

В.М. СТАРКОВ, А.О. БОРЩ, І.С. ГАНДЖА, П.М. ТОМЧУК

Інститут фізики НАН України

(Просп. Науки, 46, Київ 03028; e-mail: starkov@iop.kiev.ua)

ПРИКЛАДИ ПРАВДОПОДІБНОЇ ІНТЕРПРЕТАЦІЇ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

УДК 53.088, 535.015

На основі строгої математичної теорії інтерпретації експериментальних даних розглянуті приклади правдоподібної (але невірної) інтерпретації остаточних експериментальних досліджень. Показано, що апаратні похибки можуть суттєво впливати на результати вимірювань величин оптичного експерименту. Проведений нами аналіз доводить, що ігнорування цього факту може призвести до помилкових висновків щодо фізичної суті розглянутих оптичних явищ.

Ключові слова: оптичний експеримент, апаратні похибки, некоректно поставлені задачі, метод регуляризації.

1. Вступ

На принципове значення достовірності інтерпретації результатів фізичних досліджень звертали увагу видатні вчені [1, 2]. Так, Олександр Сергійович Давидов писав [2]: “Будь-яке наукове дослідження в галузі фізики (і не тільки в галузі фізики) безсумнівно пов’язане з інтерпретацією отриманих результатів. Таку інтерпретацію часто називають “з’ясуванням фізичного сенсу” або досяганням “розуміння” тих явищ, які досліджують. Зазвичай, інтерпретація фізичного явища відображає рівень розвитку науки в даний момент часу, і тому вона не є абсолютною, а може змінюватися з плином часу”. Інтерпретація результатів наукового фізичного експерименту неминуче зумовлена тим, що дослідник повинен мати чітке уявлення про взаємодію всіх складових елементів експериментального процесу. А це розуміння, в свою чергу, не може бути повним і достовірним, якщо проігноровані сучасні досягнення теоретичної фізики, математичної фізики та обчислювальної фізики. Дуже важливою якісною обставиною в цій роботі є вра-

хування наявності в результатах експерименту похибок вимірювань, оскільки експеримент завжди проводять на реальних установках. Якраз на цій множині даних з сукупністю різного роду похибок виникають нерідко серйозні проблеми.

У даній статті ми розглядаємо декілька прикладів правдоподібної, але невірної інтерпретації експериментальних даних.

Перша частина роботи (Розділ 2) присвячена опису базових математичних понять і методів у задачах інтерпретації результатів експерименту. Завдання інтерпретації експериментальних даних у строгій математичній постановці часто можна звести до розв’язання так званих некоректно поставлених задач [3–5]. Потреби практики обробки результатів експериментальних досліджень у фізиці, геофізиці, біофізиці, екології та в багатьох інших наукових напрямках настільки великі, що досі залишаються актуальними питання критичного аналізу, модифікації і розвитку методів розв’язання некоректно поставлених задач. Незважаючи на велику кількість фундаментальних монографій, оглядів і наукових статей, число публікацій з проблем чисельного розв’язання некоректних задач продовжує збільшуватися. Серед цих публіка-

© В.М. СТАРКОВ, А.О. БОРЩ, І.С. ГАНДЖА,
П.М. ТОМЧУК, 2017

ISSN 0372-400X. Укр. фіз. журн. 2017. Т. 62, № 6

цій виділялася своїм неординарним підходом до методу регуляризації А.М. Тихонова серія робіт академіка РАН В.М. Страхова [6–16]. У них було зроблено спробу довести, що класичний метод регуляризації розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь з наближено заданими правими частинами не задовольняє вимоги геофізичної практики і є “дефектним”.

На основі викладеної математичної методології в другій частині роботи (Розділ 3) проведено аналіз можливої правдоподібної інтерпретації наявності похибки експериментальних досліджень прикладного значення. Досить часто така ситуація виникає, наприклад, при розгляді результатів оптичного експерименту I-scann (назва від сканування інтенсивності), в якому на відміну від Z-scann (де зразок переміщують вздовж осі Oz через перетяжку гаусового пучка) інтенсивність лазерного пучка, що падає на зразок, варіюється в широких межах [17–22]. У цьому випадку врахування апаратних особливостей вимірювальної установки надзвичайно важливе, особливо на ділянці малих інтенсивностей, де апаратні похибки мають вирішальний вплив на результати вимірювань. Правдоподібна інтерпретація таких результатів може приводити до помилкових висновків про порядки значень сприйнятливості в різних середовищах. У даній роботі ми наводимо приклад експерименту, в якому може виникнути небезпека подібного роду інтерпретації. Саме ця частина нашої статті має принципове значення для інтерпретації експериментальних даних і представлена нами вперше.

Висновки і заключні зауваження зроблені в Розділі 4.

2. Математичні основи інтерпретації результатів гіпотези В.М. Страхова

Розглянемо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР):

$$Ax = u_\delta = u + \delta u, \quad (2.1)$$

де $u \in E$ та $\delta u \in E$ – відповідно вектор корисного сигналу і вектор його похибки (E – лінійний простір, $\dim E = N$), A – задана матриця розмірності $(N \times M)$, $x \in R$ – шуканий вектор розмірності M (R – лінійний простір, $\dim R = M$).

Для розв’язання СЛАР (2.1) В.М. Страхов запропонував нову теорію регуляризації, в осно-

ві якої, зокрема, були покладені дві гіпотези [7–9, 11, 14, 15]:

1. Вектор похибки такий, що виконуються нерівності

$$0 \leq \inf_{x \in R} \|u_\delta - Ax\|_E^2 < \delta_{\min}^2 \leq \|\delta u\|_E^2 \leq \delta_{\max}^2 < +\infty; \quad (2.2)$$

де $\|\delta u\|_E$ – довжина вектора δu ; $\|\delta u\|_E \in [\delta_{\min}, \delta_{\max}]$.

2. Вектори u та δu ортогональні, тобто

$$(u, \delta u) = 0. \quad (2.3)$$

Наприклад, у роботі [6] сказано: “Очевидно, що у вихідній системі (2.1) вектори u та δu в загальному випадку не пов’язані жодним аналітичним співвідношенням; більше того, в багатьох практично важливих випадках можна прийняти, що виконано апріорну умову $(u, \delta u) = 0$. Отже, якщо в межах будь-якої з конструкцій регуляризації виникає функціональний зв’язок між векторами \tilde{u}_α та Δu_α , що являють собою оцінки векторів u та δu , то подібного роду конструкцію потрібно трактувати як *дефектну* (патологічну). Це ж твердження, природно, буде справедливе в тому випадку, якщо в межах будь-якої з конструкцій регуляризації виникає функціональне співвідношення між векторами x_α та $r_\alpha = u_\delta - Ax_\alpha$.”

Покажемо тепер, що ... загальна конструкція адитивної регуляризації є *дефектною*; отже, дефектними виявляються ... конструкції ... Лаврентьева, Тихонова ...”.

Апріорним припущенням про виконання рівності (2.3) В.М. Страхов користувався і до публікації статті [6] (див. роботи [13, 16] та ін.).

У роботах В.М. Страхова не було жодних припущень і допущень щодо величини скалярного добутку $(u_\delta, \delta u)$. Іншими словами, у багатьох практично важливих випадках ця величина може бути додатною, від’ємною, а іноді і рівною нулю. Останнє твердження випливає з того факту, що вектори u та δu в загальному випадку не пов’язані жодним аналітичним співвідношенням, хіба що визначенням:

$$u_\delta = u + \delta u, \quad (2.4)$$

що випливає з (2.1). Однак і цього достатньо, щоб зробити деякі висновки. Переконаємося в цьому.

Помножимо скалярно співвідношення (2.4) на вектор δu :

$$(u_\delta, \delta u) = (u, \delta u) + \|\delta u\|_E^2. \quad (2.5)$$

Якщо в (2.5) використовувати гіпотезу (2.3) і допустити, що добуток $(u_\delta, \delta u)$ від'ємний, то можна записати:

$$0 \geq (u_\delta, \delta u) = \|\delta u\|_E^2.$$

Однак нерівність $\|\delta u\|_E^2 < 0$ абсурдна за визначенням, а $\|\delta u\|_E^2 = 0$ суперечить умові (2.2). Залишається варіант, коли

$$(u_\delta, \delta u) = \|\delta u\|_E^2 > 0. \quad (2.6)$$

Таке співвідношення безперечно виконується, наприклад, якщо $u_\delta = \delta u$, тобто результати експерименту помилкові.

Якщо врахувати також, що співвідношення (2.3) виконується при $\delta u = 0$, тобто в тривіальному випадку, то більш точно розглянуту ситуацію можна представити наступним чином. Нехай вектори δu є елементами простору R^{N_δ} ($1 \leq N_\delta \leq N$), а вектори u – елементами простору R^{N_u} ($N_u + N_\delta = N$). Крім того, простір R^N є прямою сумою підпросторів R^{N_u} та R^{N_δ} , тобто

$$R^N = R^{N_u} \oplus R^{N_\delta}. \quad (2.7)$$

Отже, вектор u_δ має такий вигляд:

$$u_\delta = (u_1, u_2, \dots, u_{N_u}, \delta_1 u, \delta_2 u, \dots, \delta_{N_\delta} u)^T, \quad (2.8)$$

де T – оператор транспонування. Зрозуміло, що в цьому випадку справедливі рівності (2.3) і (2.6). Фізично це означає, що N_δ вимірювань є помилковими, а N_u вимірювань – точними. Наведені вище результати доводять, що має місце

Т е о р е м а. *Нехай задано систему лінійних алгебраїчних рівнянь виду (2.1). Виконання співвідношення (2.3) означає, що компоненти вектора $u_\delta = u + \delta u$ правої частини системи (2.1) складаються або з абсолютно точних величин u , або з абсолютно помилкових величин δu .*

Як підкреслював академік В.І. Арнольд: “Математика, як і фізика, – експериментальна наука ...” [23, с. 1323]. Експеримент у математиці – це обчислення. Тому здійснимо чисельну оцінку величин, що входять у рівність (2.5), розглядаючи такі приклади.

Приклад 1. Припустимо, що математичну модель деякої фізичної задачі можна описати СЛАР з правою частиною вигляду

$$f = (\sqrt{2\pi}, \sqrt{3} - 1, \pi^2/4, 5/3, e/2, C, \lg e, \ln \pi, \ln 10, e^{\pi/2})^T,$$

розмірність якої $N = 10$. Домовимося, що значення компонент вектора f з шістьма значущими цифрами після коми є точними, тобто

$$u = (2,506628, 0,732051, 2,467402, 1,666667, 1,359141, 0,577216, 0,434294, 1,144730, 2,302585, 4,810477)^T,$$

при цьому

$$\pi = 3,141593, \quad e = 2,718282, \quad C = 0,577216,$$

а значення тих же компонент з двома цифрами після коми – наближеними:

$$u_\delta = (2,51, 0,73, 2,47, 1,67, 1,36, 0,58, 0,43, 1,14, 2,30, 4,81)^T.$$

У цьому випадку

$$\delta u = (3,372 \cdot 10^{-3}, -2,051 \cdot 10^{-3}, 2,598 \cdot 10^{-3}, 3,333 \cdot 10^{-3}, 8,59 \cdot 10^{-4}, 2,784 \cdot 10^{-3}, -4,294 \cdot 10^{-3}, -4,730 \cdot 10^{-3}, -2,585 \cdot 10^{-3}, -4,77 \cdot 10^{-4})^T$$

та

$$\begin{aligned} (u, \delta u) &= 6,164484 \cdot 10^{-3}, \\ (u_\delta, \delta u) &= 6,25413 \cdot 10^{-3}, \\ (u_\delta, \delta u) - (u, \delta u) &= \|\delta u\|^2 = 8,9646 \cdot 10^{-5}, \\ (\delta u, \delta u) &= \|\delta u\|^2 = 8,9645 \cdot 10^{-5}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Якщо трохи змінити значення першої компоненти у векторі u_δ , покладаючи її рівною 2,50, то отримуємо

$$\begin{aligned} \tilde{u}_\delta &= (2,50, 0,73, 2,47, 1,67, 1,36, 0,58, 0,43, 1,14, 2,30, 4,81)^T, \\ \delta \tilde{u} &= \tilde{u}_\delta - u = (-6,628 \cdot 10^{-3}, -2,051 \cdot 10^{-3}, 2,598 \cdot 10^{-3}, 3,333 \cdot 10^{-3}, 8,59 \cdot 10^{-4}, 2,784 \cdot 10^{-3}, -4,294 \cdot 10^{-3}, -4,730 \cdot 10^{-3}, -2,585 \cdot 10^{-3}, -4,77 \cdot 10^{-4})^T, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (u, \delta \tilde{u}) &= -1,8901796 \cdot 10^{-2}, \\ (\tilde{u}_\delta, \delta \tilde{u}) &= -1,877959 \cdot 10^{-2}, \\ (\tilde{u}_\delta, \delta \tilde{u}) - (u, \delta \tilde{u}) &= \|\delta \tilde{u}\|^2 = 1,22206 \cdot 10^{-4}, \\ (\delta \tilde{u}, \delta \tilde{u}) &= \|\delta \tilde{u}\|^2 = 1,22205 \cdot 10^{-4}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Приклад 2. Оцінимо вплив розмірності вектора правої частини СЛАР (2.1) на величину скалярного добутку $(u, \delta u)$. Припустимо, що вектор великої розмірності F утворений циклічним повторенням компонент вектора

$$f = (f_i)^T = (\sqrt{2\pi}, \sqrt{3} - 1, \pi^2/4, 5/3, e/2, C, \lg e, \ln \pi, \ln 10, e^{\pi/2})^T,$$

тобто $F = (f_i, f_i, \dots, f_i, \dots, f_i)^T$. Нехай число таких циклів дорівнює K , так що $N = 10K$.

Неважко бачити, що при $u = F$ відповідно до співвідношень (2.9) маємо

$$\begin{aligned} (u, \delta u) &= K \cdot 6,164484 \cdot 10^{-3}, \\ (u_\delta, \delta u) &= K \cdot 6,25413 \cdot 10^{-3}, \\ (u_\delta, \delta u) - (u, \delta u) &= \|\delta u\|^2 = K \cdot 8,9646 \cdot 10^{-5}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Якщо, наприклад, $K = 1000$, то $(u, \delta u) = 6,164484$, тобто зі збільшенням розмірності вектора правої частини СЛАР величина скалярного добутку $(u, \delta u)$ зростає.

Тепер, слідуючи В.М. Страхову, в силу нерівності Коші–Буняковського можемо записати

$$(u, \delta u)^2 \leq \|u\|^2 \|\delta u\|^2. \quad (2.12)$$

Звідси отримуємо оцінку

$$0 \leq \rho^2 \leq 1, \quad (2.13)$$

де

$$\rho^2 = \frac{(u, \delta u)^2}{\|u\|^2 \|\delta u\|^2}, \quad \|\delta u\|^2 \neq 0. \quad (2.14)$$

Якщо прийняти, що $u = F$, то для величин, які використані в співвідношенні (2.14), маємо

$$\begin{aligned} (F, \delta F)^2 &= K^2 (u, \delta u)^2, \\ \|F\|^2 &= K \|u\|^2, \quad \|\delta F\|^2 = K \|\delta u\|^2. \end{aligned}$$

Отже, як бачимо на підставі рівності (2.14), при вибраній структурі вектора F величина ρ^2 не залежить від його розмірності.

Зауважимо, що для використаних в (2.9) значень u та δu маємо

$$\rho^2 = \frac{(6,164484 \cdot 10^{-3})^2}{47,81 \cdot 8,9645 \cdot 10^{-5}} = 0,008867.$$

Якщо скористатися відповідними величинами з (2.10), то отримаємо:

$$\rho^2 = \frac{(-1,89 \cdot 10^{-2})^2}{47,81 \cdot 1,22206 \cdot 10^{-4}} = 0,06115.$$

Таким чином, дуже незначна зміна величин δu , використаних в прикладах (2.9) і (2.10), призводить до зміни ρ^2 на порядок.

Наведені приклади з усією очевидністю показують, що ніякої ортогональності векторів корисного сигналу u і похибки δu немає. Введення строгої гіпотези $(u, \delta u) = 0$ призводить лише до того, що замість СЛАР (2.1) слід розглядати дві системи рівнянь:

$$A_1 x_1 = u \quad \text{і} \quad A_2 x_2 = \delta u.$$

Про експеримент, в якому N_δ вимірювань є помилковими, а N_u вимірювань – абсолютно точними, можна, використовуючи відомий вислів, сказати: “Краще такого експерименту гірше немає”.

Внесок академіка В.М. Страхова в розвиток теорії і практики розв’язання некоректно поставлених задач величезний і добре відомий (див., наприклад, список літератури до роботи [12]), проте його гіпотеза (2.3) виявилася, на жаль, помилковою. Слід зауважити, що матеріал цього розділу оснований на змісті статті [24].

3. Математична інтерпретація даних оптичного експерименту

На відміну від варіанта інтерпретації $(u, \delta u) = 0$ теоретичного характеру, розглянутого вище, обговоримо можливу правдоподібну інтерпретацію наявності похибки експериментальних даних оптичного експерименту.

Умовно наш приклад пов’язаний з експериментальними дослідженнями ефектів оптичного обмеження в тонких наноструктурних плівках різних політипів карбіду кремнію. Це середовище є перспективним для використання в екстремальних умовах високих і низьких температур, при значних радіаційних навантаженнях і в хімічно активній атмосфері [25, 26]. Результати досліджень показали, зокрема, що в зразку карбіду кремнію,

який характеризується в основному аморфною фазою, ефект оптичного обмеження, як на основній довжині хвилі генерації неодимового лазера ($\lambda = 1064$ нм), так і на його другій гармоніці ($\lambda = 532$ нм), не був виявлений. Аналогічний результат був отриманий і для зразка, який завдяки додатковій обробці відпалом складався майже на 100% з кристалічної фази (ЗС) нанорозмірного карбїду кремнію (рис. 1, а, б).

З цих результатів випливає, що залежність інтенсивності випромінювання, що пройшло через зразок, від інтенсивності падаючого випромінювання носить майже лінійний характер для аморфного і 100% кристалічного зразка.

Оскільки метою подальшого викладу є виявлення правдоподібної інтерпретації без строгого врахування похибки реєстрованих даних, то будемо використовувати інші лінійні залежності подібного роду, але з більшим на порядок числом експериментальних точок і з більш яскраво вираженими похибками вимірювань.

На рис. 2 показано типову залежність (експеримент 1) відносної величини зареєстрованого сигналу (наприклад, проходження пучка через обмежуючу діафрагму за умови відсутності зразка) від вхідного сигналу:

$$u_{\delta}(x) = \frac{I_{\delta}^{(out)}}{I_{max}}, \quad x = \frac{I^{(in)}}{I_{max}}.$$

Аналогічну залежність (експеримент 2) відносної величини сигналу повного пропускання зразка від інтенсивності лазерного випромінювання наведено на рис. 3:

$$u_{\delta_s}(x) = \frac{\tilde{I}_{\delta}^{(out)}}{I_{max}}, \quad x = \frac{I^{(in)}}{I_{max}}.$$

З достатнім ступенем впевненості можна стверджувати, що обидві залежності носять лінійний характер. Дійсно, апроксимуючи експериментальні дані лінійними функціями, отримуємо:

$$\hat{u}_{\delta}(x) = a_1 + b_1x, \quad a_1 = 0,00485266, \quad b_1 = 1,22719; \quad (3.1)$$

$$\hat{u}_{\delta_s}(x) = a_2 + b_2x, \quad a_2 = -0,00175473, \quad b_2 = 1,07823. \quad (3.2)$$

Максимальні похибки наближення в першому і другому випадку виявляються рівними відповідно

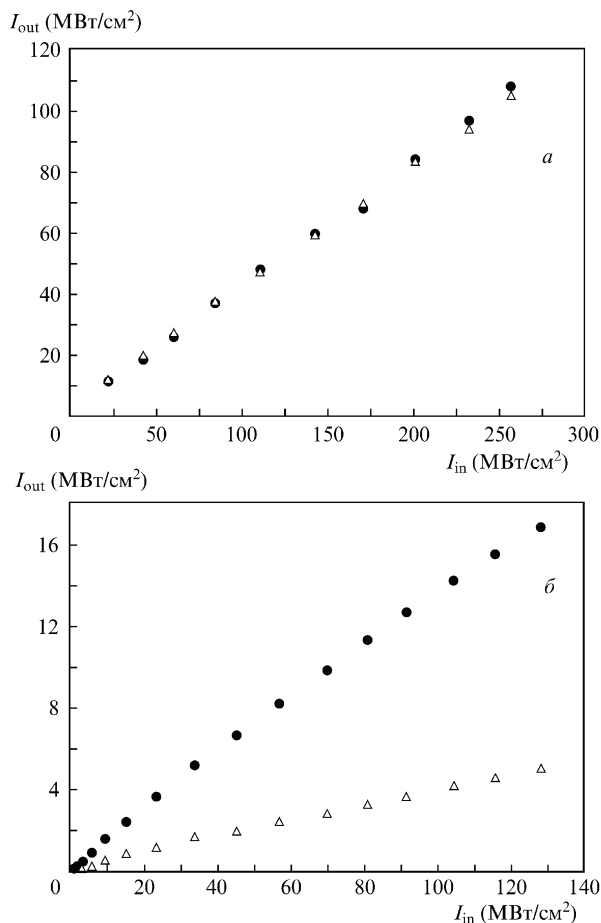


Рис. 1. Залежність інтенсивності випромінювання, що пройшло через зразок, від інтенсивності падаючого випромінювання для аморфного і 100% кристалічного зразка при а – $\lambda = 1064$ нм і б – $\lambda = 532$ нм: ● – аморфний зразок, Δ – повністю кристалічний зразок ЗС

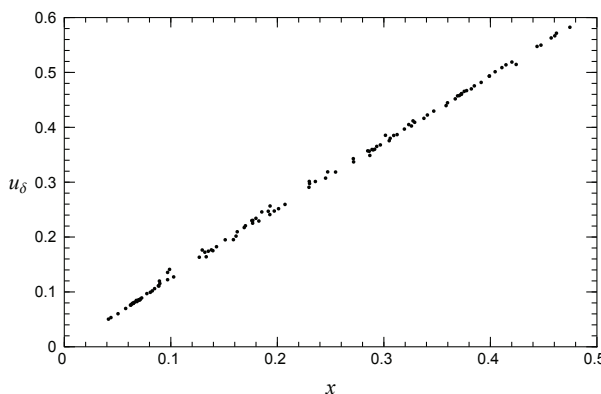


Рис. 2. Залежність (експеримент 1) відносної величини зареєстрованого сигналу від вхідного сигналу

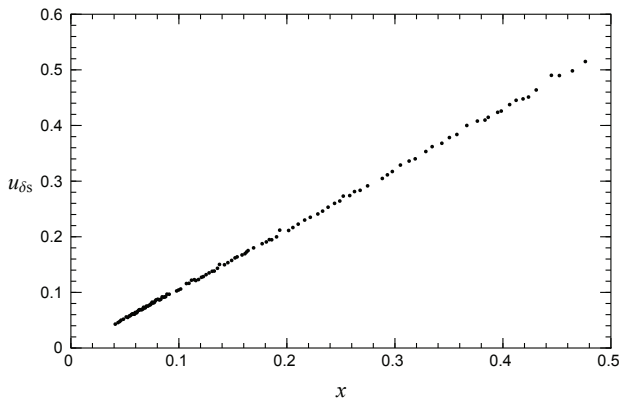


Рис. 3. Залежність (експеримент 2) відносної величини сигналу повного пропускання зразка від інтенсивності лазерного випромінювання

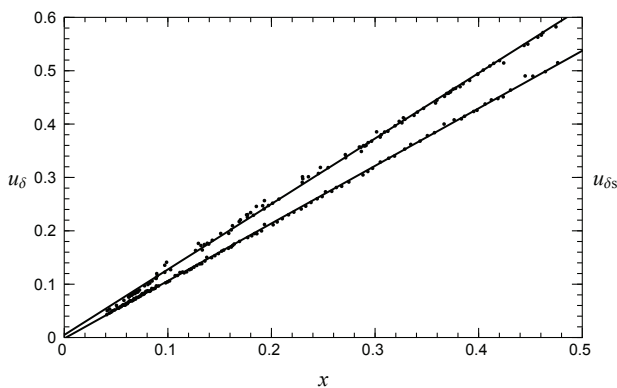


Рис. 4. Результати апроксимації експериментальних даних лінійними функціями

$\delta\hat{u} = 0,015$ і $\delta\hat{u}_s = 0,012$. Результати апроксимації (3.1), (3.2) представлені графіками на рис. 3.

Якщо наблизити результати експерименту без зразка (рис. 2) поліномом третього степеня:

$$\bar{u}_\delta(x) = a_3 + b_3x + c_3x^2 + d_3x^3, \quad a_3 = -0,0147916, \quad (3.3)$$

$$b_3 = 1,53318, \quad c_3 = -1,16683, \quad d_3 = 1,26578,$$

то отримаємо максимальну похибку наближення, що дорівнює $\delta\bar{u} = 0,0145$, яка є меншою, ніж у випадку лінійної апроксимації.

Слід зазначити принципове значення того факту, що в результаті всіх наближень (3.1)–(3.3) коефіцієнти a_i ($i = 1, 2, 3$) виявилися ненульовими. Інакше кажучи, за відсутності сигналу на вході в систему вимірювальна апаратура фіксує в першому і другому варіанті експерименту присутність

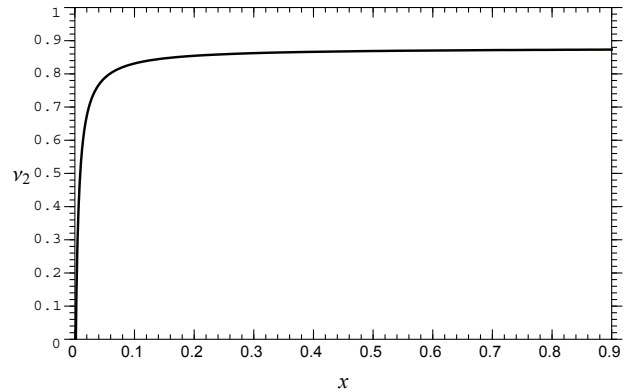


Рис. 5. Графічне представлення функції $\nu_1(x)$ за умови $a_1 = 0$ у формулі (3.1)

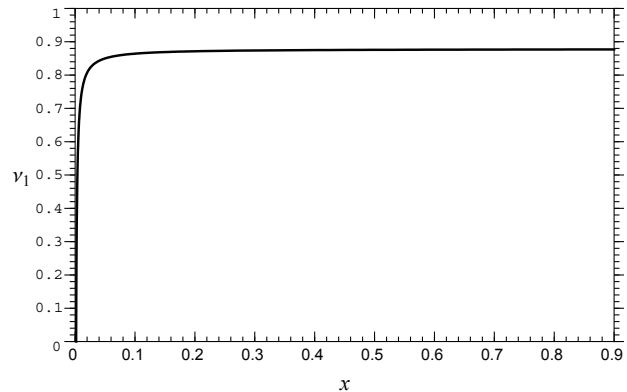


Рис. 6. Графічне представлення функції $\nu_1(x)$ в загальному випадку ($a_1 \neq 0, a_2 \neq 0$)

сигналу. Цей сигнал є ніщо інше, як похибка моделювання на початку координат:

$$\delta u(0) = u_\delta(0) - u(0) \neq 0. \quad (3.4)$$

Ігнорування цього факту може призвести до невірної фізичної інтерпретації експериментальних досліджень. Справа в тому, що зіставлення результатів вимірювань у другому експерименті з даними в першому здійснюють нерідко шляхом ділення одних даних на другі: $\frac{\hat{u}_{\delta s}(x)}{\hat{u}_\delta(x)}$. Такий варіант можливий, наприклад, за наявності ідеальної вимірювальної апаратури, яка виключає будь-які похибки. За ідеальних умов усі експериментальні точки лежать строго на прямій, яка, в свою чергу, проходить через початок координат.

Пояснимо сказане простими викладками. Нехай $a_1 = 0$ і $a_2 = 0$, тоді

$$\frac{\hat{u}_{\delta s}(x)}{\hat{u}_{\delta}(x)} = \frac{\hat{b}_2 x}{\hat{b}_1 x} = \text{const} \quad (\hat{b}_1 \neq 0).$$

Підкреслимо: або це ідеальний варіант, або в процесі попередньої обробки експериментальні дані наближають лінійними функціями $u_{\delta i}(x) = b_i x$. Зрозуміло, що мова йде про експерименти, результати яких подібні наведеним на рис. 2 та 3.

Розглянемо перший, досить простий, але реальний випадок, коли дані вимірювань супроводжують похибки, але пряма лінія перших вимірів проходить строго через нуль ($a_1 = 0$), тобто за відсутності сигналу на вході в систему відсутній і спостережуваний сигнал. Нехай всі інші коефіцієнти мають попередні значення з експериментів 1 і 2. Тоді

$$\nu_1(x) = \frac{\hat{u}_{\delta s}(x)}{\hat{u}_{\delta}(x)} = \frac{a_2 + b_2 x}{b_1 x} = \frac{b_2}{b_1} + \frac{a_2}{b_1 x} = \alpha_1 + \frac{\beta_1}{x},$$

$$\alpha_1 = 0,878614, \quad \beta_1 = -0,00142988,$$

так що отримана звичайна гіпербола.

Якщо розглядати варіант, коли всі коефіцієнти з (3.1) і (3.2) відмінні від нуля, то і в цьому випадку буде отримана гіперболічна залежність (див. рис. 6).

Можна тепер уявити, що деякому абстрактному експериментатору, який з різних причин залишає без уваги (3.4), більш цікавий варіант, коли результати першого експерименту апроксимовані поліномом третього степеня (3.3). Тим більше, функції $\nu_1(x)$ і $\nu_2(x)$ поводять себе в околі нуля своєрідно. В результаті виходить така функція $\nu_3(x)$, графічне зображення якої (рис. 7) може викликати спокусю пошуку якогось “глибокого” фізичного сенсу.

Справа в тому, що якщо розкласти $\bar{u}_{\delta}(x)$ у формулі (3.3) на прості множники

$$\bar{u}_{\delta}(x) = (x - 0,00971879) \times (1,26578 x^2 - 1,15452 x + 1,52195),$$

то можна побачити, що значення $x^* = 0,00971879$ є особливою точкою функції

$$\begin{aligned} \nu_3(x) &= \frac{\hat{u}_{\delta s}(x)}{\hat{u}_{\delta}(x)} = \\ &= \frac{1,07823x - 0,00175473}{(x - 0,00971879)(1,26578 x^2 - 1,15452 x + 1,52195)} \end{aligned}$$

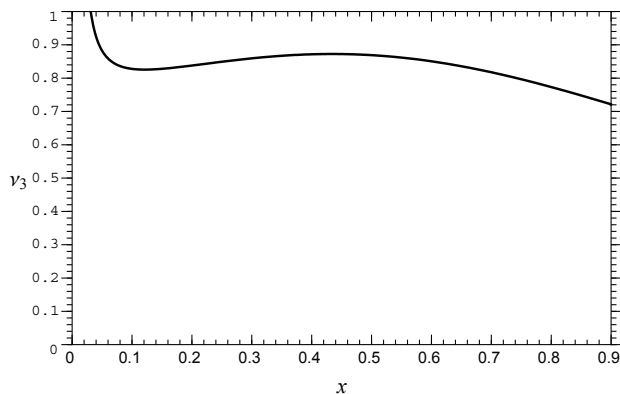


Рис. 7. Графічне представлення функції $\nu_3(x)$

і її похідних. Наявність полюса визначає характер поведінки розглянутої функції $\nu_3(x)$.

Щоб уникнути невірної інтерпретації результатів експерименту можна рекомендувати замість відношення функцій $\frac{\hat{u}_{\delta s}(x)}{\hat{u}_{\delta}(x)}$ використовувати відношення їх похідних $\frac{\hat{u}'_{\delta s}(x)}{\hat{u}'_{\delta}(x)} = \frac{b_2}{b_1}$.

4. Висновки

Таким чином, використовуючи модельні приклади результатів наукових експериментальних досліджень, ми показали, що

1. Будь-які гіпотези і припущення щодо рівня похибок вимірювань, наявності їх детермінованого зв'язку з передбачуваними точними даними підлягають ретельному і всебічному аналізу в поєднанні з проведенням обчислювальних експериментів з розв'язанням конкретних некоректно поставлених задач. Необхідною умовою повноти такого аналізу є зіставлення результатів фізичних і обчислювальних експериментів.

2. Апроксимація експериментальних залежностей оптичного експерименту поліномами (як це часто роблять) при неувважному ставленні до наявності похибок у даних експерименту (особливо в околі початку координат) може призвести до правдоподібної (але невірної) фізичної інтерпретації отриманих результатів.

1. В.К. Гейзенберг. Что такое “понимание” в теоретической физике. *Природа* **4**, 75 (1971).
2. А.С. Давыдов. Интерпретация результатов научных исследований в области физики. *Препринт ИТФ* (1980).
3. А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. *Методы решения некорректных задач* (Наука, 1966).

4. А.Б. Бакушинский, А.В. Гончарский. *Некорректные задачи. Численные методы и приложения* (Изд-во Моск. ун-та, 1989).
5. Г.М. Вайникко, А.Ю. Веретенников. *Итерационные процедуры в некорректных задачах* (Наука, 1986).
6. В.Н. Страхов. Критический анализ классической теории линейных некорректных задач. *Геофизика* **3**, 3 (1999).
7. В.Н. Страхов. *Геофизический "диалект" языка математики* (ОИФЗ РАН, 2000).
8. В.Н. Страхов. *О подготовке специалистов в области гравиметрии и магнитометрии в высших учебных заведениях России* (ОИФЗ РАН, 2000).
9. В.Н. Страхов. Геофизический вариант теории регуляризации линейных некорректных задач. В сб. *Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных магнитных и электрических полей*, Ин-т геофизики НАН Украины, 99 (ОИФЗ РАН, 2001).
10. В.Н. Страхов. Основные конструктивные идеи, используемые при разработке численных методов нахождения устойчивых приближенных решений систем линейных алгебраических уравнений с приближенно заданной правой частью, возникающих в задачах гравиметрии и магнитометрии. I. Конструктивные идеи фундаментального уровня. *Физика Земли* **11**, 3 (2001).
11. В.Н. Страхов. О проблеме регуляризации систем линейных алгебраических уравнений, возникающих в задачах гравиметрии и магнитометрии. I. Новые конструктивные идеи. В сб. *Актуальные вопросы математической геофизики*, **1**, 69 (ОИФЗ РАН, 2001).
12. В.Н. Страхов. *Смена парадигмы в теории линейных некорректных задач* (ОИФЗ РАН, 2001).
13. В.Н. Страхов, А.В. Страхов. О регуляризации метода наименьших квадратов. *Геофиз. журн.* **20**(6), 18 (1998).
14. В.Н. Страхов, А.В. Страхов. Обобщения метода наименьших квадратов и регуляризованные алгоритмы нахождения устойчивых приближенных решений систем линейных алгебраических уравнений с приближенными данными, возникающих при решении задач геофизики. *Геофиз. журн.* **21**(2), 3 (1999).
15. В.Н. Страхов. Обобщение вариационных методов М.А. Лаврентьева и А.Н. Тихонова регуляризации систем линейных алгебраических уравнений с приближенно заданной правой частью, обеспечивающее потребности гравиметрии и магнитометрии. *Геофиз. журн.* **24**(5), 3 (2002).
16. В.Н. Страхов, А.В. Страхов. Универсальные алгоритмы регуляризации систем линейных алгебраических уравнений с аддитивной помехой в правой части, возникающих при решении задач гравиметрии и магнитометрии. *Физика Земли* **10**, 3 (2000).
17. Q. Yang, J.T. Seo, S.J. Creekmore, D.A. Temple, K.P. Yoo, S.Y. Kim, S.S. Jung, A.G. Mott. I-scan measurements of the nonlinear refraction and nonlinear absorption coefficients of some nanomaterials. In *Proc. SPIE 4797, Multi-photon Absorption and Nonlinear Transmission Processes: Materials, Theory, and Applications, 2003*, p. 101 [DOI: 10.1117/12.453537].
18. I. Dancus, V.I. Vlad, A. Petris, T.B. Rujoiu, I. Rau, F. Kajzar, A. Meghea, A. Tane. Z-Scan and I-Scan methods for characterization of DNA optical nonlinearities. *Rom. Rep. Phys.* **65**(3), 966 (2013).
19. G. Boudebs, K. Fedus. Image formation and applications to third order nonlinear optical measurement. In *Proc. of the 14th Int. Conf. on Transparent Optical Networks (ICTON), 2012*, p. 1 [DOI: 10.1109/ICTON.2012.6253855].
20. R.F. Souza, M.A. Alencar, J.M. Hickmann, R. Kobayashi, L.R. Kassab. Femtosecond nonlinear optical properties of tellurite glasses. *Appl. Phys. Lett.* **89**, 171917 (2006) [DOI: 10.1063/1.2364467].
21. T.B. Rujoiu, A. Petris, V.I. Vlad. Nonlinear refractive properties of 1D periodically nanostructured silicon-on-insulator investigated by reflection I-Scan. In *Proc. SPIE 8882, ROMOPTO 2012: Tenth Conference on Optics: Micro- to Nanophotonics III, 2013*, p. 88820C [DOI: 10.1117/12.2032351].
22. T.B. Rujoiu, V.I. Vlad, A. Petris. Measurement of nonlinear refractive index of silicon nanostructures using reflection intensity scan method. *Romanian Reports in Physics* **65**(3), 954 (2013).
23. В.И. Арнольд. Математика и физика: родитель и дитя или сестры? *УФН* **169** (12), 1311 (1999).
24. В.И. Старостенко, В.Н. Старков. О результатах проверки одной гипотезы В.Н. Страхова. *Геофиз. журн.* **25** (1), 122 (2003).
25. А.А. Борщ, В.Н. Старков, В.И. Волков, В.И. Руденко, А.Ю. Боярчук, А.В. Семенов. Эффекты оптического ограничения в тонких наноструктурированных пленках карбида кремния. *Квантовая электроника* **43** (12), 1122 (2013).
26. А.А. Borshch, M.S. Brodyn, V.N. Starkov, V.I. Rudenko, V.I. Volkov, A.Yu. Boyarchuk, A.V. Semenov. Broadband optical limiting in thin nanostructured silicon carbide films and its nature. *Optics Communications* **364**, 88 (2016) [DOI: 10.1016/j.optcom.2015.11.040].

Одержано 31.01.17

V.N. Starkov, A.A. Borshch, I.S. Gandzha, P.M. Tomchuk

SOME EXAMPLES OF SEEMINGLY PLAUSIBLE INTERPRETATION OF EXPERIMENTAL RESULTS

S u m m a r y

Some examples of a seemingly plausible but wrong interpretation of experimental results have been considered on the basis of the theory of rigorous mathematical interpretation of experimental data. The ability of apparatus errors to significantly affect the measurement results in optical experiments is demonstrated. Ignoring this fact can result in erroneous conclusions concerning the physical nature of the optical phenomena under consideration.