

Я.О. ЛЯШЕНКО,^{1,2} З.М. ЛЯШЕНКО²

¹ Technische Universität Berlin, Institut für Mechanik, FG Systemdynamik und Reibungsphysik
(Sekt. C8-4, Raum M 122, Strasse des 17. Juni 135, 10623 Berlin, Germany;
e-mail: i.liashenko@tu-berlin.de)

² Сумський державний університет
(Вул. Р.-Корсакова, 2, Суми 40007, Україна)

ВПЛИВ ТАНГЕНЦІАЛЬНОГО ЗСУВУ НА СИЛУ АДГЕЗІЇ МІЖ ГРАДІЄНТНИМИ МАТЕРІАЛАМИ

УДК 539.612

Досліджується вплив тангенціального зміщення на міцність адгезійного контакту для градієнтних матеріалів із різним ступенем градієнтності. Розглядаються умови контрольованої сили і контрольованого зміщення. Для всього діапазону параметра градієнтності, для якого справедливий критерій відриву, розраховане співвідношення між критичними нормальною і тангенціальною компонентами сили, за яких відбувається руйнування контакту. Знайдено оптимальні параметри, при яких міцність адгезійного контакту набуває максимальних значень. Окремо розглянуто випадок, у якому контакт руйнується лише за рахунок тангенціального зміщення, коли нормальна сила набуває нульового значення.

Ключові слова: адгезія, трибологія, чисельне моделювання, метод редукції розмірності.

1. Вступ

Функціонально-градієнтними матеріалами називають такі, які безперервно змінюють властивості у своєму об'ємі [1, 2]. Такий ефект може бути досягнутий штучно при виробництві сплавів, у яких концентрація складових речовин розподілена неоднорідно. Градієнтні матеріали також існують у природі – це кістки, голки рослин і тварин, пір'я птахів, стеблі рослин, морські губки, хрящі суглобів і багато інших об'єктів. Переважна більшість натуральних градієнтних матеріалів має біологічну природу. Пов'язано це в першу чергу із тим, що органи із таких матеріалів набагато краще виконують свої функції. У живих істот це закріпилося у ході еволюції. Наприклад, багато рослин і тварин використовують голки для захисту, які повинні бути одночасно і жорсткими (щоб надавати саме функцію захисту), і еластичними (щоб не зламатися при зовнішній дії), а жорсткість і ела-

стичність, як відомо, поєднуються погано. Вихід із цієї проблеми – голки із градієнтними властивостями, які на гострому кінці є більш м'якими і легко деформуються, а далі по довжині стають більш жорсткими. При переміщенні стороннього організму по довжині такої голки він спочатку не буде відчувати болю, оскільки на початку голка легко деформується, але при цьому також витримує великі деформації не пошкоджуючись. При подальшому просуванні по голці вона стає більш жорсткою, і це не дозволяє сторонньому об'єкту без негативних наслідків нанести пошкодження організму, який за допомогою таких голок захищається.

Градiєнтні матеріали відкривають низку нових можливостей при використанні у промисловості. Наприклад, при розробці приладів для забезпечення плавної дисипації механічної енергії, зокрема, як захисне покриття там, де можливе падіння людини з великої висоти. При контакті тіла людини із таким покриттям спочатку воно чинитиме мінімальний опір, оскільки модуль пружності ду-

же малий, але далі людина все більше буде “занурюватися” у таку “підлогу” і протидіюча сила буде збільшуватися. Знаючи кінетичну енергію тіла при першому контакті можна розрахувати товщину матеріалу і показник градієнтності, необхідні для того, щоб всередині тіла при падінні не виникали надкритичні напруження, за яких відбувається руйнування внутрішніх органів або кісток.

Такі захисні покриття можна також використовувати у захисних шоломах, підкладках бронежилетів, при виробництві підшв спортвних кросівок тощо. У всіх перелічених випадках важливим є одне – уповільнення процесу передачі механічної енергії тілу, яке захищається за допомогою таких матеріалів. У зв’язку з високою актуальністю градієнтних матеріалів для промисловості, існує багато теоретичних [3–5] і експериментальних [6, 7] робіт, присвячених дослідженню таких середовищ, а також комп’ютерне моделювання [8–10].

Властивості описаних вище градієнтних матеріалів є функцією просторової координати, тобто вони володіють градієнтністю у просторі, саме дослідженню таких матеріалів і присвячена запропонована робота. Але якщо розглядати особливості градієнтних середовищ на прикладі органів живих істот, відомо, що градієнтні властивості цих органів також змінюються у часі. З такої точки зору можна вважати градієнтні властивості ще й функцією часу, і говорити у певному сенсі не тільки про просторову, а також і про часову градієнтність, тобто про просторово-часові характеристики. Зміна властивостей градієнтних матеріалів у часі відіграє дуже важливу роль для живих істот. Наприклад, новонароджений їжачок має дуже м’які голки по всій довжині. Тільки з такими голками він може сформуватися в утробі без нанесення шкоди материнському організму. Після народження у процесі його подальшого формування вже у навколишньому середовищі голки стають більш грубими і нарешті набувають захисних функцій. Однак для опису таких систем, де градієнтні властивості змінюються у часі, для кожного моменту часу можна вибрати відповідну координатну функцію для опису градієнтності і провести окреме дослідження, якщо це необхідно. Можна однак уявити іншу ситуацію, коли градієнтні властивості матеріалу змінюються у часі дуже швидко. При достатньо швидких змінах ця часова залежність буде впливати на характер дисипації енер-

гії у контактних явищах. Градієнтні властивості у часі можна змінювати наприклад при дії змінного магнітного поля, якщо матеріал містить магнітні частинки. Але створення таких штучних матеріалів із просторово-часовою залежністю градієнтних властивостей є далекою перспективою. В запропонованій роботі ми вивчаємо випадок, коли властивості матеріалу (модуль пружності) залежать лише від просторової координати.

2. Формулювання метода редукції розмірності для адгезійних контактів між градієнтними матеріалами

2.1. Нормальний контакт

Опишемо особливості застосування методу редукції розмірності (method of dimensionality reduction – MDR) для опису контакту між градієнтними матеріалами при індентуванні лише у нормальному напрямку, без тангенціального зсуву. Ми розглядаємо випадок, у якому модуль пружності матеріалу задається степеневою функцією:

$$E(z) = E_0 \left(\frac{z}{c_0} \right)^k, \quad -1 < k < 1. \quad (1)$$

Для описання просторово-часової градієнтності замість E_0 потрібно використовувати часову функцію, наприклад, таку, що описує найпростіший випадок дебаївської релаксації $E_0 (1 - e^{-t/\tau})$, яка, згідно з (1), даватиме значення модуля пружності $E(z) = 0$ у початковий момент часу (дуже м’які голки у процесі внутрішньоутробного формування організму) і постійний коефіцієнт E_0 у формулі (1) на достатньо великих проміжках часу (дорослий сформований організм). Слід зазначити, що нульовий модуль пружності не має фізичного змісту, однак можна підібрати таку часову функцію, для якої у початковий момент часу модуль пружності набуває ненульового значення. Із залежністю (1), яка дає нульовий модуль пружності на поверхні матеріалу, ситуація дещо складніше, оскільки подальші формули отримуються саме для ситуації (1), і зміна цієї залежності потребуватиме створення нової теорії. Тобто у цій роботі ми розглядаємо ситуацію, у якій на поверхні матеріалу модуль пружності дуже малий. Якщо модуль пружності на поверхні матеріалу приймає значення, які суттєво відрізняються від нульових, для вивче-

ння таких систем потрібно використовувати інші методики, наприклад, чисельне моделювання [11].

У випадку пружного контакту між аксіально симетричними тілами метод MDR складається із двох етапів [12–14]. Якщо нам відома функція оригінального тривимірного профілю індентора $f(r)$ (рис. 1), потрібно зробити заміну цього профілю на еквівалентний йому у одновимірному просторі $g(x)$, для чого використовується відома трансформація у вигляді процедури [15]

$$g(x) = |x|^{1-k} \int_0^{|x|} \frac{f'(r)}{\sqrt{(x^2 - r^2)^{1-k}}} dr. \quad (2)$$

Далі для спрощення описуватимемо лише ситуацію контакту між жорстким параболічним індентором $f(r) = r^2/(2R)$ і пружним напівпростором з градієнтними властивостями, які задаються рівнянням (1). Вибрана функція $f(r)$ призводить до одновимірного подання у вигляді

$$f(r) = \frac{r^2}{2R} \Rightarrow g(x) = \frac{x^2}{(1+k)R}. \quad (3)$$

На наступному кроці [12–14] пружний напівпростір повинен бути замінений на пружну основу [16], як це показано на рис. 1. Ця основа складається із невзаємодіючих пружин з нормальною k_z і тангенціальною k_x жорсткостями, які є функціями просторової координати у одновимірному просторі x :

$$k_z(x) = c_N(x) \Delta x = h_N(k, \nu) E^* \left(\frac{|x|}{c_0} \right)^k \Delta x, \quad (4)$$

$$k_x(x) = c_T(x) \Delta x = h_T(k, \nu) G^* \left(\frac{|x|}{c_0} \right)^k \Delta x. \quad (5)$$

У останніх двох формулах постійні (які є ефективними модулями пружності E^* і зсуву G^* при $k = 0$) визначаються рівностями

$$E^* = \frac{E_0}{1 - \nu^2} = \frac{2G_0}{1 - \nu}, \quad G^* = \frac{4G_0}{2 - \nu}, \quad (6)$$

тому маємо

$$G^* = E^* \frac{2 - 2\nu}{2 - \nu}. \quad (7)$$

Функції $h_N(k, \nu)$ і $h_T(k, \nu)$ у рівняннях (4) і (5) визначаються за формулами [13, 14]¹:

$$\begin{aligned} h_N(k, \nu) &= \frac{2(1+k) \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right)}{\beta(k, \nu) \gamma(k, \nu)}, \\ h_T(k, \nu) &= \frac{2\beta(k, \nu)(2 - \nu) \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right)}{(1+k)(1-\nu) \gamma(k, \nu) + 2\beta(k, \nu) \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right)}, \\ \gamma(k, \nu) &= \sqrt{\pi} C(k, \nu) \sin\left(\frac{\beta(k, \nu)\pi}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1+k}{2}\right), \\ C(k, \nu) &= \frac{2^{1+k} \Gamma\left(\frac{3+k+\beta(k, \nu)}{2}\right) \Gamma\left(\frac{3+k-\beta(k, \nu)}{2}\right)}{\pi \Gamma(2+k)}, \\ \beta(k, \nu) &= \sqrt{(1+k) \left(1 - \frac{k\nu}{1-\nu}\right)}. \end{aligned} \quad (8)$$

І хоча функції (8) на перший погляд можуть здатися складними, насправді вони містять лише одну неелементарну стандартну Γ -функцію

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt \quad (9)$$

і їх обчислення за допомогою комп'ютера не викликає труднощів. Для опису тангенціального зсуву індентора спочатку потрібно навести процедуру опису його нормального руху. Для універсальності подальшого розгляду нам потрібно вибрати одиниці вимірювання усіх величин і сформулювати критерій відриву, а це впливає із опису нормального контакту.

При індентуванні трансформованого профілю $g(x)$ в пружну основу на глибину d натяг окремих пружин всередині контакту можна знайти за формулою

$$u_z(x) = d - g(x) = d - \frac{x^2}{(k+1)R}, \quad (10)$$

яка впливає із геометрії системи (рис. 1). Розмір адгезійного контакту при заданій глибині індентування d можна легко визначити із принципу віртуальної роботи. Натягнення пружин на границі контакту становить $\Delta l = -u_z(a)$. При від'єд-

¹ Відзначимо, що у [13] використовується визначення $h_T(k, \nu)$, яке відрізняється від означення, яке ми пропонуємо у цій статті. Ми змінили вигляд цієї функції, щоб змінити вигляд рівняння (5) і записати його у формі, аналогічній до (4). Звісно, у математичному і фізичному сенсі таке подання цілком еквівалентне до роботи [13].

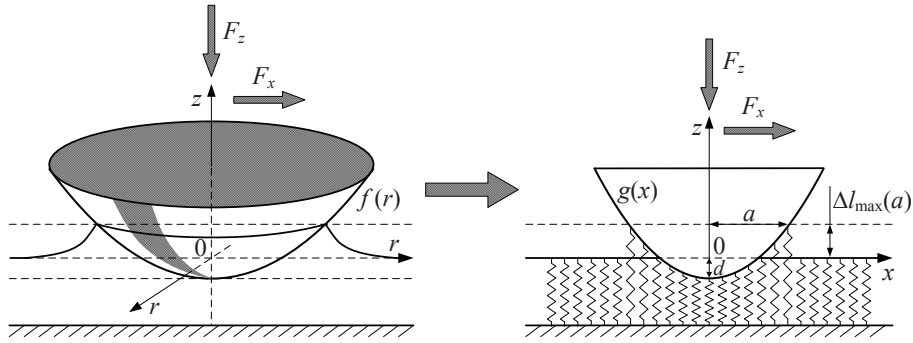


Рис. 1. MDR трансформування оригінального тривимірного профілю $f(r)$ у одновимірний $g(x)$ і заміна пружного напівпростору пружною основою із незваємодіючих пружин. При наявності нормальної і тангенціальної сил і адгезії пружини основи будуть зсуватися одночасно у нормальному і тангенціальному напрямках. На рис. 1 проілюстровано лише нормальний рух індентора і стиснення пружин у цьому напрямку

нанні цих двох межових пружин виконується робота, що дорівнює потенціальній енергії цих пружин $k_z(a) \Delta l^2$. Після їх від'єднання навколо контакту утворюється вільна площа у вигляді кільця із площею $2\pi a \Delta x$, якій відповідає енергія $2\pi a \Delta x \Delta \gamma$, яка може бути визначена тільки в оригінальній тривимірній системі. Відповідно до принципу віртуальної роботи система буде знаходитися у рівновазі, якщо ці дві енергії еквівалентні [17], звідки маємо

$$c_N(a) \Delta l^2 \Delta x = 2\pi a \Delta x \Delta \gamma. \quad (11)$$

Це означає, що умова рівноваги крайніх пружин запишеться у вигляді [13]:

$$\Delta l = \Delta l_{\max}(a) = \sqrt{\frac{2\pi a \Delta \gamma}{c_N(a)}}. \quad (12)$$

Комбінуючи вирази (10) і (12) отримуємо [13]:

$$d = \frac{a^2}{(1+k)R} - \sqrt{\frac{2\pi a \Delta \gamma}{c_N(a)}} = \frac{a^2}{(1+k)R} - \sqrt{\frac{2\pi \Delta \gamma c_0^k a^{1-k}}{E^* h_N(k, \nu)}}. \quad (13)$$

Нормальна сила в контакті може бути знайдена як сума від всіх натягнутих і стиснених пружин [13]:

$$F_z(a) = \int_{-a}^a c_N(x) [d - g(x)] dx =$$

$$= \frac{4h_N(k, \nu) E^* a^{k+3}}{c_0^k (1+k)^2 (3+k) R} - \sqrt{\frac{8\pi \Delta \gamma h_N(k, \nu) E^*}{a^{-(3+k)} (1+k)^2 c_0^k}}. \quad (14)$$

Далі розглянемо більш загальну ситуацію, в якій індентор переміщується одночасно в нормальному і тангенціальному напрямках. Позначимо його тангенціальний зсув як $u_x^{(0)}$. Для універсальності подання аналітичних і чисельних результатів запишемо всі змінні у безрозмірному вигляді, нормуючи їх таким чином:

$$\begin{aligned} \tilde{a} &= a/a_0, & \tilde{F}_z &= F_z/F_0, & \tilde{F}_x &= F_x/F_0, \\ \tilde{d} &= d/d_0, & \tilde{u}_x^{(0)} &= u_x^{(0)}/d_0, & \tilde{u}_z &= u_z/d_0, \end{aligned} \quad (15)$$

де величини F_0 , a_0 і d_0 – це критичні значення нормальної сили, контактного радіуса та абсолютного значення глибини індентування в момент відриву параболічного профілю від пружного напівпростору у випадку контрольованого переміщення (“fixed grips”) [13]:

$$\begin{aligned} F_0 &= \frac{(1-k)(5+3k)\pi R \Delta \gamma}{2(3+k)}, & d_0 &= \frac{(3+k)a_0^2}{(1-k^2)R}, \\ a_0 &= \left(\frac{\pi(1-k^2)^2 R^2 \Delta \gamma c_0^k}{8E^* h_N(k, \nu)} \right)^{\frac{1}{3+k}}. \end{aligned} \quad (16)$$

У безрозмірній формі вирази (13) і (14) набувають більш компактного вигляду

$$\tilde{d} = \frac{(1-k)\tilde{a}^2}{3+k} - \frac{4}{3+k} \sqrt{\tilde{a}^{1-k}}, \quad (17)$$

$$\tilde{F}_z = \frac{(1-k)\tilde{a}^{3+k}}{5+3k} - \frac{2(3+k)}{5+3k} \sqrt{\tilde{a}^{3+k}}. \quad (18)$$

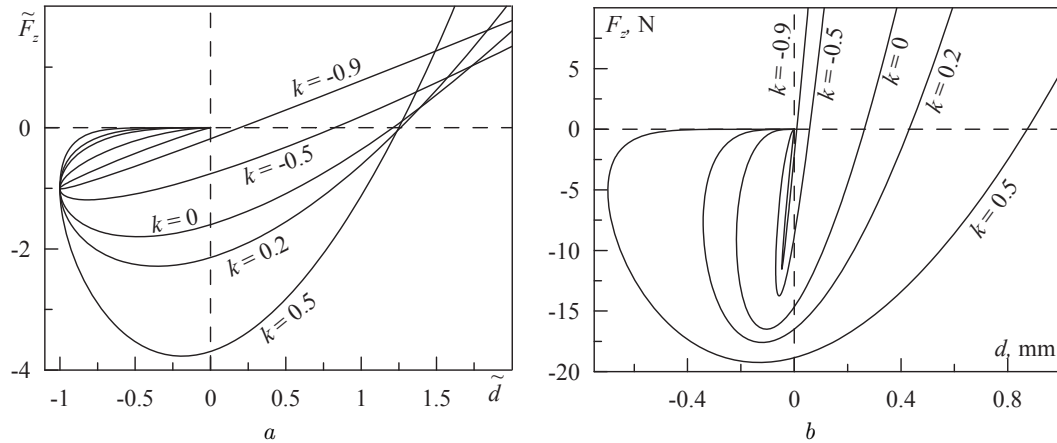


Рис. 2. Залежності пружної сили \tilde{F}_z від глибини індування \tilde{d} для нормального адгезійного контакту. Криві відповідають аналітичному розв'язку (17) і (18) для фіксованих значень параметра k (а); залежності, які відповідають кривим на рис. 2, а у розмірному вигляді, при параметрах $\Delta\gamma = 0,7$ Дж/м², $c_0 = 1$ м, $R = 5$ м, $E = 10^6$ Па, $\nu = 0,3$ (б)

Цей результат за значення $k = 0$ (відповідно до (1) при $k = 0$ маємо $E(z) = E_0 = \text{const}$) збігається з класичним результатом JKR [18], однак у нашій роботі ми використовуємо безрозмірні змінні, що виміряні в інших масштабах (16), які, на нашу думку, краще підходять для проведення подальшого аналізу.

Залежності безрозмірної сили \tilde{F}_z від безрозмірної глибини індування \tilde{d} , що визначаються виразами (17) і (18), показані на рис. 2, а. На рис. 2, б показані залежності у розмірному вигляді при фіксованих параметрах моделі. Вибрані одиниці виміру (15), (16) дозволяють записати результат (13) і (14) у набагато простішій формі (17), (18). Використання таких безрозмірних рівнянь дозволяє значно спростити подальший аналітичний аналіз. Але в деяких ситуаціях безрозмірні залежності взагалі неможна порівнювати. Наприклад, на рис. 2 розмірні залежності $F(d)$ побудовані при значенні параметра $c_0 = 1$ м, який входить лише до одиниць вимірювання і відсутній у безрозмірних залежностях (17) і (18). Якщо аналізувати безпосередньо результат (13) і (14) у розмірних величинах, легко бачити, що у ситуаціях $c_0 > 1$ м і $c_0 < 1$ м зміна параметра градієнтності k впливає по-різному на адгезійні властивості контакту. Тобто для аналізу впливу цього параметра потрібно порівнювати отримані результати у розмірних величинах, або вибирати такі безрозмірні параметри, які не містять показника k .

У запропонованій статті ми аналізуємо стабільність контакту, тобто знаходимо умови, за яких контакт руйнується. Як відомо, для адгезійного контакту важливі умови його навантаження. Ми розглядаємо два типові випадки: умови контрольованої сили ("fixed load") і контрольованого переміщення ("fixed grips"). Контрольоване переміщення означає, що при русі індентора поступово змінюється його макроскопічне положення як цілого, за допомогою дуже жорсткого з'єднання індентора із механізмом, який приводить його у рух. Умови контрольованої сили реалізуються при переміщенні індентора за допомогою дуже м'якої пружини, коли значення сили при кожній релаксації контакту до рівноважного стану не змінюється (м'яка пружина розтягується на досить велику величину, тому малі зміщення індентора не впливають суттєво на її розтяг, а отже і на діючу силу). Ми вже використовували раніше метод MDR для моделювання впливу адгезійної взаємодії на зіткнення між пружними сферичними частинками за умови контрольованого зміщення [19].

2.2. Одночасне нормальне і тангенціальне зміщення

Нехай у контакті присутній нормальний і тангенціальний зсув, причому тангенціальне зміщення індентора дорівнює $u_x^{(0)}$. Потенціальна енергія двох крайніх пружин у контакті при врахуванні $u_x^{(0)}$ запишеться як $k_z(a)u_z(a)^2 + k_x(a)u_x^{(0)2}$. Прирівню-

ючи цю енергію до роботи адгезії $2\pi a \Delta x \Delta \gamma$, отримуємо співвідношення балансу енергій у вигляді

$$h_N(k, \nu) E^* u_z(a)^2 + h_T(k, \nu) G^* u_x^{(0)2} = 2\pi c_0^k a^{1-k} \Delta \gamma, \quad (19)$$

яке у випадку $k = 0$ точно збігається із правилом, отриманим Джонсоном для однорідних середовищ [17, 20]. Із виразу (19) можна отримати величину рівноважного натягу крайніх пружин:

$$|u_z(a)| = \sqrt{\frac{2\pi a^{1-k} \Delta \gamma c_0^k}{h_N(k, \nu) E^*} - \frac{h_T(k, \nu) G^*}{h_N(k, \nu) E^*} u_x^{(0)2}}. \quad (20)$$

Поєднуючи (20) із (10), запишемо співвідношення між глибиною індентування d і контактним радіусом a :

$$d = \frac{a^2}{(1+k)R} - \sqrt{\frac{2\pi a^{1-k} \Delta \gamma c_0^k}{h_N(k, \nu) E^*} - \frac{h_T(k, \nu) G^*}{h_N(k, \nu) E^*} u_x^{(0)2}}. \quad (21)$$

Нормальна і тангенціальна сили у контакті задаються виразами

$$F_z = 2 \int_0^a c_N(x) [d - g(x)] dx = \frac{2E^* h_N(k, \nu)}{c_0^k (1+k)} \left(a^{1+k} d - \frac{a^{3+k}}{(3+k)R} \right), \quad (22)$$

$$F_x = 2 \int_0^a c_T(x) u_x^{(0)} dx = \frac{2h_T(k, \nu) G^* u_x^{(0)} a^{k+1}}{c_0^k (1+k)}. \quad (23)$$

У безрозмірних змінних (15) цей результат прийме більш компактний вигляд

$$\tilde{d} = \frac{\tilde{a}^2 (1-k)}{3+k} - \sqrt{\frac{16\tilde{a}^{1-k}}{(3+k)^2} - \frac{h_T(k, \nu) G^*}{h_N(k, \nu) E^*} \tilde{u}_x^{(0)2}}, \quad (24)$$

$$\tilde{F}_z = \frac{\tilde{a}^{1+k}}{2(5+3k)} \left[\tilde{d} (3+k)^2 - \tilde{a}^2 (1-k^2) \right], \quad (25)$$

$$\tilde{F}_x = \frac{h_T(k, \nu) G^* (3+k)^2 \tilde{a}^{k+1}}{2h_N(k, \nu) E^* (5+3k)} \tilde{u}_x^{(0)}. \quad (26)$$

Рівняння (24)–(26) визначають залежність між нормальною силою F_z і глибиною індентування d

при наявності тангенціального зсуву $u_x^{(0)}$. Зазначимо, що підстановка виразу (24) у (25) при нульовому тангенціальному зсуві $u_x^{(0)} = 0$ відтворює результат (18) для нормального контакту, а тангенціальна сила при цьому відсутня, тобто $F_x = 0$.

Слід звернути увагу на те, що вираз (19) описує ситуацію, в якій робота сил адгезії не залежить від напрямку руху індентора. Це фізичне припущення для деяких систем може бути не коректним [21, 22]. В такому разі потрібно додатково враховувати залежність поверхневої енергії $\Delta \gamma$ від кута, під яким індентор рухається по відношенню до напівпростору, як у [21] для однорідного середовища. Але розгляд такої ситуації суттєво ускладнює описану далі процедуру і претендує на повноцінне окреме дослідження.

Далі ми будемо залишатися в рамках представлення Джонсона (19) і використовуватимемо рівняння, які базуються на цьому виразі. Опишемо окремо два випадки: умови контрольованого переміщення (“fixed grips”) і контрольованої сили (“fixed load”). Навантаження контакту в горизонтальному напрямку також може відбуватися за цими двома сценаріями. Однак для спрощення ми розглянемо в горизонтальному напрямку тільки випадок контрольованого переміщення, як у роботі [17].

2.2.1. Адгезія в умовах контрольованої сили

При поступовій зміні контактної сили нестабільність виникає, коли реалізується максимальна за абсолютним значенням від’ємна величина нормальної сили F_z (див. рис. 2). Це легко пояснити на наступному прикладі. Нехай ми поступово збільшуємо зовнішню силу у напрямку руйнування контакту, тоді для кожного значення зовнішньої сили встановлюється така величина зміщення d , яка відповідає контактній силі, що рівна за значенням цій зовнішній силі. При цьому на залежності $\tilde{F}_z(\tilde{d})$ (рис. 2) ми рухаємося вбік зменшення величини \tilde{d} і збільшення абсолютного значення $|\tilde{F}_z|$. Коли \tilde{d} досягає значення, при якому нормальна контактна сила $|\tilde{F}_z|$ максимальна, будь яке збільшення зовнішньої сили призведе до того, що контактна сила стане меншою, ніж зовнішня, що призведе до швидкого руйнування контакту.

Дуже частий випадок умов контрольованої сили – це коли ми намагаємося щось відірвати руками. При цьому ми повинні постійно збільшувати

ти силу, доки вона не перевищить критичне значення. Без допомоги спеціальних пристроїв ми не здатні контролювати переміщення у склеєних контактах у процесі їх руйнування, а контролюємо лише силу.

Відповідно до вищевказаного умова нестабільності контакту у випадку контрольованої сили запишеться як $d\tilde{F}_z/d\tilde{a} = 0$. Після диференціювання рівняння (25) з урахуванням зв'язку (24) отримаємо

$$\tilde{a}_{c,fl}^2 \sqrt{\frac{16\tilde{a}^{1-k}}{(3+k)^2} - \frac{h_T(k,\nu)G^*}{h_N(k,\nu)E^*} \tilde{u}_x^{(0)2}} - \frac{4\tilde{a}_{c,fl}^{1-k}}{1-k} + \frac{(3+k)(1+k)h_T(k,\nu)G^*\tilde{u}_x^{(0)2}}{2(1-k)h_N(k,\nu)E^*} = 0. \quad (27)$$

Рівняння (27) визначає залежність критичного радіуса контакту $\tilde{a}_{c,fl}$ в умовах контрольованої сили від тангенціального зсуву $\tilde{u}_x^{(0)}$. Співвідношення між нормальною і тангенціальною силами, при яких відбувається руйнування контакту, розраховується при підстановці критичного радіуса $\tilde{a}_{c,fl}$ у рівняння (24)–(26).

2.2.2. Адгезія в умовах контрольованого зміщення

При поступовому збільшенні відстані між індентором і напівпростором контакт буде існувати до тих пір, доки є математична залежність $\tilde{F}_z(\tilde{d})$ (рис. 2). Тобто у цьому випадку контакт руйнується, коли відстань стає меншою за мінімальну, яка на графіку реалізується за умови $d(\tilde{d})/d\tilde{a} = 0$. Цей випадок дещо простіший у порівнянні із попереднім, оскільки тут потрібно диференціювати функцію $\tilde{d}(\tilde{a})$ (24), яка явно залежить від радіуса контакту \tilde{a} , саме по цьому радіусу. Після диференціювання отримаємо

$$\tilde{a}_{c,fg}^{3+k} - \frac{h_T(k,\nu)G^*(3+k)^2 \left(\tilde{u}_x^{(0)}\tilde{a}_{c,fg}^{1+k}\right)^2}{16h_N(k,\nu)E^*} - 1 = 0. \quad (28)$$

Рівняння (28) визначає критичний радіус $\tilde{a}_{c,fg}$ як функцію тангенціального зміщення індентора $\tilde{u}_x^{(0)}$. Система рівнянь (24)–(26) і (28) дозволяє отримати вирази для критичних сил, при яких руйнується контакт:

$$\tilde{F}_x^2 = \frac{4h_T(k,\nu)G^*}{h_N(k,\nu)E^*} \left(\frac{3+k}{5+3k}\right)^2 \left(\tilde{a}_{c,fg}^{3+k} - 1\right), \quad (29)$$

ISSN 0372-400X. Укр. фіз. журн. 2020. Т. 65, № 3

$$\tilde{F}_z = \frac{(1-k)\tilde{a}_{c,fg}^{3+k} - 2(3+k)}{5+3k}. \quad (30)$$

Поєднуючи два останні вирази можна виключити радіус контакту $\tilde{a}_{c,fg}$ і записати залежність між компонентами сил у явному вигляді:

$$\tilde{F}_z = \frac{h_N(k,\nu)E^*(5+3k)(1-k)}{4h_T(k,\nu)G^*(3+k)^2} \tilde{F}_x^2 - 1. \quad (31)$$

Таким чином, для випадку контрольованого переміщення ми отримали аналітичне співвідношення між компонентами сил (31), при яких контакт руйнується. У випадку контрольованої сили рівняння (27) не дозволяє знайти аналітичний результат, тому для отримання залежності між силами потрібно додатково проводити чисельний аналіз. Частіше за все аналітичний розв'язок контактних задач для градієнтних матеріалів отримати неможливо, але інколи це вдається, як, наприклад, у [23], хоча при цьому все одно використовуються спеціальні функції, які розраховуються чисельно.

Умови контрольованого зміщення реалізуються, якщо змінюємо глибину індентування d із постійною швидкістю. Такі умови дуже часто відтворюються в експериментах з дослідження адгезії, в яких індентор переміщується за допомогою зовнішнього приводу зі значно більшою жорсткістю, ніж адгезійний контакт. Це дає можливість досліджувати контактні явища у квазістатичному режимі, коли швидкість руху привода дуже мала і в кожен момент часу реалізується стаціонарний контакт [24, 25], саме в такому випадку справедлива теорія ЖКР [18]. Інша ситуація – це дослідження особливостей контакту при різних швидкостях руху індентора, коли в'язкопружні властивості контактуючих матеріалів суттєво впливають на контактні явища [26, 27].

3. Чисельне моделювання і обговорення результатів

Перш ніж чисельно аналізувати рівняння (27) і (28) (замість чисельного розв'язування (28) ми можемо одразу використовувати отриманий аналітичний результат (31)), потрібно отримати співвідношення між параметрами моделі, за яких вихідне рівняння (19) має фізичний зміст. У випадку однорідного середовища при $k = 0$ співвідношення (19) набуває вигляду [17]:

$$E^*u_z(a)^2 + G^*u_x^{(0)2} = 2\pi a\Delta\gamma. \quad (32)$$

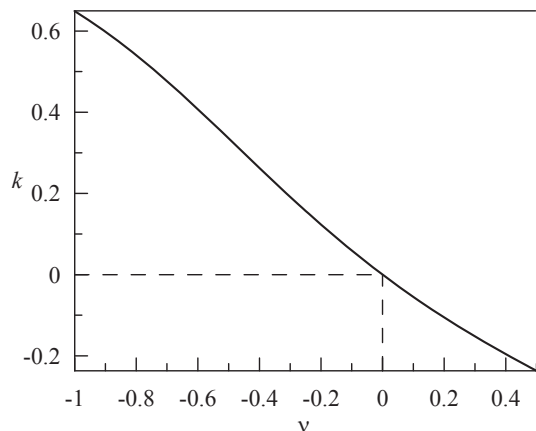


Рис. 3. Залежність $k(\nu)$, отримана при чисельному аналізі співвідношення (33). У випадку $\nu = 0$ маємо однорідне середовище з $k = 0$

В роботі [17] показано, що вираз (32) справедливий лише у випадку $\nu = 0$, коли $E^* = G^*$, що впливає із рівняння (7). При цьому (32) співпадає із виразом, який запропонував Джонсон у [20]. Критерій відриву, справедливий для градієнтних середовищ при $k \neq 0$, на сьогодні не сформульований. Однак із форми рівняння (19) можна побачити, що тангенціальний і нормальний рух дає еквівалентні внески у пружну енергію (як у (32) при $\nu = 0$) лише коли $h_N(k, \nu) E^* = h_T(k, \nu) G^*$. Тому далі зосередимося на цьому випадку. Рівність $h_N(k, \nu) E^* = h_T(k, \nu) G^*$ із урахуванням (7) запишеться як

$$\frac{2\beta(k, \nu) \Gamma(1 + \frac{k}{2})}{\gamma(k, \nu) (1 - \nu)} - \frac{2\beta^2(k, \nu)}{1 + k} + k + 1 = 0. \quad (33)$$

Залежність $k(\nu)$, отримана при чисельному аналізі рівняння (33), показана на рис. 3. Залежність побудована на інтервалі значень $-1 < \nu \leq 0,5$, які можуть набувати термодинамічно стабільні матеріали [28]. Тобто на цьому рисунку показано співвідношення між k та ν , за якого реалізується ситуація $h_N(k, \nu) E^* = h_T(k, \nu) G^*$. Далі ми проводимо моделювання, у якому не використовується значення коефіцієнта Пуассона ν , однак для кожного k відповідне значення ν може бути знайдено із рис. 3. Зазначимо, що відповідно до отриманої залежності $k(\nu)$ впливає, що задача має розв'язок лише у інтервалі $-0,23688 < k < 0,649005$. Звісно, залежність між нормальною і тангенціальною компонентами сил, при яких руйнується контакт,

повинна існувати при будь-якому співвідношенні між k і ν . Але для довільних значень k і ν необхідно знайти критерій відриву, оскільки критерій (19) справедливий лише для деяких співвідношень між цими параметрами (див. рис. 3). Можна однак припустити, що отримані далі результати будуть описувати процес відриву із достатньою точністю, якщо значення k і ν несуттєво відхиляються від кривої на рис. 3.

У рамках метода MDR ми розглядаємо нормальний і тангенціальний контакт незалежно один від одного, таке припущення справедливо лише при певних співвідношеннях між пружними параметрами. У нашому випадку абсолютно жорсткого індентора і пружної основи тангенціальний і нормальний рух незалежні, якщо коефіцієнт Пуассона $\nu = 1/(2 + k)$ [13, 29]. Але при такому співвідношенні не виконується критерій (19). Для подальшого аналізу ми вибрали параметри, за яких є справедливим критерій відриву (19), але при цьому тангенціальний і нормальний контакт розглядаються незалежно. Тому отримані далі результати містять деяку похибку, яка однак є незначною [30]. Наприклад, у випадку однорідного середовища $k = 0$ нормальний і тангенціальний контакт є незалежними, якщо $\nu = 0,5$, але в інтервалі $0,3 < \nu < 0,5$ похибка не перевищує 3% [30].

Головною метою роботи є аналіз впливу параметра градієнтності k на співвідношення між критичними компонентами сил, за яких відбувається руйнування контакту. Тому далі логічно побудувати графіки залежностей цих сил. Однак одиниці вимірювання сили F_0 (16) містять параметр k , і якщо побудувати залежності $\tilde{F}_z(\tilde{F}_x)$, то порівнюючи їх не можна казати про вплив параметра градієнтності на поведінку системи. Одиниці вимірювання (16) дуже зручні, оскільки при їх використанні отримано універсальні формули, у яких сили нормовані на критичні величини. Але при цьому складно прослідкувати вплив параметра градієнтності k . Тому далі ми будемо аналізувати не безпосередньо $F_z(\tilde{F}_x)$, а іншу залежність $s\tilde{F}_z(s\tilde{F}_x)$, де введено коефіцієнт s , який визначається виразом

$$s = \frac{(1 - k)(5 + 3k)}{(3 + k)}. \quad (34)$$

У зв'язок між силами $s\tilde{F}_z(s\tilde{F}_x)$ відповідно до виразів (15) і (16) не входить коефіцієнт k . А це означає, що аналізуючи такі залежності при різних

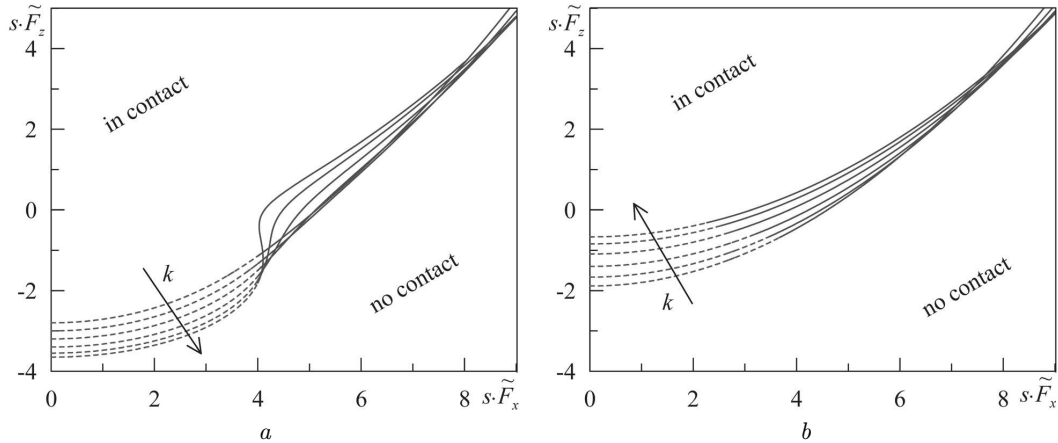


Рис. 4. Залежності нормованої критичної нормальної компоненти сили $s\tilde{F}_z$ від нормованої тангенціальної компоненти $s\tilde{F}_x$, за умови $h_N(k, \nu) E^* = h_T(k, \nu) G^*$: *a* – залежності відповідають умовам контрольованої сили у вертикальному напрямку і контрольованого зміщення у горизонтальному, побудовані при різних значеннях параметра градієнтності k ; *b* – залежності в умовах контрольованого зміщення в обох напрямках, при таких самих значеннях k , як і панель (*a*) рисунка. Збільшення значень $k = -0,2, 0,0, 0,2, 0,4, 0,55, 0,649005$ позначено стрілкою. Штрихові лінії відповідають відриву, коли індентор знаходиться вище за напівпростір і глибина індентування d набуває від’ємних значень; суцільні лінії – відрив при додатному значенні величини індентування у напівпростір d

k можна прослідкувати його вплив на співвідношення між критичними силами при порівнянні їх величин.

На рис. 4 показані залежності між критичними компонентами сил $s\tilde{F}_z(s\tilde{F}_x)$, отримані при умовах контрольованої сили (панель *a*) і контрольованого переміщення (панель *b*). Ці залежності побудовані при різних значеннях параметра k , який описує міру градієнтності матеріалу. Розглянемо окремо частини кривих, що показані пунктиром, вони відповідають випадку, коли контакт руйнується при наявності відстані між індентором і напівпростором, тобто глибина індентування d має від’ємний знак. Для цих пунктирних ділянок кривих в умовах контрольованої сили (рис. 4, *a*) зі збільшенням показника k адгезійна міцність контакту зростає, оскільки для його руйнування при більших k потрібно прикласти більші значення тангенціальної та/або нормальної сил. Але при умові контрольованого зміщення (рис. 4, *b*) реалізується інша ситуація – зі збільшенням показника k міцність адгезійного контакту зменшується. Критичні значення сил, за яких відбувається руйнування контакту при відсутності тангенціального зміщення ($\tilde{F}_x = 0$), для обох типів навантаження запишуться як [13]:

$$s\tilde{F}_z^{c,fl} = -(k + 3); \quad s\tilde{F}_z^{c,fg} = -s, \quad (35)$$

де s визначається виразом (34). Верхній індекс fl означає умови контрольованої сили, а fg – контрольованого зміщення. Формули (35) відповідають початковій точці на залежностях на рис. 4 за відсутності тангенціального зсуву $\tilde{F}_x = 0$. Значення критичних сил, що задаються рівняннями (35), збігаються тільки при $k = -1$, у всіх інших випадках для актуальної області параметра $k > -1$ абсолютна величина $s\tilde{F}_z^{c,fl}$ при $\tilde{F}_x = 0$ завжди більша за $s\tilde{F}_z^{c,fg}$. Причому ми розглядаємо навіть ще більш вузький діапазон значень $-0,23688 < k < 0,649005$ (див. пояснення до рис. 3).

Цікаво, що залежності, показані на рис. 4 суцільними лініями, за великих значень тангенціальної сили змінюють свої положення одна відносно одної. Тобто, при великих глибинах індентування і величинах тангенціального зсуву неможливо точно сказати, матеріал з яким саме значенням k буде сприяти максимальній міцності адгезійного контакту, і тут потрібно проводити додаткові розрахунки. Але, як правило, у прикладних задачах більш цікавим є випадок, який показаний пунктирними лініями на рис. 4, *a* для нього вплив параметра k може бути чітко визначений із наведених графічних залежностей.

На лівій панелі рис. 4 при великих значеннях k спостерігається немонотонна залежність між ком-

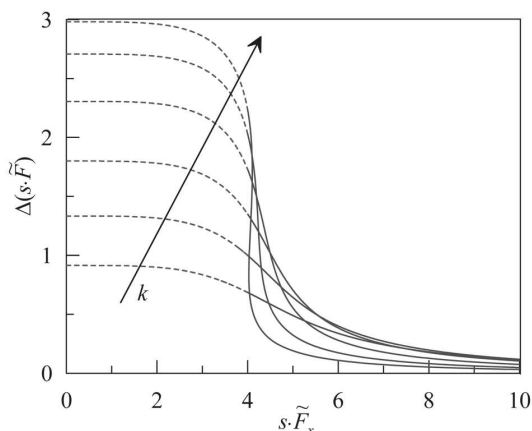


Рис. 5. Значення різниці між нормальною і тангенціальною компонентами сил, що показані на рис. 4, як функція нормованої тангенціальної сили $s\tilde{F}_x$. Усі криві відповідають залежностям, що показані на рис. 4, збільшення параметра k вказано стрілкою

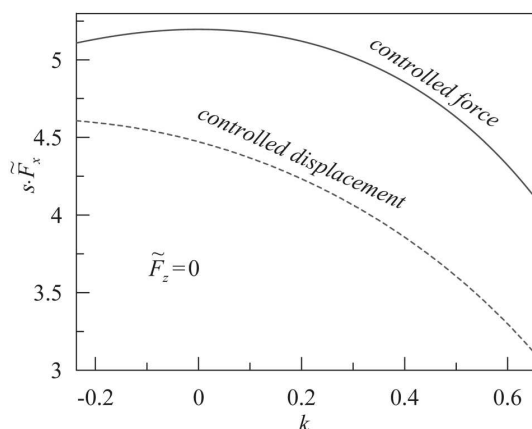


Рис. 6. Залежності критичного значення тангенціальної сили $s\tilde{F}_x$ від параметра k при нульовій нормальній силі $\tilde{F}_z = 0$ при параметрах рис. 4, *a* (умови контрольованої сили, суцільна крива) і рис. 4, *b* (умови контрольованого переміщення, штрихова крива)

понентами сил. Розглянемо цю особливість більш детально. Фактично будь-яка крива на обох панелях рисунка розділяє простір значень сил на дві області – лівіше будь-якої кривої за фіксованого значення k існує контакт, а правіше – повністю руйнується. Сама крива при цьому відповідає умовам, коли контакт стає нестабільним. Коли реалізується монотонна залежність $\tilde{F}_z(\tilde{F}_x)$ (рис. 4, *b*), ситуація цілком зрозуміла – якщо ми починаємо рух в області, в якій контакт є стійким, і будь-яким шляхом доходимо до області нестабільності,

контакт руйнується. Але за наявності немонотонної залежності між компонентами сил можливий інший сценарій поведінки. Тут, у деякому діапазоні значень тангенціальної сили \tilde{F}_x , при русі із області стабільності ми спочатку виходимо в область нестабільного контакту і він руйнується, а потім знов потрапляємо в область стабільності. Але при такому сценарії поведінки звісно контакт не буде відтворюватися після його руйнування, оскільки ми розглядаємо ситуацію, в якій після руйнування адгезійних зв'язків вони не відтворюються [17]. Однак, якщо розглянути випадок, в якому після руйнування частини контакту і релаксації пружних напружень на цій ділянці адгезійний контакт відтворюватиметься, стає можливим інший режим. Фактично, можливий такий режим, у якому при фіксованій тангенціальній силі на стадії відриву контакт спочатку повністю руйнується, а потім знов відтворюється. Це доволі цікавий результат, але для повноцінного опису такої ситуації потрібно враховувати відновлення адгезійних зв'язків, як, наприклад, у роботі [31]. З іншого боку, описана немонотонна залежність відкриває можливість таких маніпуляцій із контактом, при яких за наявності монотонної залежності $\tilde{F}_z(\tilde{F}_x)$ він повністю зруйнувався б, а у немонотонному випадку можна варіювати тангенціальну силу і обходити цю немонотонність, зберігаючи при цьому контакт.

На рис. 5 показані залежності $\Delta(s\tilde{F})$, які є різницями між нормальними силами в умовах контрольованого зміщення і контрольованої сили, що показані на рис. 4. Кожна така різниця знаходиться при фіксованому значенні тангенціальної сили $s\tilde{F}_x$. Із рис. 5 випливає, що зі збільшенням тангенціальної сили вказана різниця зменшується. Подібна поведінка також спостерігалася нами у попередній роботі [17]. На рис. 5 можна бачити, що різниця між силами при різних умовах навантаження зменшується також і при зменшенні значення параметра k . Зазначимо, що ми розглядаємо параметр k в інтервалі, що показаний на рис. 3. Якщо ми аналогічно розрахуємо величину $\Delta\tilde{F}$ для $k = -1$, то отримаємо $\Delta\tilde{F} = 0$, оскільки за цього значення k при різних умовах навантаження залежності $\tilde{F}_z(\tilde{F}_x)$ повністю співпадають, як ми вже вказували на це вище за текстом.

В даній роботі ми досліджуємо вплив тангенціального зсуву на міцність адгезійного контакту.

При цьому окрема цікава ситуація – це відривання індентора лише під дією тангенціального зсуву, коли нормальна сила F_z дорівнює нулю. Залежність критичної тангенціальної сили при різних умовах навантаження і нульовій нормальній силі від параметра k показана на рис. 6. Із рис. 6 випливає, що в умовах контрольованого зміщення при збільшенні показника градієнтності k міцність тангенціального контакту зменшується. Але якщо при переміщенні індентора контролювати силу (суцільна крива), то для від'ємних значень k при збільшенні цього параметра адгезійна міцність контакту збільшується, а коли k стає додатним, вона починає зменшуватись із подальшим його ростом. Такий самий результат впливає із попереднього рис. 4.

4. Висновки

У роботі проведено дослідження адгезійної міцності контакту при наявності тангенціального зсуву для градієнтних матеріалів, у яких модуль пружності змінюється із глибиною за степеневим законом. Виявлено, що зміна показника градієнтності матеріалу суттєво впливає на зсувну стійкість контакту і вказано, які саме матеріали забезпечуватимуть максимально міцний контакт. При цьому розглянуто два типи навантаження – за контрольованої сили і контрольованого зміщення. Цікавим результатом є те, що залежність між критичними силами у випадку контрольованої сили має гістерезисний характер, що забезпечує декілька сценаріїв руйнування контакту, у залежності від його передісторії. Зауважимо, що у роботі ми розглядаємо ситуацію, у якій після руйнування адгезійні зв'язки не відновлюються, а зруйнована частина адгезійного контакту не робить внесок у тангенціальну компоненту сили. Це справедливо для ситуації, у якій після руйнування адгезійних зв'язків у цих місцях поверхнева енергія значно зменшується. Така особливість може спостерігатися, наприклад, у склеєних контактах, або у таких, адгезійна міцність яких суттєво збільшується із часом контакту.

Робота підтримана Німецьким науковим товариством (Deutsche Forschungsgemeinschaft), проект DFG PO 810-55-1 і Міністерством освіти і науки України у рамках гранту Президента України для підтримки наукових досліджень мо-

лодих учених "Перехідний режим між адгезією і ковзанням у тангенціальному динамічному контакті для нормальних і градієнтних матеріалів" 0119U103175 (конкурс Ф82 державного фонду фундаментальних досліджень).

1. Y. Miyamoto, W.A. Kaysser, B.H. Rabin, A. Kawasaki, R.G. Ford. *Functionally graded materials: Design, processing and applications* (Springer Science + Business Media, LLC, 1999) [ISBN: 978-1-4615-5301-4].
2. A. Gupta, T. Mohammad. Recent development in modeling and analysis of functionally graded materials and structures. *Prog. Aerosp. Sci.* **79**, 1 (2015).
3. I. Argatov, A. Iantchenko. Rayleigh surface waves in functionally graded materials – long-wave limit. *Q. J. Mech. Appl. Math.* **72**, 197 (2019).
4. F. Jin, X. Guo, W. Zhang. A unified treatment of axisymmetric adhesive contact on a powerlaw graded elastic half-space. *J. Appl. Mech.* **80**, 061024 (2013).
5. J. Aboudi, M.-J. Pindera, S.M. Arnold. Higher-order theory for functionally graded materials. *Compos. B Eng.* **30**, 777 (1999).
6. M. Hill, R. Carpenter, G. Paulino, Z. Munir, J. Gibling. *Fracture testing of a layered functionally graded material, in fracture resistance testing of monolithic and composite brittle materials*, ed. J. Salem, G. Quinn, and M. Jenkins (West Conshohocken, PA: ASTM International, 2002).
7. C.-E. Rousseau, V.B. Chalivendra, H.V. Tippur, A. Shukla. Experimental fracture mechanics of functionally graded materials: An overview of optical investigations. *Exp. Mech.* **7**, 845 (2010).
8. V.L. Popov, R. Pohrt, Q. Li. Strength of adhesive contacts: Influence of contact geometry and material gradients. *Friction* **5**, 308 (2017).
9. E. Martinez-Paneda, R. Gallego. Numerical analysis of quasi-static fracture in functionally graded materials. *Int. J. Mech. Mater. Des.* **11**, 405 (2015).
10. Q. Li, V.L. Popov. Boundary element method for normal non-adhesive and adhesive contacts of power-law graded elastic materials. *Comp. Mech.* **61**, 319 (2017).
11. Q. Li, R. Pohrt, I.A. Lyashenko, V.L. Popov. Boundary element method for nonadhesive and adhesive contacts of a coated elastic half-space. *Proc. Inst. Mech. Eng. J* (2019).
12. V.L. Popov, M. Hess. Method of dimensionality reduction in contact mechanics and friction: a user's handbook. I. Axially-symmetric contacts. *FU Mech. Eng.* **12**, 1 (2014).
13. M. Hess, V.L. Popov. Method of dimensionality reduction in contact mechanics and friction: a user's handbook. II. Power-law graded materials. *FU Mech. Eng.* **14**, 251 (2016).
14. M. Hess. A simple method for solving adhesive and non-adhesive axisymmetric contact problems of elastically graded materials. *Int. J. Eng. Sci.* **104**, 20 (2014).
15. E. Willert, A.I. Dmitriev, S.G. Psakhie, V.L. Popov. Effect of elastic grading on fretting wear. *Sci. Rep.* **9**, 7791 (2019).

16. I. Argatov. From Winkler's foundation to Popov's foundation. *FU Mech. Eng.* **17**, 181 (2019).
17. V.L. Popov, I.A. Lyashenko, A.E. Filippov. Influence of tangential displacement on the adhesion strength of a contact between a parabolic profile and an elastic half-space. *Roy. Soc. Open Sci.* **4**, 161010 (2017).
18. K.L. Johnson, K. Kendall, A.D. Roberts. Surface energy and the contact of elastic solids. *Proc. Royal Soc. Lond. A* **324**, 301 (1971).
19. I.A. Lyashenko, E. Willert, V.L. Popov. Adhesive impact of an elastic sphere with an elastic half space: Numerical analysis based on the method of dimensionality reduction. *Mech. Mat.* **92**, 155 (2016).
20. K.L. Johnson. Adhesion and friction between a smooth elastic spherical asperity and a plane surface. *Proc. R. Soc. Lond. A* **453**, 163 (1997).
21. I.A. Lyashenko. Tangential displacement influence on the critical normal force of adhesive contact breakage in biological systems. *FU Mech. Eng.* **14**, 313 (2016).
22. J.W. Hutchinson, Z. Suo. Mixed mode cracking in layered materials. *Adv. Appl. Mech.* **29**, 63 (1991).
23. E. Willert. Dugdale-Maugis adhesive normal contact of axisymmetric power-law graded elastic bodies. *FU Mech. Eng.* **16**, 9 (2018).
24. W. Deng, H. Kesari. Depth-dependent hysteresis in adhesive elastic contacts at large surface roughness. *Sci. Rep.* **9**, 1639 (2019).
25. B.N.J. Persson. Adhesion between an elastic body and a randomly rough hard surface. *Eur. Phys. J. E* **8**, 385 (2002).
26. Z. Liu, H. Lu, Y. Zheng, D. Tao, Y. Meng, Y. Tian. Transient adhesion in a non-fully detached contact. *Sci. Rep.* **8**, 6147 (2018).
27. M. Scaraggi, D. Comingio. Rough contact mechanics for viscoelastic graded materials: The role of small-scale wavelengths on rubber friction. *Int. J. Solids Struct.* **125**, 276 (2017).
28. L.D. Landau, E.M. Lifshitz. *Theory of Elasticity* (Pergamon Press, 1970) [ISBN: 9780080064659].
29. D.L. Holl. Stress transmission in earths. *Highway Research Board Proceedings* **20**, 709 (1940).
30. F.M. Borodich, B.A. Galanov, Y.I. Prostov, M.M. Suarez-Alvarez. Influence of complete sticking on the indentation of a rigid cone into an elastic half space in the presence of molecular adhesion. *J. Appl. Math. Mech.* **76**, 590 (2012).
31. V.L. Popov, A.V. Dimaki. Friction in an adhesive tangential contact in the Coulomb-Dugdale approximation. *J. Adhes.* **93**, 1131 (2017).

Одержано 04.09.19

I.A. Lyashenko, Z.M. Liashenko

INFLUENCE OF TANGENTIAL
DISPLACEMENT ON THE ADHESION FORCE
BETWEEN GRADIENT MATERIALS

S u m m a r y

The influence of a tangential displacement on the strength of the adhesive contacts between gradient materials with different gradings of their properties has been studied. Variants with a controlled force (fixed load) and a controlled displacement (fixed grips) are considered. A relationship between the normal and tangential critical force components at which the contact is destroyed is obtained. It is valid within the whole interval of the gradient parameters, where the detachment criterium is obeyed. The optimal parameters at which the adhesive contact strength is maximum are determined. A case of detachment under the action of only the tangential force, i.e. when the normal force equals zero, is analyzed separately.