

В.І. БОЙЧУК, І.В. БІЛИНСЬКИЙ, Р.І. ПАЗЮК

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка,  
кафедра теоретичної і прикладної фізики та комп'ютерного моделювання  
(Вул. Стрийська, 3, Дрогобич 82100; e-mail: ri.pazyuk@gmail.com)

## МІНІЗОННА ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЬ У НАДГРАТКАХ СФЕРИЧНИХ КВАНТОВИХ ТОЧОК ГЕТЕРОСИСТЕМИ InAs/GaAs

УДК 621.315.592

*В роботі досліджуються електричні властивості напівпровідникових наногетеросистем InAs/GaAs з 2D-надґратками сферичних квантових точок. Отримані залежності групової швидкості електронів від хвильового вектора та номера мінізони. Встановлено залежність рівня Фермі системи електронів в мінізонах від концентрації донорних домішок, енергії їх залягання та температури. Досліджено температурну залежність концентрації основних носіїв та електропровідності для різних значень концентрації та енергії залягання донорів.*

*Ключові слова:* квантова точка, надґратка, електронні стани, мінізона, електрична провідність.

### 1. Вступ

Створення штучних матеріалів із заданими фізичними властивостями, які не можуть бути знайдені в природі, є однією з найважливіших задач сучасної науки і техніки. Сучасні технології наноматеріалів дозволяють створювати системи з сотень і навіть тисяч нанорозмірних будівельних блоків з надзвичайно різноманітною структурою. Одним з найбільш перспективних таких будівельних блоків є напівпровідникові квантові точки (нанокристали), які часто називають "штучними атомами" через дискретний енергетичний спектр різних квазічастинок, таких як електрони (дірки), екситони [1–3].

Значний інтерес до нанокристалів в останні десятиліття пояснюється їхніми унікальними фізичними властивостями [4–7] і можливістю їх зміни шляхом варіювання об'єму нанокристалів.

Взаємодія нанокристалів (НК) між собою і зовнішніми електромагнітними полями залежить від розмірів, геометрії НК та наявності в них домішок

[8–13]. Ці залежності знайшли застосування в різних електронних і оптоелектронних пристроях, у тому числі в лазерах на НК [14–16], однофотонних джерелах [17–19], сонячних елементах [20–22] та фотоприймачах [23–25].

В останнє десятиліття значна увага дослідників звернута до багатобар'єрних та надґраткових наногетероструктур. У роботах [26–28], використовуючи моделі ефективних мас електрона та прямокутних потенціалів, розвинуто теорію електронної динамічної провідності для багатобар'єрних структур як плоскої, так і циліндричної форм.

Робота [29] присвячена дослідженню надґраток тунельно зв'язаних НК GaAs в матриці  $Al_xGa_{1-x}As$ , періодично розташованих вздовж еліптичного квантового дроту. Показано, що енергетичний спектр електрона у таких надґратках є рядом мінізон енергій, а положення та кількість цих мінізон визначаються розмірами НК. Ширина дозволених та заборонених мінізон залежить від товщини і висоти потенціальних бар'єрів.

У роботах [30, 31] представлено моделі тривимірних надґраток кубічної і тетрагональної НК

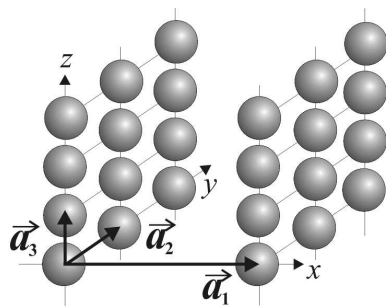


Рис. 1. Геометрична схема двовимірної надґратки сферичних нанокристалів

InAs/GaAs та Ge/Si. Обчислено електронний і фононний спектри таких надґраток. Досліджено залежність тензора ефективної маси електрона та провідності від основних параметрів надґратки. Встановлено, що властивості надґраток більш чутливі до міжточкових відстаней, ніж до форми НК.

Енергетичний спектр та оптичні властивості надґраток сферичних нанокристалів досліджувались у роботах [32, 33]. Розраховано енергетичний спектр електронів для 1s- та трьох 1p-підзон для різних радіусів НК та концентрацій Al в матриці Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As. Для різних поляризацій падаючого світла обчислено коефіцієнт міжпідзонного поглинання світла масиву одновимірних упорядкованих ланцюжків сферичних НК.

Запропоноване дослідження є логічним продовженням зазначених робіт. Розглянуто модель двовимірної надґраткової системи InAs/GaAs. Проведено аналіз залежності електропровідності від положення квазірівня Фермі та концентрації донорів в матриці.

## 2. Постановка задачі

Надґраткою вважаємо систему, в якій елементарною коміркою є прямокутна призма зі сторонами  $a_1, a_2, a_3$  (рис. 1). Якщо відстань між центрами нанокристалів у напрямку, наприклад, осі  $Ox$  ( $a_1$ ) збільшити настільки, що НК можна вважати незалежними, то таку систему називатимемо двовимірною надґраткою сферичних нанокристалів (НСНК). Розглянемо нанокристали InAs в матриці GaAs, коли в одній площині, наприклад,  $OYZ$ , сусідні НК вважаються взаємодіючими.

Для розрахунку енергетичного спектра електрона в гетероструктурі використаємо наближення ступінчатого потенціалу, а також будемо вважати, що ефективна маса електрона змінює своє значення на межі поділу у дуже малій області зміни координат. Тому потенціальна енергія та маса електрона мають вигляд:

$$V(r) = \begin{cases} -U_0, & r \leq R, \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (1)$$

$$m(r) = \begin{cases} m_1, & r \leq R, \\ m_2, & r > R, \end{cases} \quad U_0 > 0,$$

де  $r$  – відстань електрона від центра НК.

Рівняння Шредінгера сферичного НК за умов (1) розв'язується точно. Хвильові функції станів отримуємо у вигляді [32]:

$$\phi_\nu(\mathbf{r}) = \begin{cases} A j_l(kr), & r \leq R \\ B h_l^{(1)}(\chi r), & r > R \end{cases} Y_{lm}(\theta, \phi),$$

де  $k = \sqrt{\frac{2m_1(U_0 + E^0)}{\hbar^2}}$ ,  $\chi = \sqrt{\frac{2m_2 E^0}{\hbar^2}}$ ,  $E^0 < 0$ ,  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  – сферична функція,  $j_l(x)$ ,  $h_l^{(1)}(x)$  – функції Бесселя і Ханкеля відповідно. З умов “зшивання” хвильової функції, які враховують неперервність хвильової функції та потоку ймовірності, можна визначити енергію  $E_\nu^0$  квантових станів електрона в НК:

$$\begin{vmatrix} j_l(kR) & -h_l^{(1)}(\chi R) \\ \frac{1}{m_1} j_l'(kR) & -\frac{1}{m_2} h_l^{(1)'}(\chi R) \end{vmatrix} = 0. \quad (2)$$

Для того, щоб знайти енергетичний спектр і хвильові функції електрона НСНК, необхідно розв'язати рівняння Шредінгера з гамільтоніаном [32]:

$$\mathbf{H} = -\frac{\hbar^2}{2} \nabla \frac{1}{m(\mathbf{r})} \nabla + U(\mathbf{r}),$$

де  $U(\mathbf{r})$  – періодичний потенціал надґратки. Через близькість основних параметрів кристалів гетероструктури (сталі ґратки, діелектричних проникностей) виберемо потенціал  $U(\mathbf{r})$  у вигляді суми потенціалів нанокристалів:

$$U(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{n}} V(\mathbf{r} - \mathbf{n}),$$

де  $\mathbf{n} = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 + n_3 \mathbf{a}_3$ ,  $n_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Хвильова функція електрона  $\psi(\mathbf{r})$  надґратки повинна задовольняти умову:  $\psi(\mathbf{r} + \mathbf{n}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{n}}\psi(\mathbf{r})$ . Будемо цікавитись підбар'єрними енергетичними зонами надґратки – підзонами, енергія яких менша за висоту бар'єра на межі нанокристал-матриця. Розглядаємо такі розміри НК та відстані між ними, щоб інтеграли перекриття хвильових функцій сусідніх НК були малими. Тоді ширини різних типів підзон будуть значно меншими за відстані між ними. За таких умов при визначенні електронних законів дисперсії наближення сильного зв'язку дозволяє отримати не лише якісно, а й кількісно правильні результати [34]. Хвильову функцію електрона надґратки  $\psi(\mathbf{r})$  запишемо у вигляді:

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_{\nu} C_{\nu} e^{i\mathbf{k}\mathbf{n}} \phi_{\nu}(\mathbf{r} - \mathbf{n}), \quad (3)$$

де  $\phi_{\nu}(\mathbf{r})$  – власна функція оператора енергії електрона НК.

У наближенні найближчих сусідів отримаємо дисперсійне рівняння для енергії електронів надґратки:

$$\sum_{\nu} C_{\nu} \left[ (E_{\nu}^0 - E(\mathbf{k})) \left( \delta_{\nu\nu'} + 2 \sum_{i=1}^3 A_{\nu\nu'}^i \cos(k_i a_i) \right) + 2 \sum_{i=1}^3 (B_{\nu\nu'}^i + P_{\nu\nu'}^i \cos(k_i a_i)) \right] = 0, \quad (4)$$

де для зручності введено такі позначення:

$$\begin{aligned} A_{\nu\nu'}^i &= \int \phi_{\nu'}^*(\mathbf{r} - \mathbf{a}_i) \phi_{\nu}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \\ B_{\nu\nu'}^i &= \int \phi_{\nu'}^*(\mathbf{r}) V(|\mathbf{r} - \mathbf{a}_i|) \phi_{\nu}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \\ P_{\nu\nu'}^i &= \int \phi_{\nu'}^*(\mathbf{r} - \mathbf{a}_i) V(|\mathbf{r} - \mathbf{a}_i|) \phi_{\nu}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (5)$$

Заповнення електронних підзон надґратки з дисперсією  $E = E(\mathbf{k})$  можливе після легування гетеросистеми донорними домішками. Таке легування дасть можливість отримати систему електронів в стані термодинамічної рівноваги. Для створення напрямленого потоку носіїв заряду необхідно порушити симетрію функції розподілу [34], тобто ввести систему зарядів з рівноважного стану. Цього можна досягти, помістивши гетеросистему у зовнішнє електричне поле.

Якщо напруженість цього поля відносно невелика, то вектор густини струму визначається такою

загальною формулою:

$$\mathbf{j} = \frac{e^2 \tau(T)}{4\pi^3} \int \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial E} (\mathbf{v}, \nabla_{\mathbf{r}} \Phi) d\mathbf{k}, \quad (6)$$

де  $f$  – функція розподілу електронів,  $\mathbf{v}$  – їх середня швидкість,  $\tau(T)$  – час релаксації. Напруженість зовнішнього електростатичного поля виражається через скалярний потенціал ( $\mathbf{E} = -\nabla_{\mathbf{r}} \Phi$ ).

При обчисленні тензора провідності у надґратці з нанокристалами врахуємо внесок усіх заповнених електронних мінізон структури

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sum_n \sigma_{\alpha\beta}^{(n)}, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3. \quad (7)$$

Компоненти тензора провідності гетеросистеми представляються у вигляді:

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta}^{(n)} &= \frac{e^2 \tau(T)}{4\pi^3 k_B T} \iiint_{BZ} v_{\alpha}^{(n)}(k_1, k_2, k_3) v_{\beta}^{(n)}(k_1, k_2, k_3) \times \\ &\times \frac{\exp\left[\frac{E^{(n)}(k_1, k_2, k_3) - E_F}{k_B T}\right]}{\left\{ \exp\left[\frac{E^{(n)}(k_1, k_2, k_3) - E_F}{k_B T}\right] + 1 \right\}^2} dk_1 dk_2 dk_3. \end{aligned} \quad (8)$$

У формулі (8) введено позначення:  $e$  – заряд електрона,  $k_B$  – стала Больцмана,  $T$  – температура,  $E_F$  – рівень Фермі системи електронів,  $v_j^{(n)}(k_1, k_2, k_3)$  –  $j$  – складова вектора групової швидкості електрона  $n$ -підзони, а  $\mathbf{k}(k_1, k_2, k_3)$  – хвильовий вектор електрона. Інтегрування в (8) здійснюється по квазізоні Бріллюена.

Рівень Фермі знаходимо з умови електронейтральності гетеросистеми, тобто коли число електронів у електронних підзонах рівне числу дірок на донорних рівнях.

Розглянемо випадок легування одним типом одновалентних домішкових атомів. Тоді для визначення енергії Фермі, як функції температури, отримаємо рівняння:

$$\begin{aligned} \sum_{n, \mathbf{k}} \frac{2}{\exp\left(\frac{E^n(\mathbf{k}) - E_F}{k_B T}\right) + 1} &= \frac{n_D}{\exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_B T}\right) + 1} + \\ + \sum_{\mathbf{k}} \frac{2n_D}{\exp\left(\frac{E_F + E_G + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h}}{k_B T}\right) + 1}, \end{aligned} \quad (9)$$

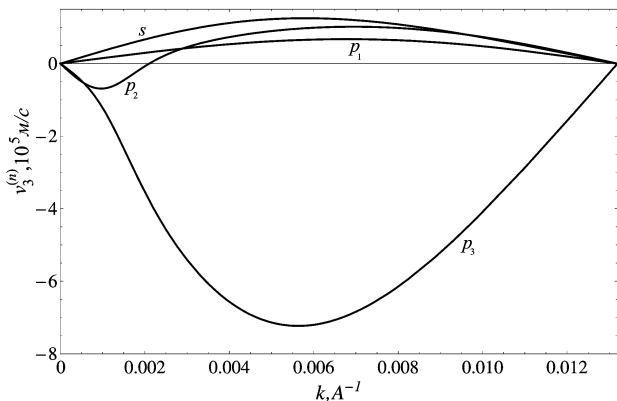


Рис. 2. Групова швидкість електронів для  $s$ -,  $p_1$ -,  $p_2$ -,  $p_3$ -підзон в 2D-надгратці InAs/GaAs сферичних НК з радіусом  $R = 60 \text{ \AA}$

де  $n_D$  – концентрація донорів,  $E_D$  – енергія донорного рівня,  $E_G$  – енергія забороненої зони,  $m_h$  – ефективна маса дірки.

Формула (8) вказує на те, що провідність  $\sigma_{\alpha\beta}^{(n)}$  визначається також часом релаксації  $\tau(T)$ . Більшість авторів для простоти припускають, що час релаксації  $\tau_0$  є сталим [30] і рівним, наприклад,  $\tau_0 = 10^{-12}$  с. При невеликих змінах температури таке припущення у першому наближенні є обґрунтованим. Однак, результати досліджень міжпідрівневого часу релаксації електронів в надгратках InAs/GaAs [35] показують значну нелінійну зміну його з температурою. Ця залежність  $\tau = \tau(T)$  зумовлена розсіюванням електронів як на фононах, так і на донорних центрах. Так, для кімнатної температури  $T = 300 \text{ K}$  –  $\tau_0 = 35$  пс, тоді як для  $T = 15 \text{ K}$  –  $\tau_0 = 347$  пс. Найбільша швидкість зміни спостерігається в діпазоні від 120 К до 200 К. Тому далі в роботі розрахунки проводились з врахуванням залежності  $\tau = \tau(T)$ .

З формули (8) видно також, що тензор електропровідності залежить від дисперсії електронів та їх групової швидкості. Групова швидкість електронів визначається номером мінізони структури та відповідним законом дисперсії  $E^n(\mathbf{k})$ :

$$v_\alpha^{(n)}(k_1, k_2, k_3) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E^{(n)}(k_1, k_2, k_3)}{\partial k_\alpha}. \quad (10)$$

Обчислимо для прикладу швидкості електрона  $s$ -,  $p_1$ -,  $p_2$ -,  $p_3$ -подібних підзон як функцію  $k_3$ -

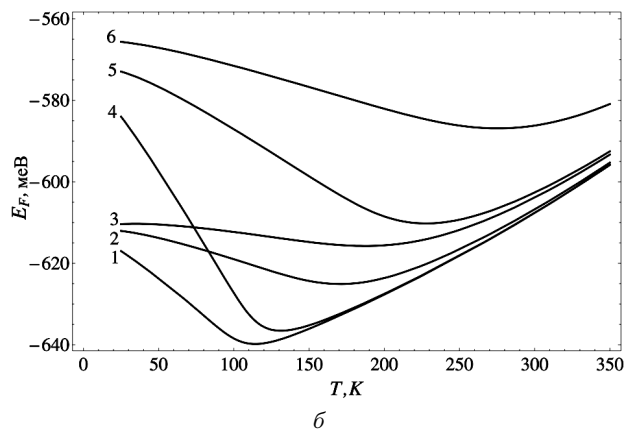
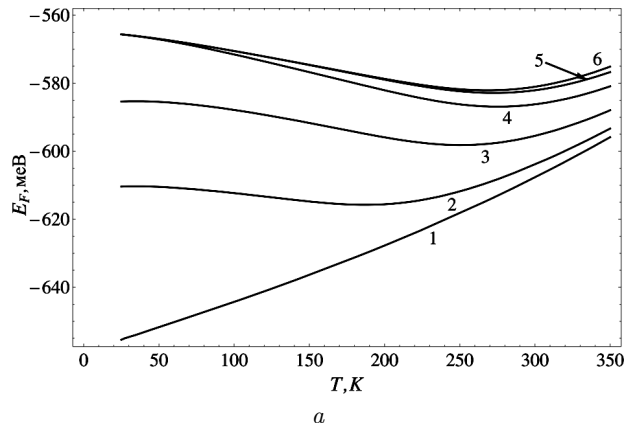


Рис. 3. Енергія Фермі 2D-надгратки InAs/GaAs з НК  $R = 60 \text{ \AA}$  як функція температури: а – кривим 1-6 відповідають значення  $E_D = -850, -650, -600, -550, -500, -300 \text{ meV}$  при  $n_D = 4,64 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ; б – кривим 1-3 відповідають значення  $n_D = 10^8, 10^{10}, 4,64 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  при  $E_D = -650 \text{ meV}$ , а кривим 4-6 – при  $E_D = -550 \text{ meV}$

складової хвильового вектора за умови рівності нулю інших проекцій хвильового вектора  $\mathbf{k}$  для 2D-надгратки.

### 3. Аналіз отриманих результатів

Конкретні числові розрахунки проведено для надграток гетеросистеми InAs/GaAs з такими параметрами:

$$m_{1e} = 0,023m_0, \quad m_{2e} = 0,0665m_0, \quad V_e = 0,775 \text{ eV}.$$

Для простоти вважаємо, що для 2D-надгратки  $a_2 = a_3 \equiv a \ll a_1$ ,  $a = 2R + d$ ,  $d = 6 \text{ \AA}$ .

На рис. 2 наведено залежність компонент групової швидкості електронів в надгратках InAs/GaAs

від хвильового вектора  $|k_z| \leq \pi/a$  для НК радіусом  $R = 60 \text{ \AA}$ . Видно, що групова швидкість при заданому хвильовому векторі електрона сильно залежить від індексу мінізони, так як функції  $E^{(n)} = E^{(n)}(\mathbf{k})$  для додатних значень проєкцій хвильового вектора мають різний характер.

Результати обчислень функції  $E_F = E_F(T)$  для різних величин концентрації донорів  $n_D$  та енергії  $E_D$  подано на рис. 3. На рис. 3, а криві температурних залежностей рівня Фермі наведені для концентрації домішок  $n_D = 4,64 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$  і різних значень енергії залягання донорного рівня  $E_D$ . За нульовий рівень енергії  $E_D$  вибрано енергію дна зони провідності матриці GaAs. З рисунка видно, що для значень  $E_D = -850, -650, -600, -550, -500, -300 \text{ меВ}$  (криві 1–6 відповідно) криві залежності  $E_F = E_F(T)$  мають характерні мінімуми. Обчислення показали, що при  $E_D > -550 \text{ меВ}$  (криві 4–6 на рис. 3, а) зміна енергії іонізації  $E_D$  практично не впливає на поведінку функції  $E_F(T)$ . Тоді як для  $E_D < -550 \text{ меВ}$  (криві 1–3) в області температур  $T < 200 \text{ К}$ , на відміну від кімнатних, спостерігається значна різниця між положеннями рівня Фермі.

Зміна концентрації донорних домішок  $n_D$  в матриці GaAs (рис. 3, б) призводить до того, що залежність  $E_F = E_F(T)$  стає більш суттєвою.

Зі зменшенням концентрації донорів  $n_D$  мінімум енергії  $E_F(T)$  збільшується за абсолютною величиною і зміщується в сторону нижчих температур (криві 1–3 і 4–6 на рис. 3, б). В цій області  $E_F = E_F(T)$  в основному визначається величиною енергії іонізації донорних рівнів  $E_D$ . Але при малих  $n_D$  зі збільшенням температури, вже при  $T > 150 \text{ К}$ , енергія Фермі перестає залежати від енергії донорів  $E_D$  (криві 1, 4). Така поведінка енергії рівня Фермі позначається на температурній залежності концентрації носіїв і, як наслідок, на електропровідності даної системи.

Нехай напруженість електричного поля направлена вздовж осі координат  $OZ$ , тобто паралельно вектору  $\mathbf{a}_3$  (рис. 1). Тоді для розглядуваної надґратки питома провідність  $\sigma$  дорівнює  $\sigma_{33}$ . Обчислення показали, що залежно від енергії донорних рівнів можливі два сценарії залежності концентрації носіїв струму  $n$  (рис. 4) та питомої провідності  $\sigma$  від температури (рис. 5). При енергії донорів  $E_D \leq \min E_{1s}(\mathbf{k}) = -574 \text{ меВ}$ , наприклад,  $E_D = -800 \text{ меВ}$ , електрони в  $p$ -підзонах практи-

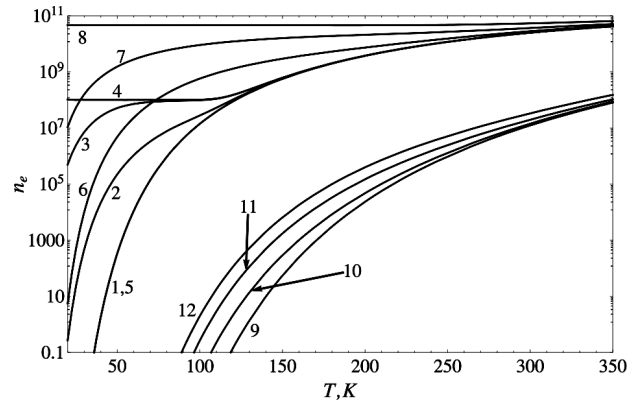
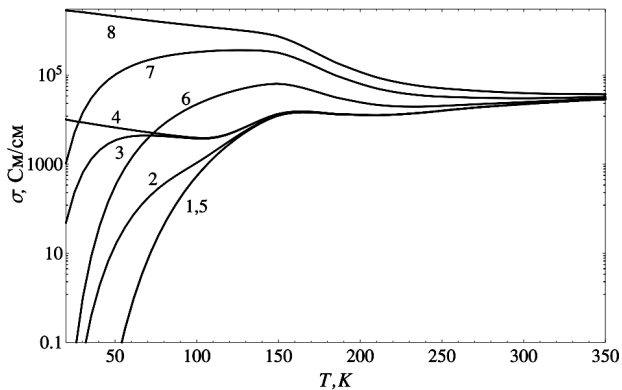


Рис. 4. Залежність концентрації носіїв струму 1s- та 1p-станів від температури 2D-надґратки InAs/GaAs з  $R = 60 \text{ \AA}$  при різних значеннях  $n_D$  та  $E_D$ : 1–4 – 1s-підзона при  $n_D = 10^8 \text{ см}^{-2}$ , криві 5–8 – 1s- та 9–12 – 1p-підзона при  $n_D = 4,64 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ; 1, 5, 9 – при  $E_D = -800 \text{ меВ}$ , 2, 6, 10 –  $E_D = -650 \text{ меВ}$ , 3, 7, 11 –  $E_D = -600 \text{ меВ}$ , 4, 8, 12 –  $E_D = -500 \text{ меВ}$

чно відсутні, а концентрація носіїв заряду  $n$  в  $s$ -підзоні монотонно зростає з температурою (рис. 4, криві 1–3, 5–7). При  $E_D < -574 \text{ меВ}$  для кожної концентрації домішок ( $n_D = 4,64 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ,  $n_D = 10^8 \text{ см}^{-2}$ ) існує область температур, при яких концентрація  $n$  в підзонах слабо змінюється при підвищенні температури (криві 4, 8). Подальше збільшення температури спричиняє зростання концентрації носіїв струму надґратки. Особливо чітко це видно при  $E_D = -500 \text{ меВ}$  та  $n_D = 10^8 \text{ см}^{-2}$  (крива 4), для якої характерне різке зростання концентрації  $n$  при  $T \geq 110 \text{ К}$ . Аналіз показує, що така поведінка функції  $n = n(T)$  зумовлена виникаючими при даних температурах електронними переходами з валентної зони у електронні підзони надґратки.

З рис. 4 видно також, що для певних температур поведінка функції  $n = n(T)$  при заданих концентраціях донорів  $n_D$  не залежить від енергії іонізації домішок. Зокрема, для  $n_D = 10^8 \text{ см}^{-2}$  значення функцій 1–4 збігаються вже при  $T > 135 \text{ К}$ , а для  $n_D = 4,64 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$  функції 5 ( $E_D = -800 \text{ меВ}$ ) та 6 ( $E_D = -650 \text{ меВ}$ ) стають рівними при  $T > 285 \text{ К}$ .

Питома провідність надґратки залежить як від концентрації та енергії донорів, так і температури (рис. 5). Враховуючи сказане вище, отримуємо, що для надґратки провідність в основному зумовлена рухом в електричному полі електронів 1s-



**Рис. 5.** Питома електропровідність 2D-надґратки InAs/GaAs з НК  $R = 60 \text{ \AA}$  як функція температури при різних значеннях  $n_D$ : 1-4 – відповідають значення  $n_D = 10^8 \text{ см}^{-2}$ , 5-8 –  $n_D = 4,64 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$  для  $E_D = -800, -650, -600, -500 \text{ меВ}$  відповідно

підзони. Крім концентрації електронів, величина питомої провідності визначається також значеннями рухливості зарядів.

З рис. 5 видно, що всі криві 1-8 в області температур  $130 \text{ K} < T < 170 \text{ K}$  мають характерний перегин, зумовлений різким зменшення часу релаксації в даному діапазоні температур. Як і для концентрації носіїв, маємо два типи залежностей питомої провідності від  $T$  при різних значеннях енергії  $E_D$ . Так, при  $E_D = -500 \text{ меВ}$  функція  $\sigma = \sigma(T)$  є спадною (криві 4, 8), а при  $E_D < -500 \text{ меВ}$  – монотонно зростаючою (криві 1-3, 5-7).

При температурах, близьких до кімнатної ( $T > 300 \text{ K}$ ), провідність слабо залежить від концентрації домішок  $n_D$ . Це можна пояснити тим, що при таких температурах суттєвими стають переходи електронів з валентної зони на електронні підзони зони провідності.

#### 4. Висновки

У роботі проведено аналіз електричних властивостей надґраток квантових точок InAs в матриці GaAs. Досліджено властивості надґраток з такими розмірами НК, коли існує декілька (1s- та 1p-подібних) електронних підбар'єрних підзон. Вважаємо, що носії струму в підзонах спричинені тепловими переходами з домішкових атомів гетероструктури та з валентних підзон (при високих температурах). Залежно від енергії залягання домішкових рівнів відносно дна зони провід-

ності напівпровідникової матриці отримано різні зміни питомої провідності надґратки від температури гетеросистеми та концентрації домішок. Встановлено, що від співвідношення між енергією залягання домішок та енергіями країв 1s-підзони електронів в системі можливі два типи залежності  $\sigma = \sigma(T)$ : в області малих та середніх температур (до кімнатних) провідність може зменшуватись при підвищенні температури, або навпаки – зростати. Отримано залежність  $\sigma = \sigma(T)$  при високих температурах, коли провідність стає біполярною (з участю як електронів, так і дірок).

Показано, що запропонована модель сильного зв'язку може адекватно описувати закони дисперсії електронів та дірок підбар'єрних підзон, бо наші результати узгоджуються з даними робіт, де використано інші моделі [26-31].

У роботі зроблено припущення, що НК InAs в матриці GaAs мають сферичну форму. Розуміючи певну умовність цього припущення, хочемо зазначити, що для малих розмірів НК ( $a \leq 6 \text{ нм}$ ) експериментально не завжди легко встановити істинну форму поверхні нанокристалів в матриці. Крім того, у наших роботах та роботах інших авторів показано, що при визначенні енергетичного спектра зарядів в НК найважливішим параметром є об'єм НК, а форма вносить лише поправку до енергії [12, 13, 35, 36]. Вибрана форма НК має ту перевагу, що ми можемо оперувати точними аналітичними виразами для хвильових функцій станів електронів та дірок в НК.

Проведені обчислення можна використати при вивченні фотоелектричних властивостей різних гетеросистем з періодично розташованими нанокристаллами.

1. I.D. Rukhlenko, D. Handapangoda, M. Premaratne, A.V. Fedorov, A.V. Baranov, C. Jagadish. Spontaneous emission of guided polaritons by quantum dot coupled to metallic nanowire: Beyond the dipole approximation. *Opt. Express* **17**, 17570 (2009) [DOI: 10.1364/OE.17.017570].
2. X.L. Wu, F.S. Xue. Optical transition in discrete levels of Si quantum dots. *Appl. Phys. Lett.* **84**, 2808 (2004) [DOI: /10.1063/1.1704872].
3. O.B. Shchekin, G. Park, D.L. Huffaker, D.G. Deppe. Discrete energy level separation and the threshold temperature dependence of quantum dot lasers. *Appl. Phys. Lett.* **77**, 466 (2000) [DOI: 10.1063/1.127012].

4. A.V. Fedorov, I.D. Rukhlenko, A.V. Baranov, S.Yu. Kruchinin. *Optical Properties of Semiconductor Quantum Dots* (Nauka, 2011).
5. Y. Masumoto, T. Takagahara (Eds.). *Semiconductor Quantum Dots* (Springer, 2002) [ISBN: 978-3-662-05001-9].
6. S.M. Reimann, M. Manninen. Electronic structure of quantum dots. *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1283 (2002) [DOI: 10.1103/RevModPhys.74.1283].
7. A.D. Yoffe. Semiconductor quantum dots and related systems: Electronic, optical, luminescence and related properties of low dimensional systems. *Advances Phys.* **50**, 1 (2001) [DOI: 10.1080/00018730010006608].
8. I.D. Rukhlenko, M.Y. Leonov, V.K. Turkov, A.P. Litvin, A.S. Baimuratov, A.V. Baranov, A.V. Fedorov. Kinetics of pulse-induced photoluminescence from a semiconductor quantum dot. *Opt. Express* **20**, 27612 (2012) [DOI: 10.1364/OE.20.027612].
9. A.S. Baimuratov. Shape-induced anisotropy of intraband luminescence from a semiconductor nanocrystal. *Opt. Lett.* **37**, 4645 (2012) [DOI: 10.1364/OL.37.004645].
10. D. Press, Th.D. Ladd, B. Zhang, Y. Yamamoto. Complete quantum control of a single quantum dot spin using ultrafast optical pulses. *Nature* **456**, 218 (2008) [DOI: 10.1038/nature07530].
11. A.V. Baranov, A.V. Fedorov, I.D. Rukhlenko, Y. Masumoto. Intraband carrier relaxation in quantum dots embedded in doped heterostructures. *Phys. Rev. B* **68**, 205318 (2003) [DOI: 10.1103/PhysRevB.68.205318].
12. V.I. Boichuk, I.V. Bilynskyi, R.Ya. Leshko, L.M. Turyanska. Optical properties of a spherical quantum dot with two ions of hydrogenic impurity. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **54**, 281 (2013) [DOI: 10.1016/j.physe.2013.07.003].
13. V.I. Boichuk, I.V. Bilynskyi, I.O. Shakleina, I. Kogoutiuk. Dielectric mismatch in finite barrier cubic quantum dots. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **43**, 161 (2010) [DOI: 10.1016/j.physe.2010.06.031].
14. A.J. Shields. Semiconductor quantum light sources. *Nat. Photon.* **1**, 215 (2007) [DOI: 10.1038/nphoton.2007.46].
15. K.J. Vahala. Optical microcavities. *Nature* **424**, 839 (2003) [DOI: 10.1038/nature01939].
16. V.I. Klimov, A.A. Mikhailovsky, S. Xu, A. Malko. Optical gain and stimulated emission in nanocrystal quantum dots. *Science* **290**, 314 (2000) [DOI: 10.1126/science.290.5490.314].
17. Z.L. Yuan, B.E. Kardynal, R.M. Stevenson, A.J. Shields, C.J. Lobo, K. Cooper, N.S. Beattie, D.A. Ritchie, M. Pepper. Electrically driven single-photon source. *Science* **295**, 102 (2002) [DOI: 10.1126/science.1066790].
18. A.J. Bennett, D.C. Unitt, P. See, A.J. Shields, P. Atkinson, K. Cooper, D.A. Ritchie. Microcavity single-photon-emitting diode. *Appl. Phys. Lett.* **86**, 181102 (2005) [DOI: 10.1063/1.1921332].
19. P. Michler, A. Kiraz, C. Becher, W.V. Schoenfeld, P.M. Petroff, L. Zhang, E. Hu, A. Imamoglu. A quantum dot single-photon turnstile device. *Science* **290**, 2282 (2000) [DOI: 10.1126/science.290.5500.2282].
20. K. Tanabe, K. Watanabe, Y. Arakawa. III-V/Si hybrid photonic devices by direct fusion bonding. *Sci. Rep.* **2**, 349 (2012) [DOI: 10.1038/srep00349].
21. J. Jasieniak, B.I. MacDonald, S.E. Watkins, P. Mulvaney. Solution-processed sintered nanocrystal solar cells via layer-by-layer assembly. *Nano Lett.* **11**, 2856 (2011) [DOI: 10.1021/nl201282v].
22. I. Gur, N.A. Fromer, M.L. Geier, A.P. Alivisatos. Air-stable all-inorganic nanocrystal solar cells processed from solution. *Science* **310**, 462 (2005) [DOI: 10.1126/science.1117908].
23. P. Prabhakaran, W.J. Kim, K.S. Lee, P.N. Prasad. Quantum dots (QDs) for photonic applications. *Opt. Mater. Express* **2**, 578 (2012) [DOI: 10.1364/OME.2.000578].
24. S.A. McDonald, G. Konstantatos, S. Zhang, P.W. Cyr, E.J.D. Klem, L. Levina, E.H. Sargent. Solution-processed PbS quantum dot infrared photodetectors and photovoltaics. *Nat. Mater.* **4**, 138 (2005) [DOI: 10.1038/nmat1299].
25. D. Qi, M. Fischbein, M. Drndić, S. Šelmić. Efficient polymer-nanocrystal quantum-dot photodetectors. *Appl. Phys. Lett.* **86**, 093103 (2005) [DOI: 10.1063/1.1872216].
26. N.V. Tkach, A.M. Makhnats, G.G. Zegrya. Energy spectrum of electron in quasiplane superlattice of cylindrical quantum dots. *Semicond. Sci. Technol.* **15**, 395 (2000) [DOI: 10.1088/0268-1242/15/4/315].
27. Н.В. Ткач, Ю.А. Сети. Оптимізація конфігурації симетричної трьохбар'єрної резонансно-тунельної структури як активного елемента квантового каскадного детектора. *Фіз. техн. полупр.* **45**, 387 (2011).
28. Ju.O. Seti, M.V. Tkach, I.V. Boyko. Influence of nonlinear electrons interaction at their transport through the symmetric two-barrier resonance nano-system. *J. Optoelectron. Adv. Mater.* **14**, 393 (2012).
29. V.A. Holovatsky, V.I. Gutsul, O.M. Makhnats. Energy spectrum of electron in superlattice along the elliptic nanowire. *Rom. J. Phys.* **52**, 327 (2007).
30. O.L. Lazarenkova, A.A. Balandin. Miniband formation in a quantum dot crystal. *J. Appl. Phys.* **89**, 5509 (2001) [DOI: 10.1063/1.1366662].
31. O.L. Lazarenkova, A.A. Balandin. Electron and phonon energy spectra in a three-dimensional regimented quantum dot superlattice. *Phys. Rev. B* **66**, 245319 (2002) [DOI: 10.1103/PhysRevB.66.245319].
32. В.І. Бойчук, І.В. Білинський, Р.І. Пазюк, І.О. Шаклеїна. Енергетичний спектр зарядів у періодичних системах сферичних квантових точок. *Фізика і хімія твердого тіла* **10**, № 4, 752 (2009).
33. В.І. Бойчук, І.В. Білинський, Р.І. Пазюк. Коефіцієнт поглинання світла, що зумовлений міжпідзонними пере-

ходами електронів у надгратках сферичних квантових точок. *Журнал фізичних досліджень* **19**, № 1/2, 1601 (2015).

34. В. Бойчук. *Основи теорії твердого тіла: навчальний посібник*. (Коло, 2010).
35. R. Mohan, Y. Liang. *Cutting Edge Nanotechnology* (InTech, 2010), chap. 14, p. 316 [ISBN: 978-953-7619-93-0].
36. V.I. Boichuk, I.V. Bilynskiy, O.A. Sokolnyk, I.O. Shakleina. Effect of quantum dot shape of the GaAs/AlAs heterostructure on interlevel hole light absorption. *Condensed Matter Physics* **16**, 33702:1 (2013) [DOI: 10.5488/CMP.16.33702].

Received 04.07.16

*V.I. Boichuk, I.V. Bilynskiy, R.I. Pazyuk*

MINIBAND ELECTRICAL  
CONDUCTIVITY IN SUPERLATTICES  
OF SPHERICAL InAs/GaAs QUANTUM DOTS

S u m m a r y

The electrical properties of nanoscale semiconductor InAs/GaAs heterosystems with 2D-superlattices of spherical quantum dots have been studied. The dependences of the electron group velocity on the wave vector and the miniband quantum number are obtained. The dependences of the Fermi level of electrons in minibands on the concentration of donor impurities, donor energy, and temperature are found. The temperature dependences of the majority carrier concentration and the electrical conductivity are analyzed for various donor concentrations and energies.