

О.І. ДАВИДОВСЬКА, В.Ю. ДЕНИСОВ, В.О. НЕСТЕРОВ

Інститут ядерних досліджень НАН України  
(Просп. Науки, 47, Київ 03680; e-mail: denisov@kinr.kiev.ua)**ЕФЕКТИВНИЙ ЯДЕРНО-ЯДЕРНИЙ ПОТЕНЦІАЛ  
З УРАХУВАННЯМ ВНЕСКУ КІНЕТИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ  
НУКЛОНІВ ТА ПЕРЕРІЗИ ПРУЖНОГО  
РОЗСІЯННЯ І ПІДБАР'ЄРНОГО ЗЛИТТЯ**

УДК 539.1, 539.17

*Детально обговорюється мікроскопічний підхід подвійної згортки для розрахунку ядерно-ядерної взаємодії. Побудовано потенціали ядерно-ядерної взаємодії для системи  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  з урахуванням та без урахування внеску кінетичної енергії нуклонів у ядрах, розраховано перерізи пружного розсіяння та підбар'єрного злиття. Показано, що експериментальні значення перерізів пружного розсіяння та підбар'єрного злиття добре описуються з урахуванням внеску кінетичної енергії нуклонів.*

*Ключові слова:* ядро, потенціал взаємодії, густина розподілу нуклонів, переріз злиття, кінетична енергія, пружне розсіяння.

**1. Вступ**

Для розрахунків перерізів ядерних реакцій необхідно знати потенціальну енергію взаємодії між ядрами. Тому величина й радіальна залежність потенціалу взаємодії ядер між ними є принципово важливими [1–4]. Енергія взаємодії сферичних ядер пов'язана з кулонівською взаємодією протонів і ядерною взаємодією всіх нуклонів у цілому, з яких складаються ядра. Тому потенціал взаємодії між ядрами може бути представлений у вигляді суми кулонівської, ядерної та відцентрової взаємодій. Кулонівська та відцентрова взаємодії між ядрами відомі достатньо добре, на той час як взаємодія між ядрами, зумовлена ядерними силами, досліджена у значно меншому ступені. Тому на даний час запропоновано велику кількість різних наближень для розрахунку цієї взаємодії [1–28].

Відзначимо, що ядерна частина потенціалу взаємодії, яка описується потенціалом Вудса–Саксона [1–4, 18] або використовує потенціал подвійної згортки [1, 2, 4–12], є притягаючою на будь-яких відстанях між ядрами. На відміну від цього, потенціал “проксиміті” [15], або потенціали, що спираються на підхід густини енергії з використанням модифікованого методу Томаса–Фермі [13, 14, 17, 19–

28], є притягаючими на великих та середніх відстанях між взаємодіючими ядрами, але демонструють відштовхування на малих відстанях, коли ядра сильно перекриваються. Таке відштовхування пов'язано із високим значенням коефіцієнта нестисливості ядерної матерії, внеском кінетичної енергії в потенціал та врахуванням принципу Паулі [19].

Для визначення величини ядерно-ядерної взаємодії бажано використовувати найбільш точні методи, які розроблені для опису енергії взаємодії ядер, властивостей ядер та ядерної матерії. Тому ми використовуємо метод подвійної згортки [1, 2, 4–12], який широко використовується для опису ядерних реакцій. Потенціал подвійної згортки має константу  $N$ , пов'язану з силою взаємодії ядер, яка зазвичай підбирається для кращого опису даних пружного розсіювання [4–7, 9–11]. Також зазначимо, що для опису перерізів підбар'єрного злиття ядер до потенціалу подвійної згортки додається феноменологічний відштовхуючий потенціал [21], за допомогою якого добре описуються експериментальні дані.

На малих відстанях між ядрами ядерні густини суттєво перекриваються, і, внаслідок принципу Паулі, значно змінюється внутрішня кінетична енергія нуклонів у ядрах. Метою даної роботи є детальний розгляд впливу внесків кінетичної енергії в потенціал ядерно-ядерної взаємодії. За допомо-

© О.І. ДАВИДОВСЬКА, В.Ю. ДЕНИСОВ,  
В.О. НЕСТЕРОВ, 2017

гою потенціалу з урахуванням цих внесків розраховано перерізи підбар'єрного злиття, так само як і кутовий розподіл пружного розсіювання в рамках оптичної моделі. Наступний розділ присвячено опису ядерно-ядерної взаємодії в межах даного підходу, а розділи 3 та 4 присвячено обговоренню результатів та висновків відповідно.

## 2. Ефективний потенціал ядерно-ядерної взаємодії

Потенціал ядерно-ядерної взаємодії може бути представлений у вигляді суми ядерної  $V_N(R)$ , кулонівської  $V_{\text{COUL}}(R)$  та відцентрової  $V_L(R)$  складових потенціалу, які залежать лише від відстані  $R$  між ядрами:

$$V(R) = V_N(R) + V_{\text{COUL}}(R) + V_L(R). \quad (1)$$

Тут

$$V_{\text{COUL}}(R) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R}, & R \geq R_C, \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_C} \left[ \frac{3}{2} - \frac{R^2}{2R_C^2} \right], & R < R_C, \end{cases} \quad (2)$$

$$V_L(R) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2M[A_1 A_2 / (A_1 + A_2)] R^2}, \quad (3)$$

де  $Z_1$  та  $Z_2$  – число протонів в ядрах,  $e$  – заряд протона,  $A_1$  та  $A_2$  – число нуклонів у ядрах,  $R_C = r_C(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$  – радіус кулонівської взаємодії,  $l$  – значення орбітального моменту.

У наближенні густини енергії [13, 14, 16, 17, 19] потенціал ядерно-ядерної взаємодії являє собою різницю між енергією системи двох ядер на скінченній  $E_{12}(R)$  та нескінченній  $E_1 + E_2$  відстанях між ними:

$$V_N(R) = E_{12}(R) - E_1 - E_2. \quad (4)$$

Відповідні енергії зв'язку можна знайти, знаючи густину розподілу нуклонів у ядрах та функціонал густини енергії ядер

$$E_{12}(R) = \int d\mathbf{r} \varepsilon[\rho_{1p}(\mathbf{r}) + \rho_{2p}(\mathbf{r}, R), \rho_{1n}(\mathbf{r}) + \rho_{2n}(\mathbf{r}, R)], \quad (5)$$

$$E_{1(2)} = \int d\mathbf{r} \varepsilon[\rho_{1(2)p}(\mathbf{r}), \rho_{1(2)n}(\mathbf{r})], \quad (6)$$

де

$$\varepsilon[\rho_p(\mathbf{r}), \rho_n(\mathbf{r})] = \tau[\rho_p(\mathbf{r})] + \tau[\rho_n(\mathbf{r})] + \mathcal{V}_{\text{Sk}}[\rho_p(\mathbf{r}), \rho_n(\mathbf{r})] \quad (7)$$

– густина енергії [13, 14, 16, 17, 19, 29–31], а  $\rho_{1n}$  та  $\rho_{1p}$  – нейтронна й протонна густини першого ядра,  $\rho_{2n}$  та  $\rho_{2p}$  – нуклонні густини другого ядра,  $R$  – відстань між центрами мас ядер. Відзначимо, що функціонал густини енергії містить члени, пов'язані як з кінетичною ( $\tau[\rho_p(\mathbf{r})] + \tau[\rho_n(\mathbf{r})]$ ), так і з потенціальною ( $\mathcal{V}_{\text{Sk}}[\rho_p(\mathbf{r}), \rho_n(\mathbf{r})]$ ) енергіями нуклонів. У даній роботі ми використовуємо сили Скірма [32], що дає нам змогу одержати явний вираз для густини енергії – вигляд її за використання цих сил добре відомий [16, 17, 19, 29–31]. Густина кінетичної енергії з точністю до членів другого порядку по  $\hbar$  має вигляд  $\tau = \tau_{\text{TF}} + \tau_2$ , де, в свою чергу,  $\tau = \tau_n + \tau_p$  – сума густин кінетичних енергій протонів і нейтронів [29, 30]. Тут

$$\tau_{\text{TF}n(p)} = k \rho_{n(p)}^{5/3} \quad (8)$$

є густиною кінетичної енергії нейтронів (протонів) у наближенні Томаса–Фермі,  $k = \frac{5}{3}(3\pi^2)^{2/3}$ , а  $\tau_2$  – повний вираз для градієнтної поправки другого порядку по  $\hbar$ :

$$\begin{aligned} \tau_{2n(p)} = & b_1 \frac{(\nabla \rho_{n(p)})^2}{\rho_{n(p)}} + b_2 \nabla^2 \rho_{n(p)} + \\ & + b_3 \frac{\nabla f_{n(p)} \nabla \rho_{n(p)}}{f_{n(p)}} + b_4 \rho_{n(p)} \frac{\nabla^2 f_{n(p)}}{f_{n(p)}} + \\ & + b_5 \rho_{n(p)} \frac{(\nabla f_{n(p)})^2}{f_{n(p)}^2} + b_6 h_m^2 \rho_{n(p)} \left( \frac{\mathbf{W}_{n(p)}}{\rho_{n(p)}} \right)^2, \end{aligned} \quad (9)$$

у якій  $b_1 = 1/36$ ,  $b_2 = 1/3$ ,  $b_3 = 1/6$ ,  $b_4 = 1/6$ ,  $b_5 = -1/12$  та  $b_6 = 1/2$  – числові коефіцієнти,  $h_m = \hbar^2/2m$ , останній доданок у формулі (9) пов'язаний з урахуванням спин-орбітальної взаємодії. Також введені позначення:

$$\mathbf{W}_{n(p)} = \frac{\delta \varepsilon(r)}{\delta \mathbf{J}_{n(p)}(r)} = \frac{W_0}{2} \nabla(\rho + \rho_{n(p)}), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} f_{n(p)} = & 1 + \frac{2m}{\hbar^2} \left[ \frac{1}{4} \left[ t_1 \left( 1 + \frac{x_1}{2} \right) + t_2 \left( 1 + \frac{x_2}{2} \right) \right] \rho + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} \left[ t_2 \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) - t_1 \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) \right] \rho_{n(p)} \right], \end{aligned} \quad (11)$$

де  $x_1, x_2, t_1, t_2, W_0$  є константами сил Скірма і залежать від вибору параметризації. Внесок доданка Томаса–Фермі є домінантним, особливо в об'ємі ядра, але на поверхні ядра градієнтні поправки починають відігравати суттєву роль. Доданок, пропорційний  $b_1$ , є так званою поправкою Вайзеке-ра. Сам коефіцієнт  $b_1$  часто використовувався як параметр підгонки з метою компенсувати нехтування частиною членів в розкладі кінетичної енергії з точністю до  $\hbar^2$  або  $\hbar^4$ , але це призводить до неможливості одночасного опису енергій зв'язку та густин розподілу нуклонів.

Відзначимо, що потенціал у наближенні густини енергії (4)–(7) має два доданки, пов'язаних з кінетичною енергією нуклонів  $V_T(R)$  та нуклон-нуклонної взаємодією  $V_{nn}(R)$ :

$$V_N(R) = V_T(R) + V_{nn}(R), \quad (12)$$

де

$$\begin{aligned} V_T(R) = & \\ = \int d\mathbf{r} \tau[\rho_{1p}(\mathbf{r}) + \rho_{2p}(\mathbf{r}, R), \rho_{1n}(\mathbf{r}) + \rho_{2n}(\mathbf{r}, R)] - & \\ - \int d\mathbf{r} \tau[\rho_{1p}(\mathbf{r}), \rho_{1n}(\mathbf{r})] - \int d\mathbf{r} \tau[\rho_{2p}(\mathbf{r}), \rho_{2n}(\mathbf{r})], & \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{nn}(R) = & \\ = \int d\mathbf{r} V_{Sk}[\rho_{1p}(\mathbf{r}) + \rho_{2p}(\mathbf{r}, R), \rho_{1n}(\mathbf{r}) + \rho_{2n}(\mathbf{r}, R)] - & \\ - \int d\mathbf{r} V_{Sk}[\rho_{1p}(\mathbf{r}), \rho_{1n}(\mathbf{r})] - \int d\mathbf{r} V_{Sk}[\rho_{2p}(\mathbf{r}), \rho_{2n}(\mathbf{r})]. & \quad (14) \end{aligned}$$

Внесок кінетичної енергії нуклонів у потенціал є дуже важливим на малих відстанях між ядрами, оскільки він враховує те, що нуклони є ферміонами та підпорядковуються принципу Паулі. Відзначимо, що внесок кінетичної енергії нуклонів у ядерно-ядерний потенціал є аналогічним по своїй суті внеску кінетичної енергії електронів до потенціалу міжмолекулярної взаємодії, який враховується з 50-х років минулого століття [33, 34] при розрахунках різноманітних характеристик зіткнень атомів та молекул.

Потенціали подвійної згортки широко використовуються останнім часом [2–12]. Для обчислення

потенціалу ядерно-ядерної взаємодії в рамках методу подвійної згортки необхідно задати потенціал нуклон-нуклонної взаємодії  $v$  та розподіли нуклонних густин основного стану  $\rho_{1(2)}$  у ядрах, що зіштовхуються:

$$\begin{aligned} V_{DF}(R) = N G(E) \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \rho_1(\mathbf{r}_1) F(\rho_1(\mathbf{r}_1) + & \\ + \rho_2(\mathbf{r}_2)) v(R + \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{r}_2). & \quad (15) \end{aligned}$$

Тут  $\mathbf{r}_1$  і  $\mathbf{r}_2$  – радіуси-вектори, що задають положення взаємодіючих нуклонів у системах координат, пов'язаних із центрами мас ядер, а  $R$  – відстань між центрами мас ядер. Функції  $F(\rho)$  та  $G(E)$  [5, 7, 12] описують залежність нуклон-нуклонної взаємодії від величини нуклонних густин та енергії зіткнення, а множник  $N$  зазвичай підбирається для кращого опису даних розсіювання [4–7, 9–11].

Зазначимо, що густини розподілу нуклонів у ядрах можуть бути отримані в рамках різних підходів, різними можуть бути й сили, що діють між нуклонами. У роботі ми використовуємо сучасні модифікації методу подвійний згортки та сучасні параметризації взаємодії. Використовуються, зокрема, нуклон-нуклонні сили  $DDM3Y$  [5, 7, 12], залежні від розподілу густини нуклонів у ядрах, а також від енергії зіткнення. Відповідно до [5, 7, 12]:

$$G(E) = 1 - 0,002 E, \quad (16)$$

$$F(\rho) = C [1 + \alpha \exp(-\beta \rho)], \quad (17)$$

де  $E$  – енергія зіткнення у MeV,  $\rho$  – густина розподілу нуклонів, а  $C$ ,  $\alpha$  та  $\beta$  – параметри, які визначаються з підгонки даних розсіювання.

Внесок внутрішньої кінетичної енергії нуклонів  $V_T(R)$ , який безпосередньо враховувався при розгляді ядерно-ядерного потенціалу в наближенні густини енергії (5)–(11), ігнорується у стандартному методі подвійної згортки (див. рівняння (15)). Тому потенціали для опису реакцій з важкими ядрами, одержані в рамках стандартного методу подвійної згортки, є дуже глибокими [5–12]. З цієї причини для кращого опису даних розсіювання важких ядер множник  $N$  для сучасних параметризацій нуклон-нуклонної взаємодії зазвичай підбирається з інтервалу  $0,7 \leq N \leq 1$  [5, 9–11].

Потенціал подвійної згортки використовує “заморожені” густини основного стану ядер. На малих відстанях між ядрами ядерні густини суттєво

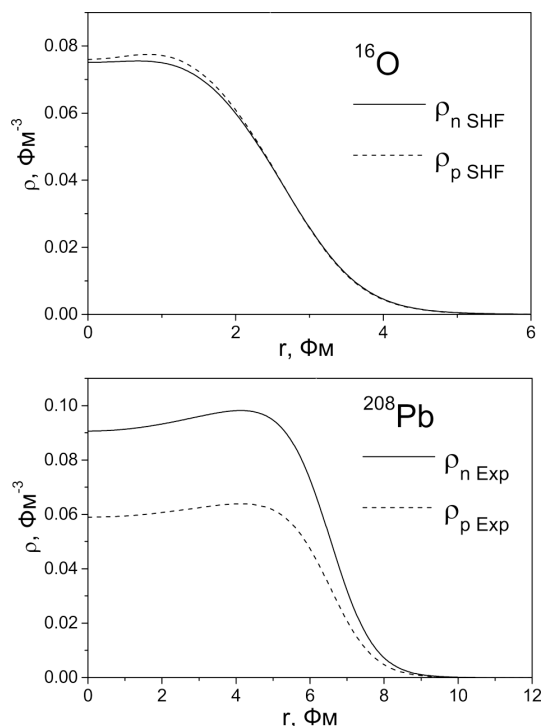


Рис. 1. Густини розподілу нуклонів для ядер  $^{16}\text{O}$  (оболонкова модель) та  $^{208}\text{Pb}$  (експериментальні дані)

во перекриваються, і, внаслідок принципу Паулі, значно змінюється внутрішня кінетична енергія нуклонів у ядрах. Внесок внутрішньої кінетичної енергії нуклонів у потенціал подвійної згортки для певного розподілу нуклонів у координатному просторі можна розрахувати у стандартному або модифікованому наближенні Томаса–Фермі. В результаті можна визначити потенціал методу подвійної згортки з урахуванням внеску внутрішньої кінетичної енергії як [4, 25, 26]:

$$V_{\text{DF-kin}}(R) = V_T(R) + V_{\text{DF}}(R). \quad (18)$$

Тут  $V_T(R)$  – внесок внутрішньої кінетичної енергії нуклонів у потенціал, який визначається в рамках підходу густини енергії (4)–(11), а  $V_{\text{DF}}(R)$  – звичайний потенціал подвійної згортки, описуваний рівнянням (15), пов’язаний лише з нуклон-нуклонною взаємодією. Потенціал подвійної згортки (15) пов’язаний з “замороженими” густинами основних станів ядер [2, 3, 13, 14], тому при розрахунках внеску внутрішньої кінетичної енергії нуклонів в (18) також потрібно використовувати відповідні “заморожені” густини. Нуклон-нуклонні

сили, які зазвичай вибираються для розрахунків потенціалу в наближенні подвійної згортки, не залежать від швидкості, тому при розрахунках внутрішньої кінетичної енергії нуклонів ефективна маса  $m^*$  [29, 30] збігається зі звичайною масою  $m$ . Однак за використання нуклон-нуклонних сил, які залежать від густини, при розрахунках внеску кінетичної енергії нуклонів у потенціал необхідно врахувати, що  $m^*$  може і не збігатися з  $m$ .

Зазначимо, що у роботі ми використовуємо локальні потенціали ядерно-ядерної взаємодії. Оскільки ми працюємо з енергіями в околі та трохи вище кулонівського бар’єра, використання локального наближення виглядає цілком виправданим, оскільки швидкості нуклонів значно більші швидкостей ядер. Нелокальність у взаємодії з’являється в основному внаслідок дії принципу Паулі, вплив якого, як відомо, зменшується із зростанням енергії зіткнення.

У ролі нуклонних густин можливо використовувати як експериментальні нуклонні густини [35] – так і густини, одержані в рамках різних теоретичних підходів – модифікованого методу Томаса–Фермі [29–31], оболонкової моделі та методу Хартрі–Фока [36].

### 3. Обговорення результатів

На рис. 1 наведено вигляд розподілів нуклонних густин ядер  $^{16}\text{O}$  та  $^{208}\text{Pb}$ , вибраних нами для розрахунку потенціалу ядерно-ядерної взаємодії, а у подальшому – перерізів підбар’єрного злиття та пружного розсіювання ядер  $^{16}\text{O}$  і  $^{208}\text{Pb}$ . Для ядра  $^{16}\text{O}$  найкращі результати було отримано із використанням густини розподілу нуклонів моделі Хартрі–Фока з силами Скірма  $SkM^*$  та наближенням BCS для опису спарювання нуклонів [29, 36]. Для розподілу протонів в  $^{208}\text{Pb}$  ми використали експериментальну зарядову густину, взятую з роботи [35]. Оскільки метод подвійної згортки використовує повну нуклонну густину, не розрізняючи протони та нейтрони, відповідну нейтронну густину було побудовано пропорційним чином, використовуючи ізотопічну симетрію. При цьому середньоквадратичні протонні радіуси ядер  $^{16}\text{O}$  та  $^{208}\text{Pb}$  є близькими до експериментальних значень [37].

На рис. 2 порівнюються потенціали ядерно-ядерної взаємодії  $V(R) = V_N(R) + V_{\text{COUL}}(R)$  для

системи  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  в околі бар'єра, одержані як у рамках традиційного методу подвійної згортки, так і з урахуванням внеску внутрішньої кінетичної енергії. Розрахунки ядерно-ядерного потенціалу виконані для нуклон-нуклонної взаємодії *DDM3Y1* із потенціалом Reid [5, 7, 12] та  $N = 1$ , тобто ми не підганяємо значення множника  $N$  і використовуємо немодифіковані значення потенціалу. На відстанях, близьких до суми радіусів ядер, потенціал подвійної згортки з урахуванням внеску внутрішньої кінетичної енергії є менш притягуючим, ніж звичайний потенціал.

Зазвичай розрахунки перерізів ядерних реакцій за допомогою різноманітних програм потребують параметризації одержаних потенціалів ядерної взаємодії у формі потенціалу Вудса–Саксона. Тому ми апроксимували одержані потенціали взаємодії подвійної згортки  $V_{DF}(R)$  та  $V_T(R) + V_{DF}(R)$  на відстанях, близьких до суми радіусів ядер, відповідними потенціалами Вудса–Саксона:

$$V_{WS}(R) = \frac{-V_0}{1 + \exp[(R - r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}))/d_0]}. \quad (19)$$

Було знайдено такі параметри для потенціалів як з урахуванням, так і без урахування внеску кінетичної енергії, див. таблицю. Потенціал Вудса–Саксона добре описує ядерну частину взаємодії в області дотику ядер (див. рис. 3), яка важлива для розрахунків перерізів реакції злиття та пружного розсіяння при енергіях, близьких до бар'єра.

За допомогою програми SCFULL [38] на основі отриманих потенціалів ми виконали розрахунок перерізів підбар'єрного злиття ядер  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ . Параметри квадрупольної та октупольної деформації низькорозташованих вібраційних станів у цих ядрах було взято з таблиць [39, 40]. Ці параметри враховують зв'язок з каналами низьколежачих вібраційних станів у ядрах, що зіптовхуються, при розрахунках перерізу злиття. Отримані значення перерізів для потенціалу, знайденого з урахуванням внеску кінетичної енергії нуклонів, добре узгоджуються з експериментальними даними (див. рис. 4). Бар'єр потенціалу, отриманий без урахування внеску кінетичної енергії нуклонів, нижче бар'єра потенціалу, який отримано з урахуванням цього внеску (див. рис. 2), тому переріз злиття, отриманий без урахування внеску кінетичної енергії нуклонів, значно переоцінює експериментальні значення (рис. 4). Відзначимо, що у

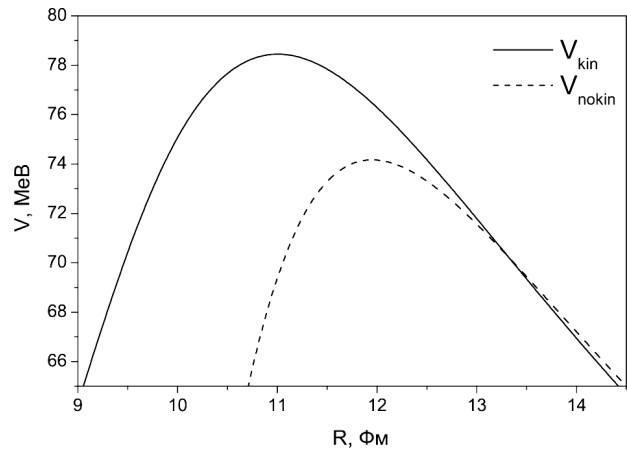


Рис. 2. Потенціали ядерно-ядерної взаємодії для системи  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ , одержані в рамках методу подвійної згортки із силами *DDM3Y1* з урахуванням ( $V_{\text{kin}}$ ) та без урахування ( $V_{\text{nokin}}$ ) внеску кінетичної енергії

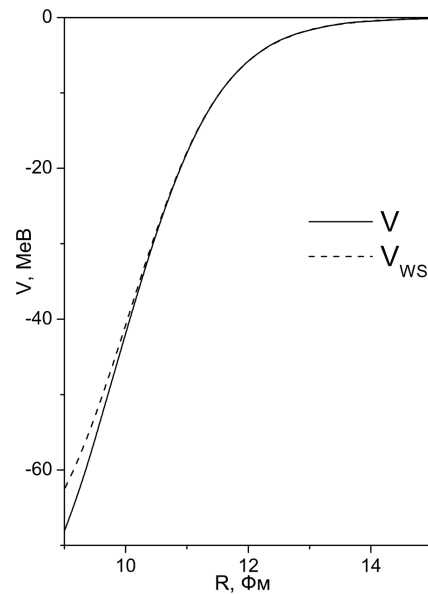


Рис. 3. Апроксимація ядерної частини одержаного потенціалу ядерно-ядерної взаємодії без урахування внеску кінетичної енергії нуклонів за допомогою потенціалу Вудса–Саксона в околі точки дотику  $\approx 10$  Фм

#### Параметри потенціалів Вудса–Саксона

	$V_0$ , MeB	$r_0$ , Фм	$d_0$ , Фм
kin	588,12	0,8786	0,8361
nokin	280,03	1,042	0,7465

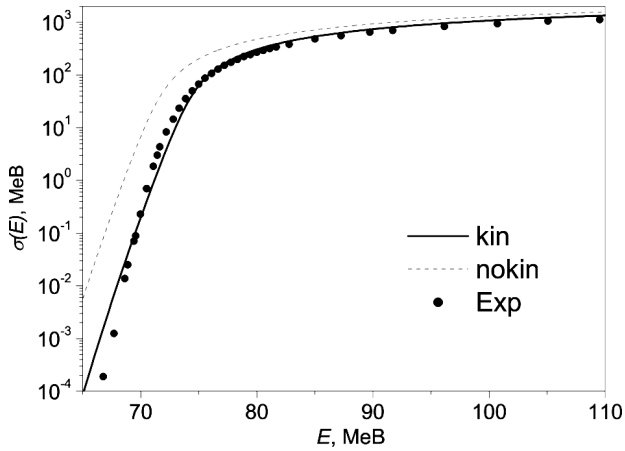


Рис. 4. Перерізи підбар'єрного злиття  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  як з урахуванням (kin), так і без урахування (nokin) внеску кінетичної енергії, а також експериментальні дані (Exp) [41]

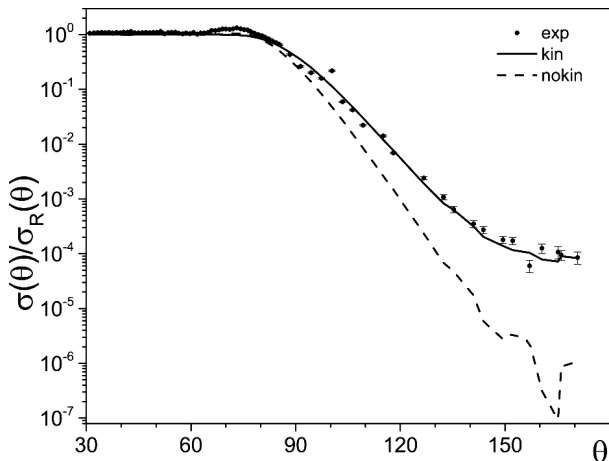


Рис. 5. Експериментальні дані по пружному розсіяню  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  для енергії пучка 95 MeV (Exp) [40] і розрахунки в рамках оптичної моделі з використанням ядерно-ядерного потенціалу як з урахуванням (kin), так і без урахування внеску кінетичної енергії (nokin)

усіх наших розрахунках використовувалося значення параметра кулонівського радіуса  $r_C = 1,2$  Фм.

Ми також виконали розрахунок перерізів пружного розсіяння ядер  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  у рамках оптичної моделі для розрахованих потенціалів за енергії 95 MeV. При розрахунках перерізів пружного розсіяння уявна частина ядерного потенціалу складається з об'ємного та поверхневого

доданків:

$$W(R) = - \frac{W_W}{1 + \exp \left[ R - r_W(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})/d_W \right]} - \frac{W_S \exp \left[ R - r_S(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})/d_S \right]}{d_S \left\{ 1 + \exp \left[ R - r_S(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})/d_S \right] \right\}^2}. \quad (20)$$

Тут  $W_W$ ,  $r_W$ ,  $d_W$ ,  $W_S$ ,  $r_S$ , і  $d_S$  – сила, радіус і дифузність об'ємної та поверхневої частин уявної ядерного потенціалу. Таке представлення уявної частини є загальним в теорії ядерно-ядерних зіткнень [1, 4, 10, 11]. Параметри уявної частини ядерного потенціалу знайдено для потенціалу подвійної згортки з урахуванням внеску внутрішньої кінетичної енергії і отримано такі значення:  $W_W = 60,594$  MeB,  $r_W = 1,194$  Фм,  $d_W = 0,3885$  Фм,  $W_S = 6,035$  MeB,  $r_S = 1,315$  Фм, і  $d_S = 0,67$  Фм.

Результати розрахунків проілюстровано на рис. 5, де показано величини одержаного нами перерізу пружного розсіяння у вигляді відношення до Резерфордівського перерізу, як з урахуванням, так і без урахування кінетичної енергії. Для порівняння наведено експериментальні дані [42]. З рисунка видно, що урахування внутрішньої кінетичної енергії нуклонів і в даному випадку дало змогу помітно покращити опис експериментальних даних.

#### 4. Висновки

На рис. 4 та 5 результати наших розрахунків для перерізів підбар'єрного злиття та пружного розсіяння  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  відповідно порівнюються з експериментальними даними. Результати розрахунків, які отримані з урахуванням внеску внутрішньої кінетичної енергії у потенціалі подвійної згортки, добре описують експериментальні дані. Розрахунок перерізу злиття за допомогою звичайного потенціалу подвійної згортки значно переоцінює величини перерізу у підбар'єрній області. Перерізи пружного розсіяння, які отримано без урахування внеску внутрішньої кінетичної енергії у потенціалі подвійної згортки, також гірше збігаються з експериментальними даними. Відзначимо, що експериментальні дані перерізів пружного розсіяння та підбар'єрного злиття описано без підгонки множника  $N$ , значення якого, зазвичай, підбирається для кращого опису даних розсіювання.

Автори виражають щире подяку проф. М. Dasgupta за надані експериментальні дані перерізів підбар'єрного злиття  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  [41].

- G.R. Satchler. *Direct Nuclear Reactions* (Oxford University, 1983) [ISBN: 0198512694 9780198512691].
- P. Frobrich, R. Lipperheide. *Theory of Nuclear Reactions* (Clarendon Press, 1996) [ISBN: 0198537832].
- R. Bass. *Nuclear reactions with heavy ions* (Springer-Verlag, 1980) [ISBN: 978-3-540-09611-5].
- В.Ю. Денисов, В.А. Плюйко. *Проблеми фізики атомного ядра і ядерних реакцій* (Издательско-полиграфический центр "Киевский университет", 2013) [ISBN: 978-966-439-673-5].
- Dao T. Khoa, W. von Oertzen, H.G. Bohlen. Double-folding model for heavy-ion optical potential: Revised and applied to study  $^{12}\text{C}$  and  $^{16}\text{O}$  elastic scattering. *Phys. Rev. C* **49**, 1652 (1994).
- M.E. Brandan, G.R. Satchler. The interaction between light heavy-ions and what it tells us. *Phys. Rep.* **285**, 143 (1997).
- Dao T. Khoa, W. von Oertzen. A nuclear matter study using the density dependent M3Y interaction. *Phys. Lett.* **304**, 8 (1993).
- V.B. Soubbotin, W. von Oertzen, X. Viñas, K.A. Gridnev, H.G. Bohlen. Pauli distorted double folded potential. *Phys. Rev. C* **64**, 014601 (2001).
- A.A. Ogloblin, T. Khoa Dao, Y. Kondō, Yu. A. Glukhov, A.S. Dem'yanova, M.V. Rozhkov, G.R. Satchler, S.A. Goncharov. Pronounced Airy structure in elastic  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  scattering at  $E_{\text{lab}} = 132$  MeV. *Phys. Rev. C* **57**, 1797 (1998).
- A.A. Ogloblin, Yu.A. Glukhov, W.H. Trzaska, A.S. Dem'yanova, S.A. Goncharov, R. Julin, S.V. Klebnikov, M. Mutterer, M.V. Rozhkov, V.P. Rudakov, G.P. Tiourin, D.T. Khoa, G.R. Satchler. New measurement of the refractive, elastic  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  scattering at 132, 170, 200, 230, and 260 MeV incident energies. *Phys. Rev. C* **62**, 044601 (2000).
- Dao T. Khoa, W. von Oertzen, H.G. Bohlen, F. Nuoffer. Study of diffractive and refractive structure in the elastic  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  scattering at incident energies ranging from 124 to 1120 MeV. *Nucl. Phys. A* **672**, 387 (2000).
- T. Khoa Dao, W. von Oertzen, H.G. Bohlen, S. Ohkubo. Nuclear rainbow scattering and nucleus-nucleus potential. *J. Phys. G* **34**, R111 (2007).
- V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Potential of interaction between nuclei and nucleon-density distribution in nuclei. *Phys. Atom. Nucl.* **69**, 1472 (2006).
- K.A. Brueckner, J.R. Buchler, M.M. Kelly. New theoretical approach to nuclear heavy-ion scattering. *Phys. Rev. C* **173**, 944 (1968).
- J. Blocki, J. Randrup, W.J. Swiatecki, C.F. Tsang. Proximity forces. *Ann. Phys. (N.Y.)* **105**, 427 (1977).
- V.Yu. Denisov. Interaction potential between heavy ions. *Phys. Lett. B* **526**, 315 (2002).
- V.Yu. Denisov, W. Nörenberg. Entrance channel potentials in the synthesis of the heaviest nuclei. *Eur. Phys. J. A* **15**, 375 (2002).
- V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution. *Phys. Rev. C* **91**, 024603 (2015).
- V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Effect of the Pauli exclusion principle on the potential of nucleus-nucleus interaction. *Phys. Atom. Nucl.* **73**, 1142 (2010).
- Ş. Mişicu, H. Esbensen. Signature of shallow potentials in deep sub-barrier fusion reactions. *Phys. Rev. C* **75**, 034606 (2007).
- T. Izumoto, S. Krewald, A. Faessler. Nuclear matter approach to the heavy-ion optical potential. *Nucl. Phys. A* **341**, 319 (1980).
- S. Hossain, M.N.A. Abdullah, K.M. Hasan, M. Asaduzzaman, M.A.R. Akanda, S.K. Das, A.S.B. Tariq, M.A. Uddin, A.K. Basak, S. Ali, F.B. Malik. Shallow folding potential for  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  elastic scattering. *Phys. Lett. B* **636**, 248 (2006).
- V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Repulsive core potential and elastic heavy-ion collisions. *Yad. Fiz.* **73**, 429 (2010).
- V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Repulsive core potential and elastic heavy-ion collisions. *Ukr. J. Phys.* **54**, 669 (2009).
- O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.O. Nesterov. Nucleus-nucleus potential with repulsive core and elastic scattering. Part 1. Nucleus-nucleus interaction potential. *Yad. Fiz. Energet.* **11**, No. 1, 25 (2010) (in Ukrainian).
- O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.O. Nesterov. Nucleus-nucleus potential with repulsive core and elastic scattering. Part 2. The elastic scattering cross sections with and without core. *Yad. Fiz. Energet.* **11**, No. 1, 33 (2010) (in Ukrainian).
- В.Ю. Денисов, О.И. Давидовская. Упругое рассеяние тяжелых ионов и ядерно-ядерный потенциал с отталкивающим кором. *Изв. РАН Сер. Физ.* **74**, № 4, 611 (2010).
- V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Elastic  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  scattering and nucleus-nucleus potential with a repulsive core. *Ukr. Fiz. Zh.* **55**, 861 (2010).
- M. Brack, C. Guet, H.B. Håkanson. Self-consistent semiclassical description of average nuclear properties – a link between microscopic and macroscopic models. *Phys. Rep.* **123**, 275 (1985).
- M. Brack, R.K. Bhaduri. *Semiclassical Physics* (Addison-Wesley, 1997) [ISBN: 0-201-48351-3].
- В.Ю. Денисов, В.А. Нестеров. Энергии связи и распределения плотности атомных ядер в рамках нелокального модифицированного метода Томаса–Ферми. *ЯФ* **65**, № 5, 814 (2002).
- T.H.R. Skyrme. The effective nuclear potential. *Nucl. Phys.* **9**, 615 (1959).
- О.Б. Фирсов. Рассеяние ионов на атомах. *ЖЭТФ* **34**, 447 (1958).
- И.Г. Каплан. *Введение в теорию межмолекулярных взаимодействий* (Наука, 1982).

35. H. de Vries, C.W. de Jager, C. de Vries. Nuclear charge-density-distribution parameters from elastic electron scattering. *At. Data Nucl. Data Tabl.* **36**, 495 (1987).
36. P. Ring, P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer, 1980) [ISBN: 978-3-540-21206-5].
37. I. Angeli, K.P. Marinova. Table of experimental nuclear ground state charge radii: An update. *At. Data Nucl. Data Tabl.* **99**, 69 (2013).
38. K. Hagino, N. Rowley, A.T. Kruppa. A program for coupled-channel calculations with all order couplings for heavy-ion fusion reactions. *Comput. Phys. Commun.* **1** **23**, 143 (1999).
39. B. Pritychenko, M. Birch, B. Singh, M. Horoi. Tables of E2 transition probabilities from the first  $2^+$  image states in even-even nuclei. *At. Data Nucl. Data Tabl.* **107**, 1 (2016).
40. T. Kibédi, R.H. Spear. Reduced electric-octupole transition probabilities,  $B(E3; 0_1^+ \rightarrow 3_1^-)$  – an update. *At. Data Nucl. Data Tabl.* **80**, 35 (2002).
41. C.R. Morton, A.C. Berriman, M. Dasgupta, D.J. Hinde, J.O. Newton, K. Hagino, I.J. Thompson. Coupled-channels analysis of the  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  fusion barrier distribution. *Phys. Rev. C* **60**, 044608 (1999).
42. V.P. Rudakov, K.P. Artemov, Yu.A. Glukhov, S.A. Goncharov, A.S. Demyanova, A.A. Ogloblin, V.V. Paramonov, M.V. Rozhkov. Elastic  $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$  and  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  scattering and the form of the potential barrier. *Bull. Rus. Acad. Sci. Phys.* **65**, 57 (2001). Одержано 00.00.16

*O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov*

EFFECTIVE NUCLEUS-NUCLEUS  
POTENTIAL WITH THE CONTRIBUTION  
OF THE KINETIC ENERGY OF NUCLEONS,  
AND THE CROSS-SECTIONS OF ELASTIC  
SCATTERING AND SUBBARRIER FUSION

S u m m a r y

The microscopic double-folding approach to the calculation of the nucleus-nucleus interaction has been discussed in detail. The nucleus-nucleus interaction potentials for the  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  system with and without the contribution of the kinetic energy of nucleons in the nuclei are constructed, and the cross-sections of elastic scattering and subbarrier fusion are calculated. The experimental values of those cross-sections are shown to be described well, if the contribution of nucleons' kinetic energy is taken into account.