\delta\left(t'-(t\pm\tau)\right). \qquad (33)$$

У нашому випадку головне значення невласного інтеграла приводить до того, що інтеграл від добутку непарної та парної функцій дає нуль. Знакозмінні функції є непарними відносно точки $t'=t-\tau$ у наведених вище виразах для інтегралів (26), (27) та (30) коли $t>\tau$, тут $\tau=\frac{r_{ij}}{c}$ – час, необхідний світлу для проходження відстані між i-м та j-м атомами. Крім того, якщо особлива точка знаходиться поза межами інтегрування, значенням інтеграла можна знехтувати внаслідок швидко осцилюючого виразу під інтегралом та одночасного існування відносно "повільних" операторів $|\alpha\rangle\langle\alpha'|_i(t)$ і $|\beta\rangle\langle\beta'|_j(t')$ разом із "повільною" функцією $f(t')=\tilde{f}\left(\hat{\wp}^i_{\alpha\,\alpha'}(t'),\,r_{ij}(t')\right)$ протягом часового інтервалу t. Припускається, що атомні (молекулярні) координати незначно змінюються для часових інтервалів $\frac{2\pi}{\omega_{\max}}$. Це дає можливість мати такі оцінки:

$$\lim_{\omega_M\to\infty}\mathcal{P}\int_0^t dt'\,\frac{1-\cos[\omega_M(\tau\pm(t-t'))]}{\pi\omega_M(\tau\pm(t-t'))^3}\Phi(t')\to 0; \qquad (34)$$

$$\lim_{\omega_M\to\infty}\mathcal{P}\int_0^t dt'\,\frac{\cos[\omega_M(\tau\pm(t-t'))]}{\pi\omega_M(\tau\pm(t-t'))}\Phi(t')\to 0; \qquad (35)$$

$$\lim_{\omega_M\to\infty}\mathcal{P}\int_0^t dt'\,\frac{\sin[\omega_M(\tau\pm(t-t'))]}{(\tau\pm(t-t'))^2}\Phi(t')\to 0. \qquad (36)$$

Тут $\mathcal{P}$ означає головне значення інтеграла. Для скорочення запису позначення $\Phi(t')$ використовується замість $f(t')\,|\alpha\rangle\langle\alpha'|_i(t)\,|\beta\rangle\langle\beta'|_j(t')$.

Як результат, можна користуватися такими виразами:

$$I_0\left(\frac{r_{ij}}{c},t-t'\right)\to$$

$$\to-\frac{i\pi}{2}\left\{\delta\left(t'-\left(t-\frac{r_{ij}}{c}\right)\right)-\delta\left(t'-\left(t+\frac{r_{ij}}{c}\right)\right)\right\}; \qquad (37)$$

$$I_1\left(\frac{r_{ij}}{c},t-t'\right)\to 0; \qquad (38)$$

$$I_2\left(\frac{r_{ij}}{c},t-t'\right)\to$$

$$\to\frac{i\pi}{2}\left\{\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\delta\left(t'-\left(t-\frac{r_{ij}}{c}\right)\right)-\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\delta\left(t'-\left(t+\frac{r_{ij}}{c}\right)\right)\right\}. \qquad (39)$$

1. R.H. Lehmberg, Phys. Rev. A **2**, 883 (1970).
2. N.N. Bogoliubov and D.V. Shirkov, *Quantum Fields* (Fizmatlit, Moscow, 2005).

3. F. Lastra, S. Wallentowitz, M. Orszag, and M. Hernández, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **42**, 065504 (2009).
4. M.J. Stephen, J. Chem. Phys. **40**, 669 (1964).
5. M. Ikram, F. Li, and M.S. Zubairy, Phys. Rev. A **75**, 062336 (2007).
6. M.S. Kim, F.A. M. de Olivera and P.L. Knight, Optics Communications **70**, 473 (1989).
7. Th. Richter, Annalen der Physik. **40**, Heft 4/5, 234 (1983).
8. A.P. Kazantsev, JETP **24**, 1183 (1966).
9. J. Cooper, Reviews of Modern Physics **39**, 167 (1967).
10. Michael Fleischhauer and Susanne F. Yelin, Phys. Rev. A **59**, 2427 (1999).
11. S.G. Rautian, JETP **91**, 713 (2000).
12. E.A. Titov, Optics and Spectroscopy **96**, 869 (2004).
13. E.A. Power and S. Zienau, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A **251**, 427 (1959).
14. M.O. Scully and S. Zubairy, *Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997).

Одержано 12.05.11

ПОЛУЧЕНИЕ МОДЕЛЬНОГО ГАМИЛЬТОНИАНА ГРАНИЦЫ "КОРОТКИХ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕРВАЛОВ"

А.С. Сижук, С.Н. Ежов

Р е з ю м е

Исследован гамильтониан, описывающий нерелятивистскую систему N атомов или молекул, взаимодействующих с квантованием электромагнитным полем. Показано, что каноническое преобразование такого гамильтониана, оставляющее операторы поля в начальный момент времени, для достаточно коротких промежутков времени, не генерирует поля, которое обратно пропорционально первой и второй степени межатомных (межмолекулярных) расстояний, и описывает определенные коллективные эффекты, включая захват электромагнитного поля системой атомов или молекул.

DERIVATION OF A MODEL HAMILTONIAN IN THE "SHORT TIME SCALE" LIMIT

A.S. Sizhuk[1], *S.M. Yezhov*[2]

[1]Physics Department, Texas A&M University
(*College Station, Texas 77843, USA;*
e-mail: cannabiss@mail.univ.kiev.ua),
[2]Taras Shevchenko National University of Kyiv,
Faculty of Physics
(*2, Prosp. Academician Glushkov, Kyiv 03022, Ukraine*)

S u m m a r y

We investigate the conventional Hamiltonian describing the nonrelativistic quantum electrodynamics and the dynamics of the intrinsic states of N two-level atoms (molecules). It is shown that the Hamiltonian, canonically transformed from the conventional one and including only field operators at the initial time moment, does not contain the near fields inversely proportional to the first and second powers of the distance between any pair of atoms (molecules) on the quite short time scale and allows certain collective radiative effects including the radiation trapping, where atoms or molecules act as a whole.