

В.І. РОМАНЕНКО,¹ О.В. РОМАНЕНКО,² О.Г. УДОВИЦЬКА,¹ Л.П. ЯЦЕНКО¹

¹ Інститут фізики НАН України

(Просп. Науки, 46, Київ 03028; e-mail: vr@iop.kiev.ua)

² Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

(Просп. Академіка Глушкова, 4, Київ 03022; e-mail: alextm@univ.kiev.ua)

ІМПУЛЬСНА ДИФУЗИЯ АТОМІВ І НАНОЧАСТИНОК У ОПТИЧНІЙ ПАСТЦІ, УТВОРЕНІЙ ПОСЛІДОВНОСТЯМИ ЗУСТРІЧНИХ СВІТЛОВИХ ІМПУЛЬСІВ

УДК 535.214

Розглянуто рух атомів і наночастинок у пастці, утвореній послідовностями зустрічних світлових імпульсів. Стан атома описується хвильовою функцією, побудованою за допомогою методу Монте-Карло, його рух – класичною механікою. Оцінено вплив імпульсної дифузії, зумовленої спонтанним випромінюванням збуджених атомів та імпульсним характером взаємодії атома з полем, на рух атома чи наночастинок у пастці. Показано, що при належній обранні параметрах взаємодії атома з полем рух атома у пастці гальмується, і він коливається біля пучностей нестационарної стоячої хвилі, сформованої зустрічними світловими імпульсами поблизу точки, де вони “зіштовхуються”.

Ключові слова: сила світлового тиску, зустрічні імпульси, пастка, наночастинок, побудова хвильової функції методом Монте-Карло.

1. Вступ

Механічна дія світла на атоми [1–8] лежить в основі сучасної атомної оптики. У більшості випадків необхідні сили світлового тиску формуються неперервним лазерним випромінюванням, що може бути додатковим фактором зниження точності фізичних експериментів завдяки наведеним лазерним випромінюванням світловим зсувам. Багатообіцяючою альтернативою може бути керування рухом атомів за допомогою світлових імпульсів, що дозволяє організувати взаємодію атома з полем таким чином, щоб атом тільки невелику частину часу перебував під дією лазерного випромінювання [9–13].

В основі оптичної пастки для атомів, запропонованої в [9], лежить взаємодія атомів із послідовностями зустрічних π -імпульсів, детально вивчена в [14–16]. На рис. 1 проілюстровано принцип дії пастки. Нехай світлові імпульси поширюються у напрямку осі z . Як видно з рисунка, на атом у точці A недавно подіяв імпульс R , що поширюється зліва направо, і скоро подіє імпульс L , що поширюється справа наліво. Якщо атом до дії імпульсу

R перебував у основному стані, то в результаті взаємодії він переходить у збуджений стан зі зміною імпульсу на $\hbar k$ у напрямку осі z . Після дії імпульсу L атом випромінить фотон, у результаті чого його імпульс зміниться ще на $\hbar k$ у тому самому напрямку. У результаті взаємодії атома з послідовністю імпульсів, які повторюються з періодом T , на атом у точці A діє середня сила $2\hbar k/T$. Аналогічні міркування для атома у точці B (у цьому випадку на атом діє імпульс L , а потім R) приводять до висновку, що зміна його імпульсу у результаті взаємодії з парєю зустрічних імпульсів становить $-2\hbar k$, так що на нього діє середня сила $-2\hbar k/T$ у напрямку точки C . Із симетрії взаємодії атома з полем у точці C випливає, що сила світлового тиску на атом тут дорівнює нулю. Таким чином, зустрічні світлові π -імпульси можуть сформувати пастку для атома. Як зазначено в [9, 10], для створення пастки можна використовувати також імпульси відмінної від π площі.

У роботі [10] основна ідея пастки – формування сили світлового тиску, що діє на атом у напрямку точки, де зустрічні імпульси “зіштовхуються” – була використана для фокусування атомного пучка. Теоретичному дослідженню запропонованої в роботі [9] пастки присвячено [12]. У [9] розглянуто

зміну імпульсу атома і його розсіювання в області просторового перекриття зустрічних світлових імпульсів при однократній взаємодії з імпульсами. Отримані у цій роботі результати справедливі за двох умов. По-перше, період повторення імпульсів повинен значно перевищувати час життя атома у збудженому стані. По-друге, атом повинен перебувати у стані, що описується широким, значно ширшим за довжину хвилі лазерного випромінювання, хвильовим пакетом. Компенсувати викликане розсіюванням “розігрівання” атомів автори [9] пропонують лазерним охолодженням. У роботі [12] обчислено усереднену за атомним ансамблем силу світлового тиску на повільні атоми у такій пастці для імпульсів довільної площі. Таким чином, поза увагою залишилося розсіювання атомів у області просторового перекриття імпульсів, де поле лазерного випромінювання близьке до стоячої хвилі.

Як відомо [17, 18], відстроювання частоти монохроматичних зустрічних хвиль від резонансу з частотою атомного переходу приводить до так званого доплерівського охолодження ансамблю атомів, якщо частота поля нижча від частоти переходу. Величина відстроювання повинна бути близькою до оберненого часу життя атома у збудженому стані. У цьому разі частота переходу в атомі, незалежно від напрямку руху, завдяки ефекту Доплера ближче до резонансу із зустрічною хвилею, і сила світлового тиску, що гальмує атом, перевищує силу тиску з боку іншої хвилі, яка його прискорює. У результаті відбувається охолодження атомного ансамблю. У роботі [19] показано, що охолодження атомів може бути досягнуто також у полі зустрічних імпульсів. Оцінки сили світлового тиску і коефіцієнта імпульсної дифузії у [19] зроблено для полів малої інтенсивності, коли вони дорівнюють сумі відповідних внесків зустрічних хвиль. У той самий час для аналізу світлової пастки у полі зустрічних імпульсів оптимальними є великі інтенсивності полів, коли площі світлових імпульсів близькі до π і силу світлового тиску не можна розглядати як суму сил, зумовлених кожною із біжучих послідовностей зустрічних імпульсів.

Ми проаналізуємо рух атома у пастці, утвореній світловими π -імпульсами. Розглядаючи резонансну взаємодію атома з полем, оцінимо вплив імпульсної дифузії на рух атома у пастці. При відстроюванні несучої частоти світлових імпульсів від частоти атомного переходу за певних умов з’явля-

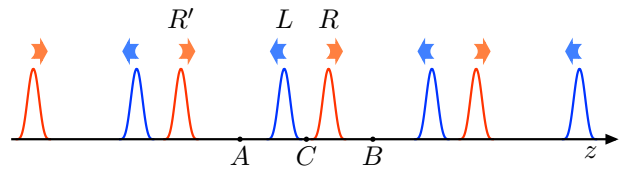


Рис. 1. Взаємодія атома з послідовностями зустрічних π імпульсів приводить до формування сили, що утримує його поблизу точки C , де імпульси “зіштовхуються”

ється гальмуюча сила, і її вплив може переважити вплив імпульсної дифузії. У результаті амплітуда його коливань стає меншою за довжину хвилі. Водночас, завдяки імпульсній дифузії, час від часу змінюється на півдовжини хвилі рівноважне положення (у пучностях поля) атома, навколо якого він коливається. Оскільки отримати аналітичні вирази для описаного руху не видається можливим, наше дослідження ґрунтується на чисельному моделюванні. Для опису еволюції стану атома ми користуємося хвильовою функцією, побудованою за допомогою методу Монте-Карло [20]. Рух атома описуємо класичною механікою, що відповідає вузькому порівняно з довжиною хвилі атомному хвильовому пакету.

Спочатку, у розділі 2, ми розглянемо світлові поля, що діють на атом. Введена тут модельна форма імпульсів близька до гаусової, але обмежена у часі. У третьому розділі описано гамільтоніан, який потім, у розділі 4, використовується у процедурі побудови хвильової функції за допомогою методу Монте-Карло. Вирази для обчислення сили і рівняння Ньютона, необхідні для опису руху атома, наведені у п'ятому розділі. Процедура чисельного моделювання стану атома і його руху описана у розділі 6. Сьомий розділ ілюструє застосування хвильової функції, побудованої за допомогою методу Монте-Карло, до опису вільної, за відсутності поля, еволюції стану атома. Усереднені значення елементів матриці густини для ансамблю атомів тут порівнюються з відомими аналітичними виразами. Результати моделювання руху атомів та наночастинок у пастці, утвореній послідовностями зустрічних світлових імпульсів з несучою частотою, резонансною до частоти переходу в атомі, наведено у розділі 8. У дев'ятому розділі обґрунтовується можливість утримання атомів у пастці та одночасного охолодження тим же полем, а у десятому коротко сформульовані висновки роботи.

2. Світлові імпульси

Розглянемо дворівневий атом з основним станом $|1\rangle$, збудженим $|2\rangle$ і частотою переходу між ними ω_0 , що взаємодіє із полем

$$\mathbf{E}(t) = E_1(t)\mathbf{e} \cos[\omega t - kz + \varphi_1] + E_2(t)\mathbf{e} \cos[\omega t + kz + \varphi_2] \quad (1)$$

послідовностей зустрічних імпульсів. Тут $E_{1,2}(t)$ – обвідні імпульсів, $k = \omega/c$, \mathbf{e} – орт поляризації електричного поля імпульсів, φ_1, φ_2 – фази полів при $t = 0, z = 0$. Для спрощення позначень у подальшому у більшості випадків ми не будемо вказувати аргумент біля амплітуд полів, а також біля елементів матриці густини і амплітуд імовірності. Ми розглядаємо взаємодію атома з полем послідовностей зустрічних імпульсів з періодом повторення T , одна з яких повторює іншу з певною затримкою в часі у точці перебування атома. Амплітуда кожного з імпульсів описується виразом

$$E_{1,2} = E_0 f(\eta_{1,2}), \quad (2)$$

де функція $f(\eta)$ з максимальним значенням $f(0) = 1$ описує форму обвідної імпульсів,

$$\eta_{1,2} = (t \mp z/c)/\tau, \quad (3)$$

z – координата атома, τ – тривалість імпульсу.

Звичайно при моделюванні взаємодії атома з полем використовують імпульси гаусової форми [21, 22]. Як відомо [16, 23], функція $\cos^n(\pi t/\tau)$ зі зростанням парного n прямує до $\exp(-t^2/\tau_G^2)$ з $\tau_G = \tau\sqrt{2}/\pi\sqrt{n}$ на проміжку $|t| < \tau/2$. Ми виберемо

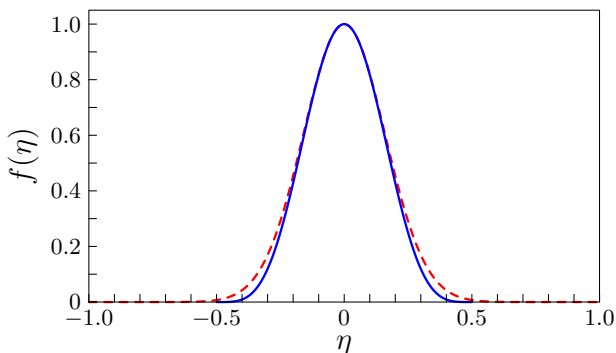


Рис. 2. Порівняння функції $f(\eta)$ (суцільна крива), що описує обвідну світлових імпульсів (4), з найближчою до неї гаусовою функцією (пунктир)

$f(\eta)$ у вигляді

$$f(\eta) = \begin{cases} \cos^4(\pi\eta), & |\eta| < 1/2, \\ 0, & |\eta| > 1/2. \end{cases} \quad (4)$$

В околі кожного імпульсу ця функція близька до гаусової

$$f_G(\eta) = \exp(-2\pi^2\eta^2) \quad (5)$$

на проміжку, де її значення не мале (див. рис. 2).

Порівняно з гаусовою функцією (5), вибрана нами для моделювання імпульсів функція (4), з одного боку, зручніша для чисельних розрахунків (гаусову функцію доводиться штучно обрізати у певних межах), а з іншого боку – відповідає реальним, обмеженим у часі, обвідним імпульсів. Площа імпульсу, обвідна якого описується функцією (4), дорівнює $\frac{3}{8}\Omega_0\tau$ і становить приблизно 0,94 площі близького до неї гаусового імпульсу. Характерна ширина відповідного гаусового імпульсу становить $\tau_G \approx 0,225\tau$.

3. Гамільтоніан

Стан атома будемо описувати хвильовою функцією, побудованою за допомогою методу Монте-Карло [20]. Цей підхід після усереднення за ансамблем реалізацій атомного стану еквівалентний опису стану атома матрицею густини. У той самий час, на відміну опису стану за допомогою матриці густини, він дає наочну інтерпретацію еволюції стану окремого атома. Гамільтоніан, який використовується для побудови такої хвильової функції, відрізняється релаксаційним доданком від гамільтоніана, який використовується в рівнянні для матриці густини. Він має вигляд

$$H = H_0 + H_{\text{int}} + H_{\text{rel}}, \quad (6)$$

де

$$H_0 = \hbar\omega_0|2\rangle\langle 2| \quad (7)$$

описує атом за умови відсутності поля і релаксації. Доданок

$$H_{\text{int}} = -\mathbf{d}_{12}|1\rangle\langle 2|\mathbf{E}(t) - \mathbf{d}_{21}|2\rangle\langle 1|\mathbf{E}(t), \quad (8)$$

де \mathbf{d}_{12} – матричний елемент електричного дипольного моменту переходу між станами $|1\rangle$ і $|2\rangle$, відповідає за взаємодію атома з полем, а

$$H_{\text{rel}} = -\frac{i\hbar\gamma}{2}|2\rangle\langle 2| \quad (9)$$

описує релаксацію за рахунок спонтанного випромінювання. Підкреслимо, що релаксаційна складова гамільтоніана (6) має вигляд (9) у випадку, якщо ми описуємо стан атома хвильовою функцією, побудованою за допомогою методу Монте-Карло; якщо ж ми користуємося матрицею густини, вираз для H_{rel} інший [20].

4. Хвильова функція атома

Розв'язок рівняння Шредінгера

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi\rangle = H|\psi\rangle \quad (10)$$

шукаємо у вигляді

$$|\psi\rangle = c_1|1\rangle + c_2|2\rangle. \quad (11)$$

Підстановка (6) в (10) дає рівняння для c_1, c_2 :

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{d}{dt} c_1 &= -\mathbf{d}_{12}\mathbf{E}c_2, \\ i\hbar \frac{d}{dt} c_2 &= \hbar\omega_0 c_2 - \mathbf{d}_{21}\mathbf{E}c_1 - \frac{\gamma}{2}c_2. \end{aligned} \quad (12)$$

Для подальших обчислень зручно виділити швидкозмінну, з частотою ω_0 , частину в c_2 . Для цього зробимо заміну $c_1 = C_1$, $c_2 = C_2 e^{-i\omega_0 t}$. У наближенні обертової хвилі (нехтуємо швидкоосцилюючими доданками $\sim e^{\pm 2i\omega_0 t}$ в рівняннях для C_1, C_2) з (12) отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} C_1 &= -\frac{i}{2}(\Omega_1 e^{-ikz+i\Phi_1} + \Omega_2 e^{ikz+i\Phi_2})C_2, \\ \frac{d}{dt} C_2 &= -\frac{i}{2}(\Omega_1 e^{ikz-i\Phi_1} + \Omega_2 e^{-ikz-i\Phi_2})C_1 - \frac{\gamma}{2}C_2, \end{aligned} \quad (13)$$

де $\Omega_1 = -\mathbf{d}_{12}\mathbf{e}E_1/\hbar$, $\Omega_2 = -\mathbf{d}_{21}\mathbf{e}E_1/\hbar$, $\delta = \omega_0 - \omega$, $\Phi_1 = \varphi_1 - \delta t$, $\Phi_2 = \varphi_2 - \delta t$. Частоти Рабі Ω_1, Ω_2 без обмеження загальності вважаємо дійсними величинами [24].

Гамільтоніан (6) неермітовий, і квадрат модуля хвильової функції, знайденої з рівняння Шредінгера, змінюється з часом. У зв'язку з цим виконується процедура нормування функції після кожного невеликого кроку за часом і, крім того, перевіряється умова квантового стрибка протягом цього часу [20].

Нехай ми маємо нормовану на одиницю хвильову функцію $|\psi(t)\rangle$ в момент часу t . Хвильову функцію $|\psi(t + \Delta t)\rangle$ в момент часу $t + \Delta t$ знаходимо в два етапи [20].

1. З рівняння Шредінгера (10) випливає, що після досить малого Δt хвильова функція з $|\psi(t)\rangle$ стає

$$|\psi^{(1)}(t + \Delta t)\rangle = \left(1 - \frac{i\Delta t}{\hbar} H\right) |\psi(t)\rangle. \quad (14)$$

Оскільки гамільтоніан (6) неермітовий, $|\psi^{(1)}(t + \Delta t)\rangle$ не нормована на одиницю. Знайдемо квадрат її норми:

$$\langle \psi^{(1)}(t + \Delta t) | \psi^{(1)}(t + \Delta t) \rangle = 1 - \Delta P, \quad (15)$$

де

$$\Delta P = \frac{i\Delta t}{\hbar} \langle \psi(t) | H - H^\dagger | \psi(t) \rangle = \gamma \Delta t |C_2|^2. \quad (16)$$

2. На другому етапі врахуємо можливість квантового стрибка. Якщо значення випадкової величини ϵ , рівномірно розподіленої між нулем і одиницею, більше за ΔP (у більшості випадків, оскільки $\Delta P \ll 1$), то стрибок не відбувається, і хвильова функція у момент часу $t + \Delta t$ дорівнює

$$|\psi(t + \Delta t)\rangle = |\psi^{(1)}(t + \Delta t)\rangle / \sqrt{1 - \Delta P}, \quad \Delta P < \epsilon. \quad (17)$$

Якщо ж $\epsilon < \Delta P$, то стрибок відбувається і атом переходить у стан

$$|\psi(t + \Delta t)\rangle = |1\rangle, \quad \Delta P > \epsilon. \quad (18)$$

Застосуємо тепер описану процедуру для випадку, коли поле не діє на атом (між світловими імпульсами). Нехай початковий стан атома

$$|\psi(0)\rangle = C_1(0)|1\rangle + C_2(0)|2\rangle. \quad (19)$$

При $t \rightarrow \infty$ атом перейде у стан $|1\rangle$ з імовірністю $|C_1(0)|^2$ без випромінювання фотона і з імовірністю $|C_2(0)|^2$ з випромінюванням фотона.

Якщо квантового стрибка на часовому інтервалі $[0, t]$ не було, то з рівняння Шредінгера з гамільтоніаном

$$H = H_0 + H_{\text{rel}} \quad (20)$$

впливає

$$\begin{aligned} \psi^{(1)}(t) &= \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t H dt'\right) \psi(0) = \\ &= C_1(0)|1\rangle + C_2(0) \exp\left(-i\omega_0 t - \frac{\gamma}{2}t\right) |2\rangle. \end{aligned} \quad (21)$$

Нормуючи $\psi^{(1)}(t)$ на одиницю, знаходимо

$$\psi(t) = C_1(t)|1\rangle + C_2(t) \exp(-i\omega_0 t) |2\rangle, \quad (22)$$

де

$$\begin{aligned} C_1(t) &= \frac{C_1(0)}{\sqrt{|C_1(0)|^2 + |C_2(0)|^2 \exp(-\gamma t)}}, \\ C_2(t) &= \frac{C_2(0) \exp(-\frac{1}{2}\gamma t)}{\sqrt{|C_1(0)|^2 + |C_2(0)|^2 \exp(-\gamma t)}}. \end{aligned} \quad (23)$$

Неочевидною є залежність хвильової функції від γ , яку вносить факт відсутності спонтанного випромінювання протягом часу t . Здавалося б, що за відсутності випромінювання хвильова функція мала б бути

$$\psi(t) = C_1(0)|1\rangle + C_2(0) \exp(-i\omega_0 t)|2\rangle. \quad (24)$$

У цьому разі імовірність випромінювання протягом часу $[\Delta t, 2\Delta t]$ була б така ж, як і ймовірність випромінювання фотона протягом часу $[0, \Delta t]$. Очевидно, ця імовірність була б такою самою і протягом наступних проміжків часу Δt (населеність збудженого стану $|C_2(0)|^2$ однакова), і атом зрештою випромінив би фотон. Але останнє протирічить тому, що при $C_1(0) \neq 0$ атом з імовірністю $|C_1(0)|^2$ перебуває в основному стані і взагалі не випромінить фотон [20]. У той самий час для хвильової функції (22) вказане протиріччя відсутнє – імовірність випромінювання фотона спадає з часом до нуля.

Імовірність відсутності квантового стрибка на часовому інтервалі $[0, t]$ дорівнює [20]:

$$P(t) = |C_1(0)|^2 + |C_2(0)|^2 \exp(-\gamma t), \quad (25)$$

і узгоджується з імовірністю відсутності квантового стрибка $|C_1(0)|^2$ при $t \rightarrow \infty$ для початкового стану (19) та з експоненціальним зменшенням населеності збудженого стану в ансамблі атомів.

Таким чином, з імовірністю $P(t)$ у момент часу t стан атома описується хвильовою функцією (22), а з імовірністю $1 - P(t)$ – хвильовою функцією

$$\psi(t) = |1\rangle. \quad (26)$$

5. Рух атома

Рух атома будемо описувати класичною механікою. Під час взаємодії зі світловими імпульсами

на атоми діє сила [1]:

$$F = (\varrho_{12} \mathbf{d}_{21} + \varrho_{21} \mathbf{d}_{12}) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial z}, \quad (27)$$

де елементи матриці густини ϱ виражаються через C_1, C_2 :

$$\begin{aligned} \varrho_{11} &= |c_1|^2 = |C_1|^2, \\ \varrho_{22} &= |c_2|^2 = |C_2|^2, \\ \varrho_{12} &= c_1 c_2^* = C_1 C_2^* e^{i\omega_0 t}, \\ \varrho_{21} &= c_2 c_1^* = C_2 C_1^* e^{-i\omega_0 t}. \end{aligned} \quad (28)$$

Після усереднення за період осциляцій з частотою ω_0 вираз для сили (27) у полі (1) набуває вигляду

$$F = \hbar k \operatorname{Im} C_1 C_2^* (\Omega_1 e^{ikz - i\Phi_1} - \Omega_2 e^{-ikz - i\Phi_2}). \quad (29)$$

Зміну координати z атома і його швидкості v з часом знаходимо з рівнянь

$$\dot{v} = F/m, \quad (30)$$

$$\dot{z} = v, \quad (31)$$

де m – маса атома.

Виходячи з імовірності квантового стрибка $1 - P(t)$, де P між світловими імпульсами визначається (25), моделюємо для кожної реалізації хвильової функції момент спонтанного випромінювання. У цей момент координата атома не змінюється, а проекцію переданого атому імпульсу $\hbar k$ вздовж осі z визначаємо, виходячи з випадкового напрямку випромінювання кванта світла.

6. Процедура чисельного розрахунку

Для моделювання руху атома одночасно розв'язувалися рівняння (10) і (30), (31). Часові проміжки, де атом взаємодіє з полем, були розбиті на дрібні інтервали, де проводилася процедура нормування хвильової функції і визначалося, чи був квантовий стрибок. Якщо стрибок був, то моделювалася зміна швидкості атома

$$\Delta v = \hbar k \cos(\pi\epsilon), \quad (32)$$

де $0 < \epsilon < 1$ – випадкове число з рівномірним розподілом на інтервалі $[0, 1]$.

Оскільки для часових проміжків, на яких поле на атом не діє, хвильову функцію можна записати в аналітичному вигляді, час розрахунку можна значно скоротити, якщо замість моделювання квантового стрибка на численних дрібних інтервалах часу протягом вільної еволюції атома зразу визначити, чи був стрибок на всьому інтервалі вільної еволюції атома і, якщо був, в який момент часу це відбулося. Нехай атом після взаємодії з полем описується хвильовою функцією (19). Порівнюємо значення випадкової величини ϵ з $|C_1(0)|^2$. Якщо $\epsilon < |C_1(0)|^2$, то стрибок не відбувся. Якщо ж $\epsilon > |C_1(0)|^2$, то стрибок відбувся. Промодельуємо момент часу квантового стрибка. Беремо інше значення ϵ і обчислюємо $\ln \epsilon$. Для експоненціального розподілу імовірності

$$P_e = e^{-\gamma t} \quad (33)$$

величина

$$t_{\text{jump}} = -(\ln \epsilon) / \gamma \quad (34)$$

моделює момент часу, коли відбувається стрибок [25].

7. Ілюстрація обчислень матриці густини з хвильової функції, побудованої за допомогою методу Монте-Карло

Проілюструємо еквівалентність опису атомного ансамблю хвильовою функцією, побудованою за допомогою методу Монте-Карло, опису ансамблю матрицею густини. Розглянемо вільну еволюцію атома, для якої зміна матриці густини з часом легко обчислюється.

Рівняння для матриці густини має вигляд [20]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho &= i\omega_0[\rho, |2\rangle\langle 2|] - \\ &- \frac{\gamma}{2} (|2\rangle\langle 2|\rho + \rho|2\rangle\langle 2|) + \gamma|1\rangle\langle 2|\rho|2\rangle\langle 1|. \end{aligned} \quad (35)$$

Звідси випливають рівняння для елементів матриці густини:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{22} &= -\gamma \rho_{22}, \\ \frac{d}{dt} \rho_{12} &= i\omega_0 - \frac{\gamma}{2} \rho_{12}, \\ \rho_{21} &= \rho_{12}^*, \quad \rho_{11} = 1 - \rho_{22}, \end{aligned} \quad (36)$$

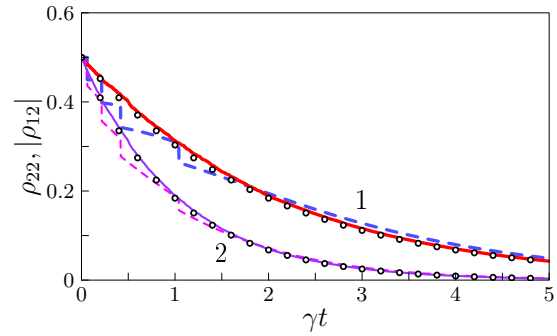


Рис. 3. Порівняння елементів матриці густини ρ_{12} (криві 1) і ρ_{22} (криві 2), обчислених з хвильових функцій Монте-Карло (пунктир – усереднення за десятьма реалізаціями, суцільні криві – за 1000 реалізаціями) з точним виразом (37) для матриці густини (кружечки). Початкові умови: $\rho_{12}(0) = 1/2$, $\rho_{22}(0) = 1/2$, $|\psi(0)\rangle = \sqrt{2}(|1\rangle + |2\rangle)/2$

що дає

$$\begin{aligned} \rho_{22}(t) &= \rho_{22}(0) \exp(-\gamma t), \\ \rho_{12}(t) &= \rho_{12}(0) \exp\left(i\omega_0 t - \frac{1}{2}\gamma t\right). \end{aligned} \quad (37)$$

Елементи матриці густини можуть бути також обчислені з хвильової функції, побудованої за допомогою методу Монте-Карло (28) з подальшим усередненням за ансамблем реалізацій хвильової функції. На рис. 3 показано задовільну узгодженість матриці густини, обчисленої з використанням обох підходів вже при 10 реалізаціях хвильової функції і дуже добру при 1000 реалізаціях.

8. Рух атомів і наночастинок у пастці, утвореній послідовностями зустрічних π -імпульсів

Розглянемо рух атома у пастці, утвореній послідовностями зустрічних π -імпульсів. Уважаємо частоту поля резонансною до частоти переходу в атомі, $\delta = 0$. При поясненні принципу дії пастки ми виходили з того, що атом у точці A (див. рис. 1) перебував у основному стані, тоді послідовність дії імпульсів R і L приводить до зміни його імпульсу на $2\hbar k$ у напрямку центра пастки (точка C). Це так у більшості випадків. Дійсно, оскільки часовий інтервал між імпульсами L і R значно менший, ніж між імпульсами L і R' , імовірність спонтанного випромінювання атома у випадку, якщо він перебуває у збудженому стані, між імпульсами

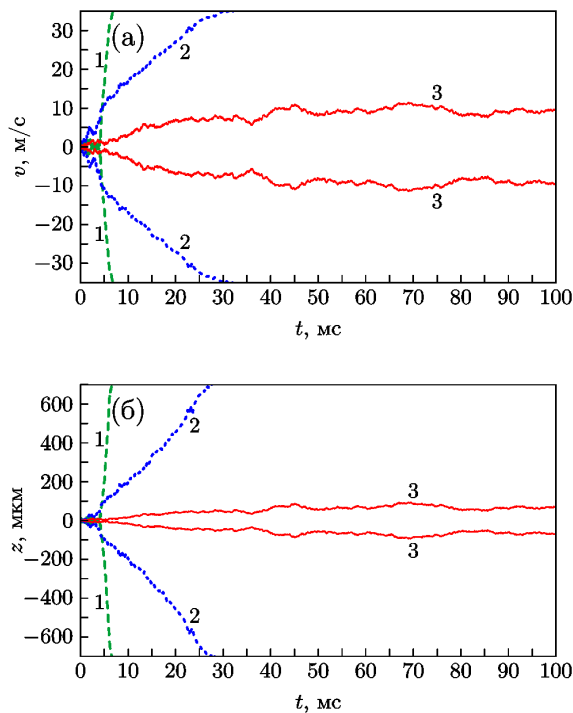


Рис. 4. Межі зміни з часом (від верхньої до нижньої кривої з однаковим номером) швидкості (а) і координати (б) атома з масою $m = 40$ а.о.м. у полі зустрічних імпульсів тривалістю $\tau = 1$ пс і площею π з періодом повторення $T = 10$ нс. Несуча частота світлових імпульсів відповідає довжині хвилі 600 нм, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$. Параметри: 1 – $\gamma = 2\pi \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$, 2 – $\gamma = 2\pi \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$, 3 – $\gamma = 2\pi \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$. Початкові умови: $z = 0, v = 0, 2 \text{ м/с}$

L і R' значно більша. У результаті атом у точці A у більшості випадків перебуватиме в основному стані і сила світлового тиску на нього буде спрямована до центра пастки. Якщо ж завдяки спонтанному випромінюванню після дії імпульсу R атом перейде в основний стан, імпульс L переведе його у збуджений, і протягом деякого часу, до спонтанного випромінювання, на атом буде діяти сила, спрямована від центра пастки. Цей процес зміни напрямку сили приводить до імпульсної дифузії – розмиття розподілу атомів за імпульсами [15, 16]. Очевидно, процес імпульсної дифузії суттєво залежить від швидкості спонтанного випромінювання γ – чим менше γT , тим більше пар світлових імпульсів, до акту спонтанного випромінювання, змінюватимуть імпульс атома у напрямку від точки C . Мінімальна імпульсна дифузія матиме місце при $\gamma T \gg 1$, коли атом у збудженому стані

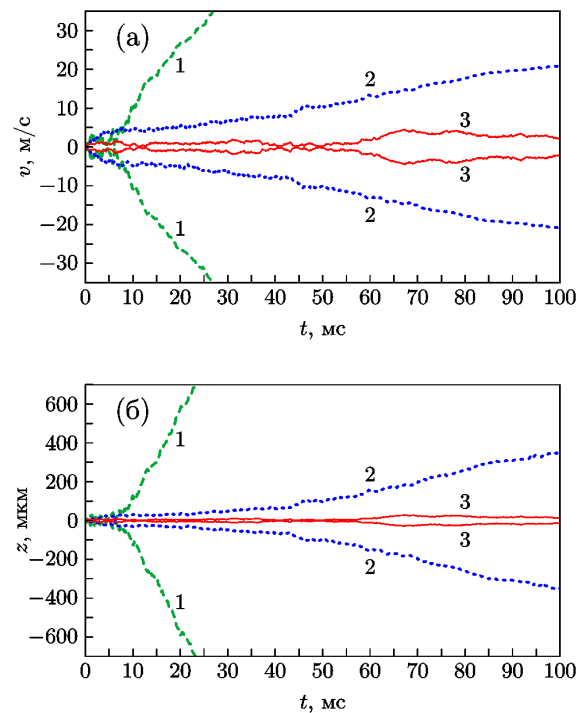


Рис. 5. Межі зміни з часом (від верхньої до нижньої кривої з однаковим номером) швидкості (а) і координати (б) атома з масою $m = 200$ а.о.м. у полі зустрічних імпульсів тривалістю $\tau = 1$ пс і площею π з періодом повторення $T = 10$ нс. Несуча частота світлових імпульсів відповідає довжині хвилі 600 нм, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$. Параметри: 1 – $\gamma = 2\pi \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$, 2 – $\gamma = 2\pi \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$, 3 – $\gamma = 2\pi \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$. Початкові умови: $z = 0, v = 0, 2 \text{ м/с}$

у точці A встигне перейти у основний до приходу імпульсу R' . На рис. 4 і 5, на яких зображені інтервали зміни швидкості та координати атома з масами $m = 40$ а.о.м. і $m = 200$ а.о.м. з часом для різної швидкості спонтанного випромінювання атома у збудженому стані, проілюстровано зменшення імпульсної дифузії зі зростанням γT . Часову залежність координати і швидкості не показано – атом осцилює між верхньою і нижньою кривою з однаковим номером, а час однієї осциляції настільки малий (менший від 0,2 мс для показаних на рисунку залежностей), що крива, яка описує цю залежність, суцільно заповнила б простір між вказаними на рисунках межами.

Залежність діапазону зміни швидкості від часу при $\gamma T < 1$ (криві 1 і 2 на рис. 4 і 5) лише віддалено нагадує кореневу, характерну для дифузійного процесу. Проведені раніше дослідження імпульсної

дифузії в полі зустрічних π -імпульсів для фіксованої затримки між імпульсами показали [15, 16], що коефіцієнт імпульсної дифузії:

$$D = \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}{t}, \quad (38)$$

де p – імпульс атома, $\langle p \rangle$ означає усереднення за ансамблем, приблизно пропорційний затримці між зустрічними імпульсами. У нашому випадку руху атома поблизу точки, де ці імпульси “зіштовхуються”, ця затримка пропорційна координаті атома, яка змінюється з часом. Таким чином, простий аналітичний вираз для D , отриманий в [15], у нашому випадку несправедливий і про характер дифузійної зміни імпульсу атома ми можемо судити тільки з чисельного розрахунку.

Зі зростанням γT до величин більше одиниці (криві 3) завдяки великій імовірності релаксації між парами близьких за часом зустрічних імпульсів атом перед початком взаємодії з полем практично завжди перебуває в основному стані. Цей випадок досліджувався в [9] для однократної взаємодії атома з полем пари імпульсів і широкого порівняно з довжиною хвилі лазерного випромінювання хвильового пакета атома. Оскільки в області перекриття зустрічних імпульсів поле близьке до стоячої хвилі, відбувається дифракція хвильового пакета, що призводить до розмиття розподілу атомів за імпульсами. У випадку вузького порівняно з довжиною хвилі лазерного випромінювання хвильового пакета атома, що відповідає класичному опису його руху, розмиття розподілу за імпульсами відбувається завдяки імпульсній взаємодії атома з полем у області просторового перекриття світлових імпульсів – переданий атому імпульс визначається його координатою відносно максимумів і мінімумів поля, сформованим зустрічними лазерними імпульсами. Оскільки рух атома у полі не є періодичним, при проходженні області перекриття світлових імпульсів атом щоразу взаємодіє з полем у різних точках, і, відповідно, завдяки дії поля отримує різний імпульс. У результаті зміна його імпульсу наближається до хаотичної (див. криві 3 на рис. 4 і 5). Звичайно, цей механізм взаємодії атома з полем справедливий і для випадку $\gamma T \ll 1$, проте в останньому разі зміна імпульсу завдяки зміні напрямку дії сили після акту спонтанного випромінювання домінує.

Порівнюючи рис. 4 і 5 бачимо, що зі зростанням маси атома за однакових початкових умов значно зменшуються межі осциляції атомів, як за швидкістю, так і за координатою. Це пов'язано зі зменшенням зміни швидкості атома $v_r = \hbar k/m = h/\lambda m$, де λ – довжина хвилі лазерного випромінювання (1,7 см/с для $m = 40$ а.о.м. і 3,3 мм/с для $m = 200$ а.о.м.) при поглинанні чи випромінюванні фотона, аналогічно зменшенню коефіцієнта дифузії у газі при зменшенні довжини вільного пробігу.

Таким чином, пастка на основі зустрічних світлових імпульсів має кращі перспективи для утримання важких атомів, можливо, з додатковим охолоджуючим полем [9], таких як Rb, Cs, Th. Мала тривалість імпульсів порівняно з періодом їх повторення мало збурює стан атома, що важливо, наприклад, для прецезійних спектроскопічних досліджень, зокрема, для реалізації торієвого стандарту частоти на оптичному ядерному переході [26, 27]. Ще кращі перспективи має використання пастки для утримання наночастинок, які мають невеликий вміст, наприклад, 0,1%, “активних”, з частотою переходу, близькою до несучої частоти лазерних імпульсів, атомів. Такі наночастинок поведуть себе як важкі, з атомною масою порядку десятків тисяч, атоми. Відповідно імпульсна дифузія таких наночастинок повинна бути на декілька порядків меншою, так що їх можна утримувати без додаткового охолоджуючого поля.

На рис. 6 зображено інтервали зміни швидкості і координати наночастинок, у якій припадає маса $m = 30000$ а.о.м. на один “активний” атом. Криві побудовано для різної швидкості спонтанного випромінювання атома у збудженому стані. Вісь z направлена вгору. Як видно, сила тяжіння практично не впливає на рух наночастинок. Як і для атомів з масами $m = 40$ а.о.м. і $m = 200$ а.о.м. видно зменшення імпульсної дифузії зі зростанням γT . У випадку великого γT (криві 3) межі осциляції наночастинок не змінюються з часом, принаймні до 0,1 с, і навіть при $\gamma T \ll 1$ вплив імпульсної дифузії на рух наночастинок малий (криві 1, 2). Оскільки у кожному конкретному випадку швидкість спонтанного випромінювання γ фіксована, змінити добуток γT у потрібному напрямку можна, змінюючи послідовність повторення імпульсів. У проведених нами розрахунках для параметрів, відповідним рис. 4 і 5, але з $T = 10^{-7}$ с спостерігалось значне зменшення впливу дифузії на рух атомів.

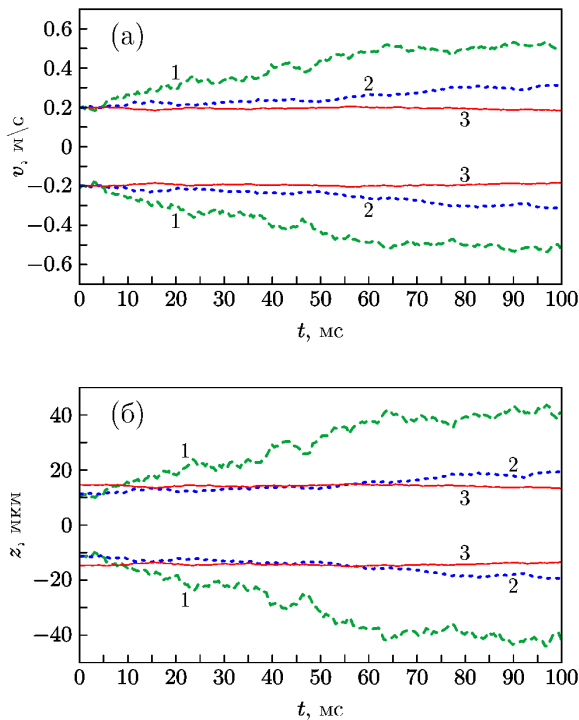


Рис. 6. Межі зміни з часом (від верхньої до нижньої кривої з однаковим номером) швидкості (а) і координати (б) наночастинки у полі зустрічних імпульсів тривалістю $\tau = 1$ пс і площею π з періодом повторення $T = 10$ нс. Несуча частота світлових імпульсів відповідає довжині хвилі 600 нм, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$. На один “активний” атом у наночастинці припадає маса $m = 30000$ а.о.м. Параметри: $1 - \gamma = 2\pi \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$, $2 - \gamma = 2\pi \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$, $3 - \gamma = 2\pi \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$. Початкові умови: $z = 0$, $v = 0,2$ м/с. Вісь z направлена вертикально

Ще одним контрольованим параметром, від якого залежить взаємодія атома з полем, є відстроювання несучої частоти світлових імпульсів від частоти переходу в атомі. В наступному розділі ми покажемо, що навіть незначне порівняно з частотою Рабі світлових імпульсів відстроювання істотно впливає на рух атома у пастці, зокрема, при належному виборі інших параметрів пригнічує імпульсну дифузію.

9. Рух атомів у пастці, утвореної послідовностями зустрічних імпульсів, нерезонансних до частоти переходу в атомі

Розглянемо як впливає відстроювання частоти ω лазерного випромінювання від резонансу з частотою ω_0 атомного переходу при взаємодії атома з

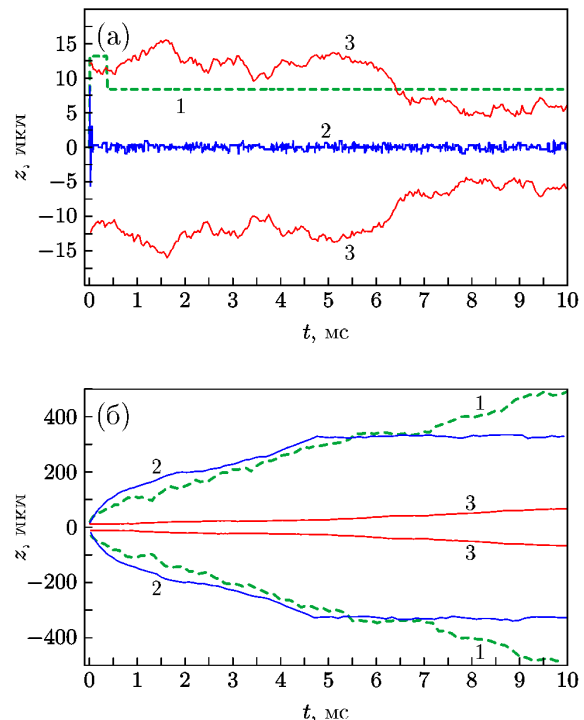


Рис. 7. Часові залежності та межі зміни (від верхньої до нижньої кривої з однаковим номером) координати атома з часом у полі зустрічних імпульсів тривалістю $\tau = 1$ пс і площею π з періодом повторення $T = 10$ нс. Маса атома $m = 200$ а.о.м., $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$. Несуча частота світлових імпульсів відповідає довжині хвилі 600 нм і відстроєна від частоти переходу на 10^{10} c^{-1} . Параметри: $1 - \gamma = 2\pi \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$, $2 - \gamma = 2\pi \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$, $3 - \gamma = 2\pi \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$. Початкові умови: $z = 0$, $v = 2$ м/с; а – несуча частота нижча частоти переходу, б – несуча частота вища за частоту переходу

послідовністю зустрічних лазерних імпульсів. На рис. 7 показано приклад залежності координати атома від часу (криві 1, 2 у частині (а)) та верхня і нижня межі зміни координат, між якими осцилює атом (всі інші криві).

Як видно, при $\delta > 0$ (несуча частота імпульсів менша за частоту переходу в атомі) при $\gamma T < 1$ після нетривалого перехідного процесу атом локалізується у вузькому просторовому інтервалі. При $\gamma T > 1$ відбуваються осциляції зі змінною амплітудою з тенденцією до її зменшення. Це говорить про те, що при локалізації атома суттєву роль відіграє збереження когерентності атомного стану протягом періоду повторення імпульсів. З іншого боку,

при малій швидкості спонтанного випромінювання, $\gamma = 2\pi \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$ (не показано на рисунку), амплітуда осциляцій зростає. Це добре узгоджується з отриманим в [15] виразом для коефіцієнта імпульсної дифузії – при $\gamma T \ll 1$ $D \sim 1/(\gamma T)$. Таким чином, слід чекати, що зі зменшенням γT зростання амплітуди осциляцій за рахунок імпульсної при малих γT переважатиме гальмування атомів у полі зустрічних імпульсів.

Зі зміною знака відстроювання (рис. 7) амплітуда коливань атома або зростає (криві 1, 3), або прямує до сталого значення (крива 2).

Проведені нами обчислення для кількох інших реалізацій хвильової функції Монте-Карло, а також з іншими фазами φ_1, φ_2 та з площею імпульсу $0,8\pi$ дало аналогічні наведеним на рис. 7 залежностям координати атома від часу. Такого ж типу залежності були отримані при $|\delta| = 10^9 \text{ c}^{-1}$, $5 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$. У той самий час при $|\delta| = 10^7 \text{ c}^{-1}$, $|\delta| = 10^8 \text{ c}^{-1}$, $|\delta| = 10^{11} \text{ c}^{-1}$ зменшення швидкості атома і його локалізація спостерігається при протилежному відстроюванні $\delta < 0$. Останній результат узгоджується з роботою [19], де при $\delta > 0$ зі зміною δ охолодження атомів змінювалося нагріванням. При зменшенні відстроювання до $|\delta| = 10^6 \text{ c}^{-1}$ зменшення швидкості при параметрах, наведених на рис. 7, вже не спостерігалось. Проведене чисельне моделювання руху атома у полі послідовностей зустрічних імпульсів приводить до висновку, що зменшення амплітуди (і, відповідно, швидкості) коливань атома у пастці можливе в широкому діапазоні відстроювання несучої частоти поля від резонансу з частотою атомного переходу при належно вибраному знаку δ . Період повторення імпульсів повинен бути досить малий, щоб була виконана умова $\gamma T < 1$.

На рис. 8 проілюстровано залежність координати від часу для параметрів, що забезпечують гальмування атома у пастці. При обчисленні вибрано значно більшу початкову швидкість атома, ніж на рис. 7. У результаті взаємодії атома зі світловими імпульсами його швидкість зменшується з 10 м/с до 0,2 м/с, що відповідає зміні температури для ансамблю атомів масою 200 а.о.м. з початковою середньоквадратичною швидкістю 10 м/с від 2,4 К до 1 мК протягом 0,5 мс. Гранична температура трохи більше доплерівської границі охолодження атомів $\hbar\gamma/k_B \sim 0,4 \text{ мК}$, де k_B – стала Больцмана. Оскільки зміна швидкості атома при поглинанні

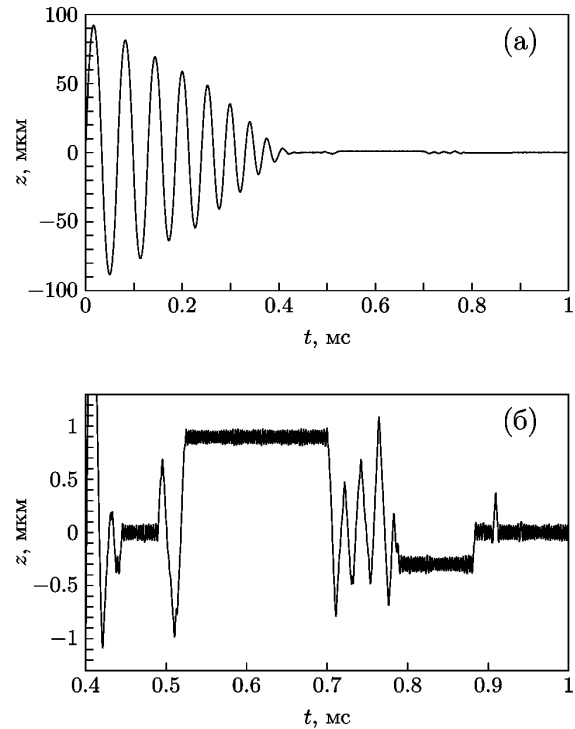


Рис. 8. Часова залежність координати атома у полі зустрічних імпульсів тривалістю $\tau = 1 \text{ пс}$ і площею π з періодом повторення $T = 10 \text{ нс}$. Маса атома $m = 200 \text{ а.о.м.}$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$. Несуча частота світлових імпульсів відповідає довжині хвилі 600 нм нижча частоти переходу на 10^{10} c^{-1} . Швидкість затухання збудженого стану $\gamma = 2\pi \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$. Початкові умови: $z = 0$, $v = 10 \text{ м/с}$

або випромінюванні одного фотона $v_{\text{rec}} = \hbar k/m$ становить близько 0,003 м/с, було поглинуто і випромінено принаймні 3000 фотонів.

Як видно з рис. 8, б, коливання атома відбуваються біля пучностей світлової хвилі на невеликій відстані від початку координат, значно меншій за протяжність світлового імпульсу в просторі (навколо $z = 0, -\lambda/2, 3\lambda/2$). На таких відстанях від початку координат поля імпульсів зустрічних хвиль практично однакові, і в результаті на атом діє послідовність імпульсів стоячої хвилі, у пучностях якої відбувається полонення холодних атомів – добре відоме явище, що спостерігається у стаціонарному полі монохроматичної стоячої хвилі [3].

10. Висновки

Ми показали, що імпульсна дифузія (розмиття розподілу за імпульсами у ансамблі атомів) у резонансному полі послідовностей зустрічних π або

близьких до π імпульсів, що формують пастку для атомів, суттєво залежить від відношення періоду повторення імпульсів до часу спонтанного випромінювання. При $\gamma T \sim 1$ можна утримувати атом у пастці не менше 0,1 с. При розрахунку руху наночастинок у пастці за умови $\gamma T \sim 1$ нами не помічено зростання амплітуди їх коливального руху відносно центра пастки.

У нерезонансному полі можливий такий підбір відстроювання несучої частоти світлових імпульсів і γT , за яких амплітуда коливань атома у пастці значно зменшується, у зв'язку з чим температура ансамблю атомів може знизитися майже до доплерівської межі охолодження. У результаті атоми локалізуються біля пучностей нестационарної стоячої хвилі, сформованої зустрічними світловими імпульсами поблизу їх "зіткнення". Оскільки поле діє на атом лише протягом короткого часу, імпульсна світлова пастка може бути використана для прецизійних спектроскопічних досліджень. Зокрема, вона може бути застосована для утримання атомів чи іонів торію-229 при розробці стандарту частоти на основі оптичного ядерного переходу [26, 27]. Іншим можливим застосуванням пастки на основі зустрічних світлових імпульсів може бути маніпулювання наночастинами, які містять невелику частку ($\sim 0,1\%$ і менше) атомів з частотою переходу, близькою до несучої частоти світлових імпульсів.

Робота виконана за темами ДЦНТП "Нанотехнології та наноматеріали" 1.1.4.13, 3.5.1.2 та за проектом Ф40.2/039 Державного фонду фундаментальних досліджень України.

1. В.Г. Миногин, В.С. Летохов, *Давление лазерного излучения на атомы* (Наука, Москва, 1986).
2. А.П. Казанцев, Г.И. Сурдутович, В.П. Яковлев, *Механическое действие света на атомы* (Наука, Москва, 1991).
3. Б.Д. Павлик, *Холодные и ультрахолодные атомы* (Наукова думка, Київ, 1993).
4. H.J. Metcalf and P. van der Stratten, *Laser Cooling and Trapping* (Springer, Berlin, 1999).
5. S. Chu, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 685 (1998).
6. S.N. Cohen-Tannoudji, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 707 (1998).
7. W.D. Phillips, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721 (1998).
8. V.I. Balykin, V.G. Minogin, and V.S. Letokhov, *Rep. Prog. Phys.* **63**, 1429 (2000).
9. T.G.M. Freegarde, J. Waltz, and W. Hänsch, *Opt. Commun.* **117**, 262 (1995).

10. A. Goepfert, I. Bloch, D. Haubrich, F. Lison, R. Schütze, R. Wynands, and D. Meshede, *Phys. Rev. A* **56**, R3345 (1997).
11. V.I. Balykin, *JETP Lett.* **81**, 206 (2005).
12. V.I. Romanenko and L.P. Yatsenko, *J. Phys. B* **44**, 115305 (2011).
13. В.І. Романенко, Л.П. Яценко, *УФЖ* **57**, 893 (2012).
14. А.П. Казанцев, *ЖЭТФ* **66**, 1599 (1974).
15. В.С. Войцехович, М.В. Данилейко, А.М. Негрійко, В.І. Романенко, Л.П. Яценко, *ЖЭТФ* **99**, 393 (1991).
16. А.М. Негрійко, В.І. Романенко, Л.П. Яценко, *Динаміка атомів і молекул в когерентних лазерних полях* (Наукова Думка, Київ, 2008).
17. V.S. Letokhov, V.G. Minogin, B.D. Pavlik, *Opt. Commun.* **19**, 72 (1976).
18. В.С. Летохов, В.Г. Миногин, Б.Д. Павлик, *ЖЭТФ* **72**, 1328 (1977).
19. K. Mølmer, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2301 (1991).
20. C. Mølmer, Y. Castin, and J. Dalibard, *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 524 (1993).
21. K. Bergmann, H. Theur, and B.W. Shore, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 1003 (1998).
22. N.V. Vitanov, T. Halfmann, B.W. Shore, and K. Bergmann, *Annu. Rev. Phys. Chem.* **52**, 763 (2001).
23. В.І. Романенко, *УФЖ* **51**, 1054 (2006).
24. B.W. Shore, *The Theory of Coherent Atomic Excitation, Vol. 1: Simple Atoms and Fields* (Wiley, New York, 1990).
25. И.М. Соболев, *Численные методы Монте-Карло* (Наука, Москва, 1973).
26. E. Peik and Ch. Tamm, *Europhys. Lett.* **61**, 181 (2003).
27. E. Peik, K. Zimmermann, M. Okhapkin, and Ch. Tamm, in *Proceedings of the 7th Symposium on Frequency Standards and Metrology*, edited by L. Maleki (World Scientific, Singapore, 2009), p. 532.

Одержано 27.08.12

В.І. Романенко, А.В. Романенко,
Е.Г. Удовичка, Л.П. Яценко

ИМПУЛЬСНАЯ ДИФФУЗИЯ АТОМОВ И НАНОЧАСТИЦ В ОПТИЧЕСКОЙ ЛОВУШКЕ, ОБРАЗОВАННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯМИ ВСТРЕЧНЫХ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ

Резюме

Рассмотрено движение атомов и наночастиц в ловушке, образованной последовательностями встречных световых импульсов. Состояние атома описывается волновой функцией, построенной с помощью метода Монте-Карло, его движение – классической механикой. Оценено влияние импульсной диффузии, обусловленной спонтанным излучением возбужденных атомов и импульсным характером взаимодействия атома с полем, на движение атома или наночастицы в ловушке. Показано, что при надлежаще выбранных параметрах взаимодействия атома с полем движение атома в ловушке тормозится, и он колеблется около пу-

чностей нестационарной стоячей волны, сформированной встречными световыми импульсами вблизи точки, где они “сталкиваются”.

*V.I. Romanenko, A.V. Romanenko,
Ye.G. Udovitskaya, L.P. Yatsenko*

MOMENTUM DIFFUSION
OF ATOMS AND NANOPARTICLES
IN AN OPTICAL TRAP FORMED BY SEQUENCES
OF COUNTER-PROPAGATING LIGHT PULSES

S u m m a r y

The motion of atoms and nanoparticles in a trap formed by sequences of counter-propagating light pulses has been

analyzed. The atomic state is described by a wave function constructed with the use of the Monte Carlo method, whereas the atomic motion is considered in the framework of classical mechanics. The effects of the momentum diffusion associated with the spontaneous radiation emission by excited atoms and the pulsed character of the atom-to-field interaction on the motion of a trapped atom or nanoparticle are estimated. The motion of a trapped atom is shown to be slowed down for properly chosen parameters of the atom-to-field interaction, so that the atom oscillates around the antinodes of a non-stationary standing wave formed by counter-propagating light pulses at the point where they “collide”.