

Б.І. ЛЕВ,¹ В.П. ОСТРОУХ,² В.Б. ТИМЧИШИН,¹ А.Г. ЗАГОРОДНІЙ¹

¹ Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України
(Вул. Метрологічна, 14b, Київ 03680; e-mail: blev@bitp.kiev.ua)

² Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
(Просп. Глушкова, 4, Київ 03187; e-mail: v.ostroukh@yandex.ua)

РОЗПОДІЛ ЕЛЕКТРОНІВ НА ДЕФОРМОВАНІЙ ПОВЕРХНІ РІДКОГО ГЕЛІЮ

УДК 539

Запропоновано просту квазікласичну модель для опису електронів на поверхні рідкого гелію в зовнішньому електричному полі. В межах моделі приймається до уваги енергія електростатичної взаємодії з урахуванням поляризації середовища та міжелектронної взаємодії, пов'язаної з деформацією поверхні. Дається пояснення деяких ефектів, що спостерігаються експериментально. В тому числі приводиться спосіб чисельного розрахунку неоднорідностей розподілу заряду у зовнішньому полі. Отримані результати можуть бути використані для пояснення особливостей функції розподілу електронів, що вимірюється експериментально.

Ключові слова: рідкий гелій, електрони, баблон, двовимірна система електронів.

Останнім часом значну увагу було привернено до експериментального та теоретичного вивчення низькорозмірних кулонівських систем. Такі системи широко представлені в експериментах емульсіями, гелями, полімерами, колоїдними розчинами і т.д. Значну увагу привертає особливий випадок електронів на поверхні діелектричного середовища [1, 2]. Вивчення цих систем несе в собі не лише академічний інтерес, а може мати і певні практичні застосування. Наприклад, запропоновано використовувати електрони на діелектричній поверхні для квантових обчислень [5].

Можливість створення двовимірної системи на поверхні діелектричного середовища було передбачено [1, 2, 6]. Перші експерименти було проведено роком пізніше [7]. Двовимірні системи електронів все ще інтенсивно вивчаються і отримано багато цікавих результатів. Скажімо, перша експериментальна реалізація вігнерівського кристала, передбаченого у широковідомій роботі [3],

була отримана в системі електронів на поверхні рідкого гелію [4]. Обговоримо деякі властивості таких систем. Електрони, локалізовані на діелектричній поверхні, мають всього два степеня свободи [8, 9]. Вони можуть існувати у формі рідини, або вігнерівського кристала [3, 4, 10]. Деякі цікаві ефекти викликані деформаційною нестабільністю поверхні рідкого гелію, що виконує, наприклад, фазовий перехід між трикутною та квадратною ґратками Вігнера [11]. Електрони на поверхні рідкого гелію локалізуються у макроскопічних лунках коли електричне поле, перпендикулярне до поверхні, перевищує критичне значення. Такі лунки формують двовимірну гексагональну ґратку [12]. Було досліджено фазові переходи від однорідного двовимірного розподілу зарядів до режиму модульованої густини заряду і виявлено ефект гістерезису, що означає, що перехід є розривним [13].

Сучасні дослідження в області низькорозмірних систем електронів в основному ґрунтуються на квантовій теорії поля [14] і теорії скейлінгу [15]. Наприклад, властивості електронного транспорту

© Б.І. ЛЕВ, В.П. ОСТРОУХ, В.Б. ТИМЧИШИН,
А.Г. ЗАГОРОДНІЙ, 2015

в гетероструктурах і структури сформовані електронами на поверхні рідкого гелію можуть вивчатися зі застосуванням методів квантової теорії поля [16]. Відповідно теорію скейлінгу було розроблено у [17]. Тим не менше, ці моделі доволі складні для аналізу і потребують значної кількості обчислень. Тому було б надзвичайно зручно представити простішу квазікласичну модель класу [18, 19], яка могла би бути ефективною для опису властивостей низькорозмірної системи електронів. Основною метою представленої роботи є отримання такої моделі для опису поведінки електронів на поверхні рідкого гелію.

Загальновідомо, що електрон притягується до поверхні довільного діелектричного середовища [20]. Але в додаток до притягуючої частини зв'язуючого потенціалу електрон-гелій є і відштовхуюча частина. Електрони не можуть просто пройти крізь поверхню, оскільки виштовхуються через квантові ефекти [8, 21–23]. Це означає, що електрони “плавають” над поверхнею рідкого гелію. У присутності зовнішнього поля електрони притискаються до поверхні гелію з силою, що на багато порядків перевищує гравітаційну. Тому, як показано у [11], притискаюче поле приводить до деформації поверхні в місці знаходження кожного електрона і таким чином індукуює притягання між електронами. У [11] поведінку системи описано у термінах змагання між відштовхувальною кулонівською взаємодією та індукованою поверхнею притягуючою взаємодією між окремими електронами.

Система електронів “плаваючих” над поверхнею рідкого гелію цікава як представник широкого класу систем з кулонівським типом взаємодії. Такі системи можуть значно відрізнятися за фізичними властивостями, але їх міжчастинкова взаємодія нагадує кулонівську. Одним з багатьох прикладів може бути запилена плазма. Електрони на поверхні рідкого гелію та пилові частинки в плазмі доволі схожі. Частинки пилу навіть можуть формувати деякі стабільні періодичні структури схожі з вігнерівським кристалом і піддаватися плавленню чи кристалізації [18, 24–26].

У цій статті ми спробуємо розглянути електрони на поверхні рідкого гелію способом більш типовим для систем кулонівського типу. З іншого боку, розвинемо весь необхідний формалізм ґрунтуючись на сучасних дослідженнях в області стати-

стичного опису рівноваги в системах такого виду в термінах наближення середнього поля [18]. Ці методи будуть використані, щоб розвинути деяку просту квазікласичну модель, що описує поведінку електронів і може передбачити параметри структур, які вони формують залежно від напруженості зовнішнього електричного поля та температури. Як результат, отримаємо функцію розподілу електронів і умови за яких розподіл змінюється з однорідного на періодичний. Отримані результати можуть бути легко узагальнені на випадок тривимірної системи використовуючи відповідні вирази для енергії взаємодії. Це є додатковою перевагою запропонованої моделі, яка надає більш простий опис властивостей систем кулонівського типу, ніж такий, отриманий з використанням більш складного формалізму [18, 19]. Ще однією важливою різницею між нашою роботою та результатами, отриманими раніше, є те, що ми в той самий час враховуємо додаткові ефекти такі, як поляризація середовища та взаємодія через деформацію поверхні.

Наш теоретичний опис включає вільну енергію, записану в термінах функції розподілу густини в наближенні середнього поля. В принципі, вільна енергія складається з двох частин:

$$F = F_{\text{int}} + F_s. \quad (1)$$

Перша частина вільної енергії, яка генерує взаємодію між електронами, може бути записана як

$$F_{\text{int}} = \iiint_{-L}^{+L} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \rho(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')V(\mathbf{r} - \mathbf{r}')d\mathbf{r}d\mathbf{r}', \quad (2)$$

де $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ – енергія взаємодії між електронами на поверхні. Ентропійна частина F_s вільної енергії може бути записана у стандартній формі [30]:

$$F_s = kT \int \{\rho(\mathbf{r}) \ln \rho(\mathbf{r}) + [1 - \rho(\mathbf{r})] \ln [1 - \rho(\mathbf{r})]\} d\mathbf{r}. \quad (3)$$

Взаємодія між електронами складається з двох частин $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = V_{e-e}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + V_{\text{def}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, тобто прямої електростатичної взаємодії та взаємодії через деформацію поверхні [11]. Більш детально обговорення взаємодій електрон-електрон та електрон-гелій так само, як виразу для V_{e-e} , можна знайти у [21]. Щодо останнього доданка V_{def} посилаємось на [11].

Всі ці доданки можуть розглядатися як двовимірні. Звичайно ж, існує певний внесок, викликаний третім виміром. Але також відомо, що цим внеском можна знехтувати і вважати, що всі електрони знаходяться на одній відстані над поверхнею гелію [8]. Саме тому всі подальші розрахунки було виконано у двовимірній моделі. Будь-який внесок в дію, викликаний третім виміром, вважається константою і не впливає на мінімізацію функціонала.

Відповідно до [11] пряма енергія взаємодії електронів може бути представлена як

$$V_{e-e}(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{4\Lambda_s}{\sqrt{r^2 + (2d)^2}},$$

$$\Lambda_s = \frac{\epsilon_s - \epsilon_{\text{He}}}{16\pi\epsilon_0(\epsilon_s + \epsilon_{\text{He}})} e^2. \quad (4)$$

Тут ϵ_s і ϵ_{He} – діелектричні сталі для підкладки та для рідкого гелію відповідно, r – відстань між електронами, d – товщина плівки гелію. Перший доданок пов'язаний зі звичайною кулонівською взаємодією, а другий є результатом поляризації рідкого гелію та підкладки. Наша пряма взаємодія відмінна від такої у [11] своїм другим доданком, що приймає до уваги поляризацію середовища, викликану електронами.

Локалізація електронів на поверхні гелію топологічна в тому розумінні, що поверхня рідкого гелію деформується, виказуючи періодичні впадини та піки так, що для електронів куди більш імовірно опинитися спійманими всередині впадин. Капілярна взаємодія між двома частинкам дана в [11]:

$$V_{\text{def}}(r) \propto \frac{f^2}{2\pi\sigma} K_0(\lambda r) = c(E^2) K_0(\lambda r).$$

Тут $f = eE$ – реальна сила, що діє на кожен частинку, σ – поверхневий натяг, r – відстань між частинками, K_0 – модифікована функція Бесселя, а λ – капілярна довжина, яка залежить лише від властивостей рідини. За відсутності зовнішнього поля деформації поверхні малі, але зовнішнє електричне поле викликає значніші деформації і змінює енергію взаємодії між електронами через деформацію поверхні гелію. Коефіцієнт капілярної взаємодії $c(E^2)$ буде залежним від зовнішнього електричного поля.

Через далекодіючу природу кулоноподібних сил граничні умови можуть помітно змінити резуль-

тат, оскільки частинки починають “відчувати” розміри системи. Більше того, вони привносять обмеження на властивості функції густини, що полегшує не тільки аналітичні, а й чисельні розрахунки. У [27–29] було вибрано експоненційно спадний потенціал, тож границі можна було ігнорувати. Але для системи, що розглядається, вони повинні бути враховні.

Ми вважаємо, що систему розміщено у квадратному “металічному ящику” розмірами $-L \dots L$. Таке припущення розумне, оскільки всі експерименти проводяться для систем між заземленими металічними пластинами. Звичайно ми могли би очікувати, що електрони покинуть систему через заземлені стінки. Але витік електронів через границі недопускається “захисним кільцем” та “захисним потенціалом” [21]. Ми допускаємо, що такий “захисний потенціал” діє лише на електрони поблизу стінки і може бути знехтуваний всюди решту [22]. Наявність такого кільця означає в нашій моделі лише те, що заряд у такій системі можна розглядати як сталий, але це не порушує граничних умов, які повинні бути узгодженими з принципом відображень. Це робить наші обчислення неточними поблизу границі, але збурення густини, в яких ми зацікавлені, виникають також і на відстані від “стінок”.

Тепер необхідно пояснити деякі особливості отриманих результатів, оскільки вони можуть виглядати неінтуїтивними. Може здаватися, що електрони повинні бути “розмазаними” вздовж стінок. Але це невірно. Електрони притягаються стінками, але чим більше електронів розміститься біля стінки, тим менше туди будуть притягуватися інші. Якщо ми згадаємо, що електрони не можуть підійти до стінки ближче, ніж дозволяє “захисне кільце”, то зможемо зробити висновок про те, що мінімум потенціальної енергії, навіть враховуючи лише кулонівську взаємодію, не буде досягати, коли всі електрони на границі поблизу стінки, оскільки відстань між ними буде “близькою до нуля”, а відстань між ними та їх зображенням – ні. Тож деякі з них повинні знаходитись на відстані від стінок. Це означає, що ми повинні очікувати якийсь складний розподіл заряду в системі.

Тепер давайте розглянемо деяку математичну модель, з якою будемо працювати. Відповідно до класичної електродинаміки може бути показано, що поряд з реально існуючими зарядами ми по-

винні брати до уваги також уявні (принцип зображень) при обчисленні загальної потенціальної енергії. Щоб зробити наші розрахунки простішими ми аналітично продовжимо функцію розподілу густини до $(-\infty; \infty)$. Більше того, ми вимагаємо її симетрію (відповідно до симетрії системи) і антиперіодичність (у відповідності до металевих стінок):

$$\rho(x; y) = \sum_{i,j=0}^{\infty} C_{i,j} \cos(x\alpha_i) \cos(y\alpha_j), \quad (5)$$

де $\alpha_i = (\pi/2L)[2i + 1]$. Ми залишаємо читачеві доведення того факту, що густина заряду $e\rho(x; y)$ у формі (5) автоматично задовольняє принцип симетрії ($e\rho(x; y) = e\rho(-x; y) = e\rho(x; -y) = e\rho(y; -x)$) і, більше того, коли $|x| > L$ або $|y| > L$ $e\rho(x; y)$ може розглядатися як значення густини уявних зарядів, наприклад, $e\rho(L - x; y) = -e\rho(L + x; y)$. Кожна функція що задовольняє такі умови може бути представлена у формі згаданого ряду.

Виконуючи заміну змінних у (2) $x' \rightarrow \chi = x - x'$, $y' \rightarrow \gamma = y - y'$ і, приймаючи до уваги те, що V у нашому випадку залежить від $|r - r'|$, отримуємо:

$$F_{\text{int}} \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-L}^{+L} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-L}^{+L} \rho(x; y) \rho(x - \chi; y - \gamma) dx dy V(\chi; \gamma) d\chi d\gamma.$$

Внутрішній інтеграл має межі від $-L$ до $+L$, оскільки ми повинні проінтегрувати по всій системі. З іншого боку, зовнішній інтеграл має границі від $-\infty$ до $+\infty$, оскільки необхідно врахувати уявні заряди. Кожен електрон має безмежну кількість зображень і обчислення енергії системи вимагає всіх їх врахувати. Рівність у даному рівнянні нестрога через наявність доданка у V , який не пов'язаний з електростатичними силами (4). Все ж можна зауважити, що доданок доволі "короткодійний", тож з невеликою похибкою можна інтегрувати в нескінченних границях і його.

Підставляючи (5) в попереднє рівняння та розкладаючи за відомою тригонометричною формулою $\cos([x - \chi]\alpha_i)$ та $\cos([y - \gamma]\alpha_j)$, а також враховуючи

$$\int_{-L}^{+L} \cos(x\alpha_i) \sin(x\alpha_j) dx = 0,$$

250

$$\int_{-L}^{+L} \cos(x\alpha_i) \cos(x\alpha_j) dx = \delta_{i,j},$$

може бути показано, що (2) можна записати як:

$$F_{e-e} = \sum_{i,j=0}^{\infty} C_{i,j}^2 k_{i,j}, \quad (6)$$

де $k_{i,j}$ залежить лише від $\varepsilon_{\text{не}}$, ε_s , L та d :

$$k_{i,j} = \iint_{-\infty}^{+\infty} \cos(\chi\alpha_i) \cos(\gamma\alpha_j) V(\chi; \gamma) d\chi d\gamma.$$

Необхідно нагадати, що заряд у такій системі сталий. Отже повинно бути $Q_{\text{total}} = \iint_{-L}^{+L} \rho(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$. З урахуванням $\rho(\mathbf{r})$ можливо показати, що попередній вираз можна спростити до $Q_{\text{total}} = \sum_{i,j=0}^{\infty} C_{i,j} q_{i,j}$, де $q_{i,j}$ залежить лише від L .

З цього місця можна надати перевагу використанню чисельних методів. Беручи до уваги попередній результат вільна енергія F може бути мінімізована з застосуванням методу найшвидшого спуску. Цей метод було вибрано як найбільш вдалий через його простоту і малу обчислювальну складність, що робить можливою роботу з великою кількістю змінних $C_{i,j}$. Оскільки ми не будемо вдаватися в технічні деталі, то для читачів, що не знайомі з методом найшвидшого спуску, рекомендуємо звернутися до відповідної літератури (наприклад, [31]). Але необхідно згадати, що існують певні особливості використання методу найшвидшого спуску у даній роботі.

Метод може знаходити значення змінних, за яких деяка функція досягає мінімуму. Але в даному випадку нас цікавить мінімум функціонала а не функції. Розкладаючи $\rho(\mathbf{r})$ в ряд Фур'є і підставляючи в функціонал, зводимо проблему до знаходження коефіцієнтів ряду Фур'є. Звичайно цих коефіцієнтів нескінченна кількість, тож ми обмежимо себе першими N . Чим більше коефіцієнтів ми візьмемо, тим більш точним буде результат після процедури мінімізації (у даній роботі було взято 10^4 коефіцієнтів), але лише доки ми матимемо все ще значну кількість електронів на один період останнього доданка розкладу, щоб все ще можна було використовувати неперервне наближення. Фізичні параметри було взято такими [22]: $L = 1$ см;

$\varepsilon_s = 11$ (кремній); $d = 0,1$ см. Іншою особливістю є те, що ρ повинно бути невід'ємним, тож на кожному кроці методу найшвидшого спуску перевіряється знак $\rho(x; y)$. Відповідно до цього, отримуємо певні значення коефіцієнтів $C_{i;j}$, що мінімізують вільну енергію F .

Результатом є те, що без зовнішнього поля електрони формують двовимірну періодичну структуру, якщо тільки температура достатньо низька (рис. 1). Більш світлі зони відповідають більш високим концентраціям електронів (більша імовірність знайти там електрон). Отримані результати означають, що основний стан системи електронів на поверхні рідкого гелію не є однорідним кристалом Вігнера. Густина електронів, а також період ґратки Вігнера періодично модулюються. Також така форма поверхні може розглядатися як вігнерівський кристал, сформований електронними лунками, якщо ми мислимо їх як квазічастинки. Зростання температури робить можливим спостереження деякого розмиття функції розподілу густини, що цілком узгоджується з нашою інтуїцією (рис. 2). Через заземлені границі функція розподілу частинок там завжди нульова, тож ми не можемо очікувати, що рівномірний розподіл буде схожий на константу. Тим не менше при зростанні температури він прямує до цього.

Ми вже згадували, що деякі неоднорідності розподілу електронів на поверхні рідкого гелію існують навіть без зовнішнього поля. Вмикаючи зовнішнє поле можна лише поглибити різницю між локальними максимумами та мінімумами функції розподілу електронів. Моделювання на комп'ютері знову підтверджує інтуїтивну здогадку і показує певне загострення піків функції розподілу (рис. 3). Це означає, що електрони збираються разом через деяке додаткове притягання, викликане деформаціями плівки гелію. Зовнішнє поле втискає електрони в рідкий гелій, але через певні квантові ефекти вони звідти виштовхуються. Тож електрони заставляють плівку гелію "відчувати" зовнішнє поле та деформуватися відповідно до нього. Звичайно ж, зони з вищими концентраціями піддаються сильнішим деформаціям, ніж такі з меншими концентраціями частинок. Деформації плівки гелію приводять до наявності додаткових доданків у вільній енергії системи. Тож деформації плівки рідкого гелію зовнішнім полем являють собою не лише трохи "загострену" версію

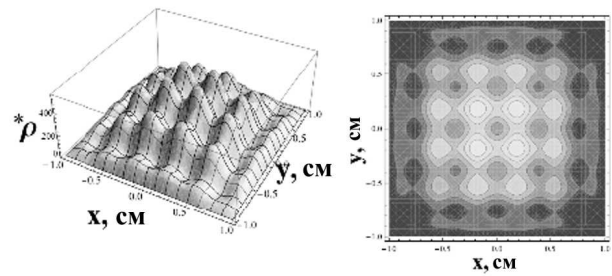


Рис. 1. Графік функції розподілу електронів: $T = 0,02$ К, $*\rho = \rho L^2 / Q_{total} \cdot 100\%$, немає зовнішнього поля

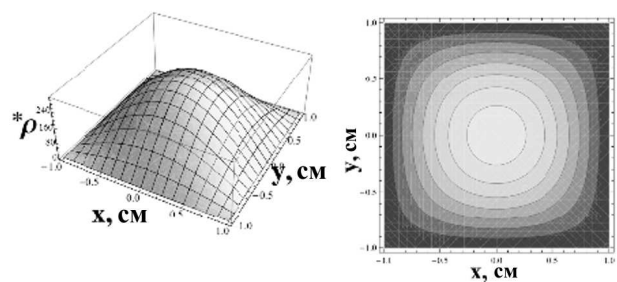


Рис. 2. Графік функції розподілу електронів: $T = 0,4$ К, $*\rho = \rho L^2 / Q_{total} \cdot 100\%$, немає зовнішнього поля

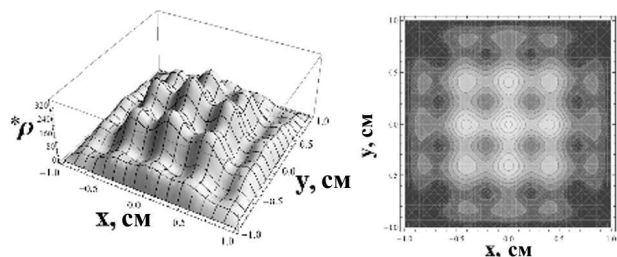


Рис. 3. Графік функції розподілу електронів: $T = 0,02$ К, $E = 1,4 \cdot 10^5$ В/м, $*\rho = \rho L^2 / Q_{total} \cdot 100\%$

себе без зовнішнього поля, швидше система повинна знайти певну форму поверхні рідкого гелію, що мінімізує загальну вільну енергію і може якісно відрізнитися від такої без поля. На рис. 3 показано, що окрім загострення локальних максимуми та мінімуми зсуваються. Коли густина електронів достатньо велика вони можуть бути втиснуті всередину гелію і сформувати щось схоже на бульбашку з електронами (баблон). Така поведінка не може бути взята до уваги в нашій моделі, але деякі відповідні оцінки можна зробити.

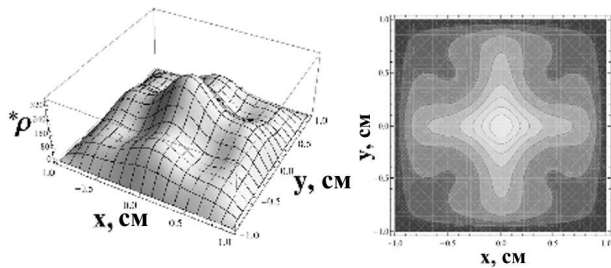


Рис. 4. Графік функції розподілу електронів: $T = 0,02$ К, $E = 2 \cdot 10^5$ В/м, $*\rho = \rho L^2 / Q_{\text{total}} \cdot 100\%$

Допустимо, що концентрація електронів достатньо мала, а зовнішнє поле стає все більш і більш сильним. Чисельне моделювання показує, що якщо зовнішнє поле достатньо сильне, то стає можливим зібрати майже всі електрони в центрі плівки гелію (рис. 4). Ми бачимо, що така функція випукла подібно до випадку високої температури та відсутності поля. Головною відмінністю між двома функціями розподілу є те, що в першому випадку функція розподілу дуже гостра, а у другому намагається стати константою (рис. 2).

Ми можемо зробити висновок про те, що можна побудувати просту квазікласичну модель, використовуючи ефективний потенціал для електронів на поверхні рідкого гелію як деякі емпіричні дані. Ця модель передбачає певні ефекти, що можуть спостерігатися для електронів на поверхні рідкого гелію. З іншого боку, вона достатньо проста, а отже може розглядатися без застосування кластерів, чи інших потужних комп'ютерних засобів. Більше того, після деяких додаткових спрощень її можна розглядати аналітично. Ми очікуємо, що функція розподілу електронів на поверхні рідкого гелію може бути виміряна сучасними експериментальними методами і стане можливим порівняти наші результати з експериментальними даними.

Ми вдячні за об'єднаний грант Російського Фонду Фундаментальних Досліджень та Національної Академії Наук України.

1. M.W. Cole, Phys. Rev. B **2**, 4239 (1970).
2. M.W. Cole and M.H. Cohen, Phys. Rev. Lett. **23**, 1238 (1969).
3. E. Wigner, Phys. Rev. **46**, 1002 (1934).
4. C.C. Grimes, and G. Adams, Phys. Rev. Lett. **42**, 795 (1979).

5. P.M. Platzman and M.I. Dykman, Science **284**, 1967 (1999).
6. V.B. Shikin, Sov. Phys. JETP **31**, 936 (1970).
7. F.I.B. Williams, R.S. Crandall, and A.H. Willis, Phys. Rev. Lett. **26**, 7 (1971).
8. В.С. Эдельман, Успехи физических наук **130**, 675 (1980).
9. T. Ando, A. Fowler, and F. Stern, Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982).
10. P.M. Platzman and H. Fukuyama, Phys. Rev. B **10**, 3150 (1974).
11. M. Haque, I. Paul, and S. Pankov, Phys. Rev. B **68**, 045427 (2003).
12. P. Leiderer and M. Wanner, Phys. Lett. A **73**, 189 (1979).
13. W. Ebner and P. Leiderer, Phys. Lett. A **80**, 277 (1980).
14. J. Zinn-Justin, *Quantum Field Theory and Critical Phenomena* (Clarendon Press, Oxford, 1996).
15. D.J. Thouless, Phys. Rep. **13**, 93 (1974).
16. S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1995).
17. Yu.P. Monarkha and K. Kono, *Two-Dimensional Coulomb Liquids and Solids* (Springer, Berlin, 2004).
18. B.I. Lev and A.G. Zagorodny, Phys. Rev. E **84**, 061115 (2011).
19. B.I. Lev and A.Y. Zhugaevych, Phys. Rev. E **57**, 6460 (1998).
20. Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц, *Электродинамика сплошных сред* (Наука, Москва, 1982).
21. I. Skachko, *Phase diagram of a 2-dimensional electron system on the surface of liquid helium*, Ph.D. thesis, Rutgers, The State University of New Jersey (2006).
22. S. Koutsoumpos, *Surface State Electron Dynamics on Deformed Liquid Helium Films*, Ph.D. thesis, Konstanz (2010).
23. D.K. Lambert, *Electrons on the surface of liquid helium*, Ph.D. thesis, Lawrence Berkeley Laboratory (1979).
24. B.I. Lev and A.G. Zagorodny, Phys. Lett. A, **373**, 1101 (2009).
25. B.I. Lev, V.B. Tymchyshyn, and A.G. Zagorodny, Cond. Matter Phys. **12**, 1 (2009).
26. B.I. Lev, V.B. Tymchyshyn, and A.G. Zagorodny, Phys. Lett. A **375**, 593 (2011).
27. A.J. Archer, Phys. Rev. E **78**, 031402 (2008).
28. A. Imperio and L. Reatto, J. Chem. Phys. **124**, 164712 (2006).
29. A. Imperio and L. Reatto, Phys. Rev. E **76**, 040402 (2007).
30. B.I. Lev, V.P. Ostroukh, V.B. Tymchyshyn, and A.G. Zagorodny, arXiv:1308.3852 (2013).
31. Yu. Nesterov, *Introductory Lectures on Convex Optimization. A Basic Course* (Kluwer, Dordrecht, 2004).

Одержано 11.10.13

*Б.И. Лев, В.П. Остроух,
В.Б. Тимчишин, А.Г. Загородный*

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ
НА ДЕФОРМИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ
ЖИДКОГО ГЕЛИЯ

Резюме

Предложена простая квазиклассическая модель для описания электронов на поверхности жидкого гелия во внешнем электрическом поле. В рамках модели принимается во внимания энергия электростатического взаимодействия с учетом поляризации среды и межэлектронного взаимодействия, связанной с деформацией поверхности. Дается объяснение некоторых эффектов, наблюдаемых экспериментально. В том числе приводится способ численного расчета неоднородностей распределения заряда во внешнем поле. Полученные результаты могут быть использованы для объяснения особенностей функции распределения электронов, которая измеряется экспериментально.

*B.I. Lev, V.P. Ostroukh,
V.B. Tymchyshyn, A.G. Zagorodny*

ELECTRON
DISTRIBUTION ON A DEFORMED
LIQUID-HELIUM SURFACE

S u m m a r y

A simple quasiclassical statistical model for the description of electrons on a liquid-helium surface in an external electric field is proposed. The model involves the electrostatic interaction energy with due regards to the medium polarization and electron interactions associated with the surface deformation. The explanation of some phenomena observed in the experiments is given. In particular, a method for numerical calculation of inhomogeneities of the charge distribution in an external electric field is introduced. The obtained results can be used to explain the peculiarities of the electron distribution function measured in experiments.