

В.О. НЕСТЕРОВ, О.І. ДАВИДОВСЬКА, В.Ю. ДЕНИСОВ

Інститут ядерних досліджень НАН України
(Просп. Науки, 47, Київ 03680; e-mail: v.nest.v@gmail.com)**ПОПЕРЕЧНІ ПЕРЕРІЗИ ПІДБАР'ЄРНОГО
ЗЛИТТЯ ТА ПРУЖНОГО РОЗСІЯННЯ, ОДЕРЖАНІ
НА ОСНОВІ МІЖЯДЕРНОГО ПОТЕНЦІАЛУ
В МОДИФІКОВАНОМУ МЕТОДІ ТОМАСА–ФЕРМІ**

УДК 539.1, 539.17

Густини розподілу нуклонів та потенціали міжядерної взаємодії для реакцій $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ та $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ було розраховано в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі, з урахуванням усіх доданків до членів другого порядку по \hbar у квазікласичному розкладі кінетичної енергії. В ролі нуклон-нуклонної взаємодії використовувалися сили Скірма, залежні від густини нуклонів. На основі одержаних потенціалів були обчислені перерізи підбар'єрного злиття та пружного розсіяння, що добре узгоджуються з новітніми експериментальними даними.

Ключові слова: потенціал міжядерної взаємодії, модифікований метод Томаса–Фермі, розподіл густини нуклонів, поперечний переріз, підбар'єрне злиття, пружне розсіяння.

1. Вступ

Протягом всього існування теоретичної ядерної фізики до розряду головних її задач відноситься виявлення закономірностей взаємодії атомних ядер. Для розрахунку таких принципових характеристик ядерних реакцій, як поперечні перерізи різноманітних процесів, нам перш за все необхідно знати потенціальну енергію взаємодії між ядрами [1–4]. Особливо важливими є відомості про величину і радіальну залежність потенціалу взаємодії за невеликих відстаней між ними.

На жаль, потенціал нуклон-нуклонної, а тим більше міжядерної взаємодії наразі достеменно невідомий. В цілому ми можемо сказати, що якісно його можна розділити на ядерну, кулонівську та відцентрову частини, де властивості двох останніх досліджені вже досить добре. Однак з ядерною частиною ситуація є куди більш складною. Наразі для неї застосовується велика кількість різних моделей [1–24] – при цьому висоти бар'єра у по-

тенціалі міжядерної взаємодії, від яких залежить механізм протікання реакції, в рамках цих моделей можуть суттєво різнитися. Саме тому інформація про потенціал міжядерної взаємодії та висоту бар'єра є принципово важливою для опису протікання реакції.

Для побудови потенціалу міжядерної взаємодії використовуються суттєво різні методи [25–35], в нашій роботі ми будемо застосовувати напівмікроскопічний підхід. В рамках цього підходу розподіл густини нуклонів у ядрах, а також розподіл густини енергії їх взаємодії обчислюються в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі з силами Скірма, залежними від густини [4, 7, 8, 10, 11, 13–24]. Для взаємодії Скірма на даний момент вже існує досить велика кількість вдалих параметризацій, у даній роботі використовується параметризація SkM* [31]. При цьому у квазікласичному розкладі кінетичної енергії по ступенях \hbar враховуються всі можливі доданки з точністю до \hbar^2 . Розрахунки, проведені раніше для конкретних ядерних задач як нами, так і іншими авторами, вказують, що урахування у квазікласич-

© В.О. НЕСТЕРОВ, О.І. ДАВИДОВСЬКА,
В.Ю. ДЕНИСОВ, 2021

ISSN 0372-400X. Укр. фіз. журн. 2021. Т. 66, № 10

чному розкладі всіх градієнтних членів в кінетичній енергії з точністю до \hbar^2 є достатньо точним наближенням, яким ми надалі й обмежимося. За таких умов модифікований підхід Томаса–Фермі із силами Скірма добре описує розподіли густини нуклонів, енергії зв'язку ядер, середньоквадратичні радіуси та багато інших характеристик основного та збудженого станів атомних ядер [25–31, 33].

У нашій попередній роботі [36] ми вже будували потенціал міжядерної взаємодії в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі із силами Скірма та обчислювали перерізи підбар'єрного злиття та пружного розсіяння для систем $^{16}\text{O} + ^{58,60,62,64}\text{Ni}$, одержавши хороше узгодження з експериментальними даними. Тепер ми поширимо застосування цього підходу на системи $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ та $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ і аналогічним чином розрахуємо потенціал міжядерної взаємодії, а на його основі отримаємо перерізи підбар'єрного злиття та кутові розподіли пружного розсіяння за допомогою оптичної моделі.

У розділі 2 ми представляємо математичний апарат, необхідний для реалізації вибраного нами підходу. Розділи 3 та 4 містять в собі обговорення отриманих результатів та зроблені нами висновки.

2. Модифікований метод Томаса–Фермі

Як вже зазначалося, потенціал міжядерної взаємодії $V(R)$ складається з ядерної $V_N(R)$, кулонівської $V_{\text{COUL}}(R)$ та відцентрової $V_l(R)$ компонент, що залежні від відстані R між центрами мас ядер:

$$V(R) = V_N(R) + V_{\text{COUL}}(R) + V_l(R). \quad (1)$$

Для кулонівської та відцентрової частин нами було використано загально відомі вирази, які можуть бути знайдені, зокрема, у роботах [19, 22, 23]. Ядерну частину потенціалу взаємодії $V_N(R)$ ми будемо обчислювати в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі, приймаючи до уваги усі доданки до другого порядку по \hbar у квазікласичному розкладі кінетичної енергії [4, 7, 8, 10, 11, 13–24]. В ролі нуклон-нуклонної взаємодії використовуються залежні від густини сили Скірма, а саме параметризація SkM* [31]. У даній роботі ми працюємо в рамках підходу “заморожених” густин, який

цілком застосовний за колобар'єрних енергій зіткнення. Потенціал міжядерної взаємодії визначається як різниця між енергіями системи двох ядер, розташованих на скінченній $E_{12}(R)$ та нескінченній $E_{1(2)}$ відстанях одне від одного [8, 10]:

$$V(R) = E_{12}(R) - (E_1 + E_2), \quad (2)$$

$$E_{12} = \int \epsilon [\rho_{1p}(\mathbf{r}) + \rho_{2p}(\mathbf{r}, R), \rho_{1n}(\mathbf{r}) + \rho_{2n}(\mathbf{r}, R)] d\mathbf{r}. \quad (3)$$

При цьому енергія системи на нескінченній відстані являє собою суму енергій зв'язку окремих ядер, тобто:

$$E_{1(2)} = \int \epsilon [\rho_{1(2)p}(\mathbf{r}), \rho_{1(2)n}(\mathbf{r})] d\mathbf{r}. \quad (4)$$

Тут через $\rho_{1(2)n}$ та $\rho_{1(2)p}$ позначено нейтронну або протонну густину ядра 1(2) відповідно, $\epsilon[\rho_{1(2)p}(\mathbf{r}), \rho_{1(2)n}(\mathbf{r})]$ є густиною енергії, через R позначено відстань між центрами мас ядер.

Густина енергії являє собою суму кінетичного, потенціального та кулонівського доданків:

$$\epsilon = \epsilon_{\text{kin}} + \epsilon_{\text{pot}} + \epsilon_{\text{coul}}, \quad (5)$$

де через ϵ_{kin} , ϵ_{pot} та ϵ_{coul} позначено густини кінетичної, потенціальної та кулонівської енергії відповідно. За використання залежних від густини сил Скірма конкретний вигляд густини енергії добре відомий і неодноразово наводився у літературі [23–27, 29, 31, 36], тому ми його опускаємо з огляду на громіздкий запис.

Позначимо через τ густину кінетичної енергії, яка є сумою густин кінетичної енергії для протонів та нейтронів $\tau = \tau_n + \tau_p$. Якщо у квазікласичному розкладі кінетичної енергії ми будемо враховувати доданки з точністю до другого порядку по \hbar , то можемо записати [7, 8, 10, 11, 23, 26, 27, 36]:

$$\tau = \tau_{\text{TF}} + \tau_2, \quad (6)$$

де τ_{TF} є кінетичною енергією нейтронів (протонів) у звичайному наближенні Томаса–Фермі, а через τ_2 позначено градієнтну поправку другого порядку по \hbar . Їх запис також достатньо громіздкий, але конкретний вираз можна знайти в літературі [23, 24, 26, 27, 36]. Відзначимо, що у формулі (6) визначним є внесок першого доданка, але поблизу поверхні ядра градієнтні поправки також починають

відігравати помітну роль. Оскільки міждерний потенціал на кінцевих відстанях зумовлений взаємодією нуклонів в області перекриття “хвостів” розподілу їх густини, врахування градієнтних доданків у густині кінетичної енергії, а також реалістична поведінка густини розподілу нуклонів у дифузійній області є дуже важливими при розрахунку потенціалу міждерної взаємодії.

3. Розрахунки потенціалу міждерної взаємодії, перерізів злиття та пружного розсіяння

Для розрахунку потенціалу міждерної взаємодії нам необхідно знати густини розподілу нуклонів у ядрах, що взаємодіють. У даній роботі ми використовуємо нуклонні густини, одержані в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі [4, 7, 8, 10, 11, 13–24] з силами Скірма, зокрема, для останніх ми будемо використовувати параметризацію SkM* [31]. Густини розподілу нуклонів для ядер ^{12}C , ^{16}O та ^{208}Pb , одержані в рамках даного методу, показано на рис. 1.

Маючи у своєму розпорядженні нуклонні густини, ми можемо записати вираз для густини енергії та перейти до обчислення потенціалу міждерної взаємодії, для чого ми також будемо застосовувати модифікований підхід Томаса–Фермі із силами Скірма (3)–(6). Отримані нами потенціали взаємодії для реакцій $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ та $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ наведено на рис. 2.

З рисунка можемо бачити, що одержані нами потенціали міждерної взаємодії на малих відстанях демонструють значне відштовхування. Це відштовхування спричинене нестисливістю ядерної речовини та сильним перекриттям густин розподілу нуклонів, оскільки ми обчислюємо потенціал взаємодії у наближенні “заморожених густин”. Таке перекриття породжує область, де густина ядерної речовини перевищує типове значення в центрі атомних ядер, яке є близьким до густини ядерної матерії. Наявність яскраво вираженого кору відштовхування, пов'язаного з сильним перекриттям густин розподілу нуклонів та значною величиною модуля нестискання ядерної матерії, також призводить до явища їх релаксації.

На основі одержаних потенціалів ми вже можемо приступити безпосередньо до розрахунку перерізів ядерних реакцій. Перш за все ми параметри-

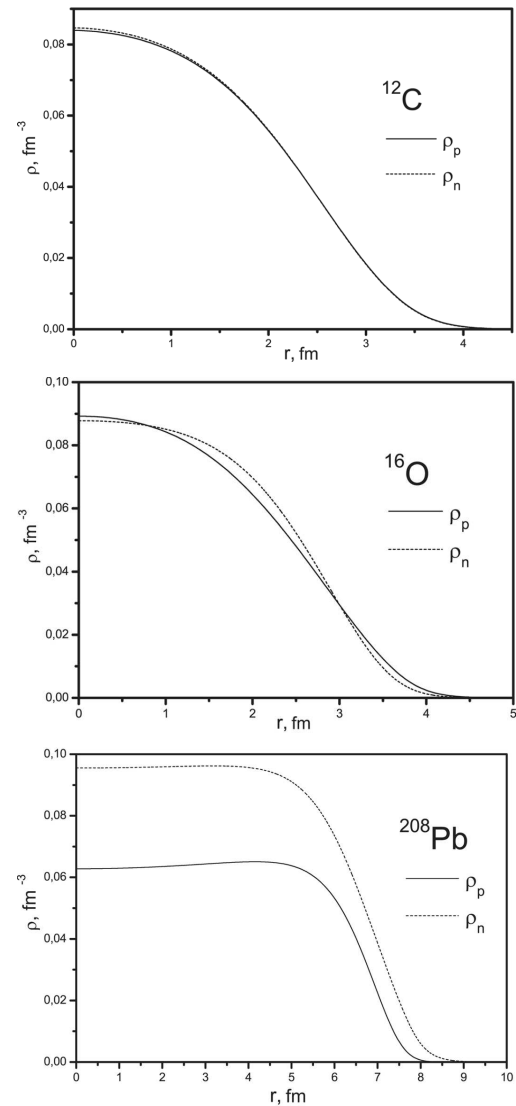


Рис. 1. Нейтронні та протонні густини для ядер ^{12}C , ^{16}O та ^{208}Pb , одержані в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі

зуємо ядерні частини потенціалів міждерної взаємодії за допомогою потенціалу Вудса–Саксона [1–4], оскільки більшість відомих кодів для розрахунку перерізів ядерних реакцій враховує потенціал взаємодії саме у такій формі:

$$V_{\text{ws}}(R) = \frac{-V_0}{1 + \exp((R - r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}))/d_0)}. \quad (7)$$

Основну увагу при цьому ми будемо приділяти якості параметризації в околі точки дотику ядер,

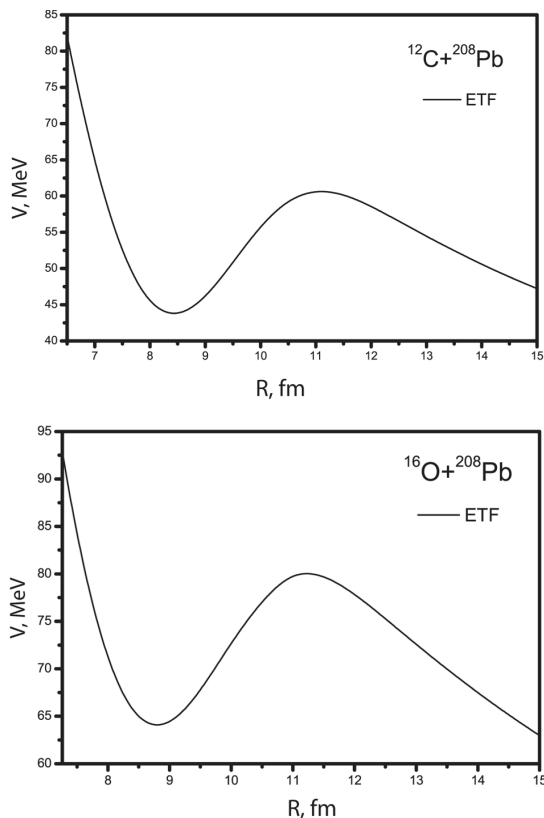


Рис. 2. Потенціали міжядерної взаємодії, одержані в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі для систем $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ та $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$

оскільки ця область є найбільш важливою для опису як пружного розсіяння, так і підбар’єрного злиття. Отримані параметри потенціалу Вудса–Саксона (7) для систем $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ та $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ наведено у табл. 1, а на рис. 3 можна побачити ядерні частини потенціалів взаємодії та їх апроксимацію за допомогою потенціалу Вудса–Саксона. Як бачимо, отримані потенціали Вудса–Саксона добре описують ядерну частину взаємодії на від-

Таблиця 1. Параметри потенціалів Вудса–Саксона (7), за допомогою яких апроксимовано ядерні частини потенціалів взаємодії, одержаних в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі

Реакція	V_0 , MeV	r_0 , фм	d_0 , фм
$^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$	55,4837	1,1363	0,6591
$^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	66,1147	1,1333	0,7421

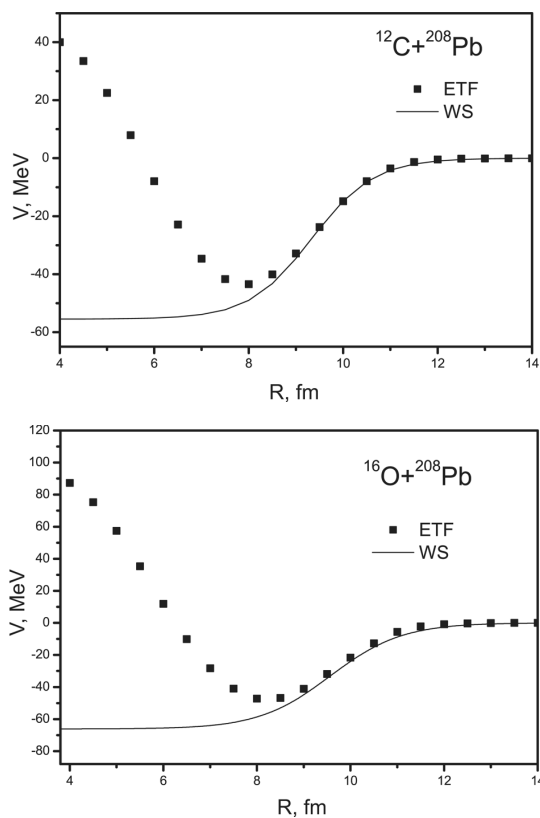


Рис. 3. Потенціали Вудса–Саксона (WS), за допомогою яких апроксимовано ядерні частини потенціалів взаємодії, одержаних в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі (ETF)

станях, де ядра починають контактувати – як вже згадувалося, цей інтервал особливо важливий для опису ядерних процесів за енергій, близьких до бар’єра.

Для розрахунку поперечних перерізів підбар’єрного злиття ми застосували відомий код CCFULL [37], що враховує зв’язок каналів із низькорозташованими мультипольними вібраційними поверхневими збудженнями 2^+ та 3^- у ядрах, що взаємодіють. Також код CCFULL враховує нелінійні ефекти зв’язку з багатофононими мультипольними поверхневими збудженнями. Параметри квадрупольних та октупольних деформацій та енергії збудження низькоенергетичних коливальних 2^+ та 3^- станів узято з відповідних таблиць у роботах [38–40], вони наведені в табл. 2.

Поперечні перерізи підбар’єрного злиття, отримані з використанням коду CCFULL [37] для си-

стем $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ та $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$, показано на рис. 4 та 5. Як бачимо, отримані перерізи підбар'єрного злиття добре описують новітні експериментальні дані для цих реакцій, які було взято з посилань [41–43].

Також для систем $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ та $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ ми розраховували перерізи пружного розсіяння в рамках оптичної моделі з використанням отриманих ядерних частин потенціалів в якості дійсної частини взаємодії. Наші розрахунки в оптичній моделі враховують лише пружний канал і не розглядають зв'язок із низькоенергетичними поверхневими вібраційними станами. При розрахунках до отриманого ядерного потенціалу було додано уявну частину у вигляді суми об'ємних і поверхневих доданків:

$$W(R) = - \frac{W_W}{1 + \exp[R - r_W(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})/d_W]} - \frac{W_S \exp[R - r_S(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})/d_S]}{d_S(1 + \exp[R - r_S(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})/d_S])}. \quad (8)$$

Тут параметри W_W , r_W , d_W , W_S , r_S , d_S – це сила, радіус та дифузійність відповідно об'ємної (W) та поверхневої (S) частин уявного ядерного потен-

Таблиця 2. Параметри квадрупольних та октупольних деформацій та енергії збудження низькоенергетичних коливальних 2^+ та 3^- станів [38–40]

Ядро	β_2	$E_x(2_1^+)$, KeV	β_3	$E_x(3_1^-)$, KeV
^{12}C	0,582	4438,9	0,832	9641
^{16}O	0,349	6917,1	0,729	6130
^{208}Pb	0,0553	4085,5	0,111	2615

Таблиця 3. Параметри уявної частини ядерного потенціалу, одержані шляхом підгонки експериментальних перерізів пружного розсіяння за допомогою потенціалу Вудса–Саксона, який апроксимує міжядерний потенціал модифікованого методу Томаса–Фермі, для реакцій $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ та $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$

Реакція	W_W	r_W	d_W	W_S	r_S	d_S
$^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	20,205	1,100	0,516	14,999	1,299	0,553
$^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$	19,000	1,265	0,699	13,397	1,286	0,633

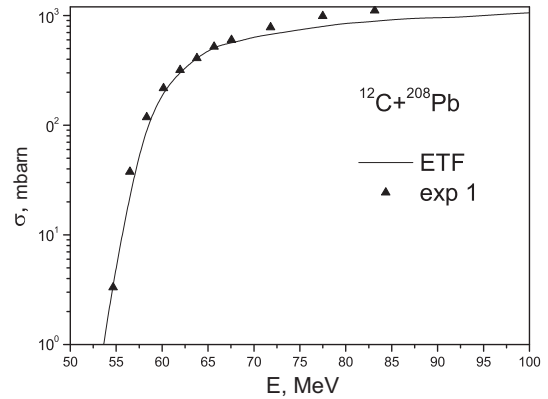


Рис. 4. Поперечний переріз підбар'єрного злиття (ETF), отриманий на основі потенціалу взаємодії модифікованого підходу Томаса–Фермі для системи $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$. Експериментальні дані (exp) взято з роботи [41]

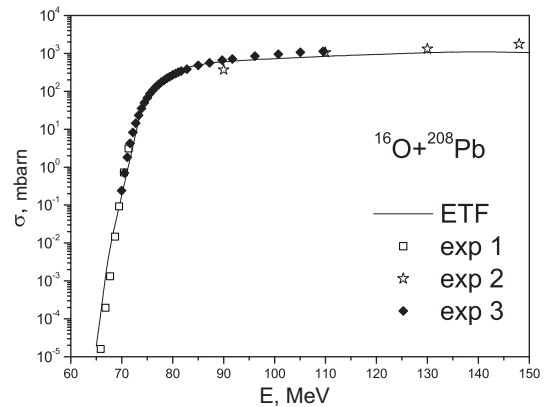


Рис. 5. Поперечний переріз підбар'єрного злиття (ETF), отриманий на основі потенціалу взаємодії модифікованого підходу Томаса–Фермі для системи $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$. Експериментальні дані (exp) взято з работ [42, 43]

ціалу. Саме такий вираз використовується зазвичай в теорії ядерних зіткнень [2, 4, 35]. Параметри уявної частини ядерного потенціалу (табл. 3) було знайдено шляхом підгонки експериментальних перерізів пружного розсіяння за допомогою потенціалу Вудса–Саксона (7), що апроксимує міжядерний потенціал, одержаний в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі (табл. 1).

Результати розрахунків перерізів пружного розсіяння для системи $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ за енергії пучка $E_{\text{lab}} = 95$ MeV та системи $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ за енергії пучка $E_{\text{lab}} = 75,7$ MeV наведено на рис. 6 та 7, де величини поперечного перерізу пружного розсіяння представлені у вигляді, нормованому до по-

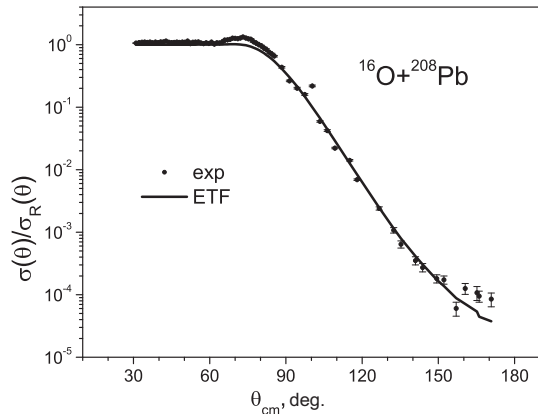


Рис. 6. Поперечний переріз пружного розсіяння для системи $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ за енергії пучка $E_{\text{lab}} = 95$ MeV, отриманий в рамках модифікованого наближення Томаса-Фермі з силами Скірма (ETF), залежними від густини. Експериментальні дані (exp) взято з роботи [44]

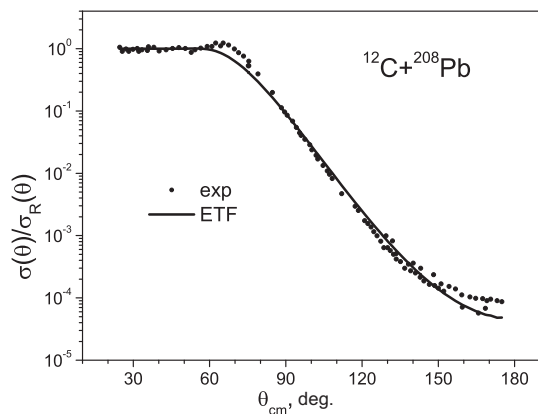


Рис. 7. Поперечний переріз пружного розсіяння для системи $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ за енергії пучка $E_{\text{lab}} = 75,7$ MeV, отриманий в рамках модифікованого наближення Томаса-Фермі з силами Скірма (ETF), залежними від густини. Експериментальні дані (exp) взято з роботи [44]

перечного перерізу Резерфорда. Експериментальні дані, які наведено на рисунках, взято з роботи [44]. Як ми можемо бачити з рисунків, розраховані перерізи пружного розсіяння добре узгоджуються з відповідними експериментальними даними.

4. Висновки

В даній роботі ми розрахували потенціали між-ядерної взаємодії для реакцій $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ та $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ в рамках модифікованого підходу Томаса-Фермі з залежними від густини силами

Скірма, використовуючи густини нуклонів, отримані в тому самому підході. Потенціали розраховувалися в наближенні “заморожених густин”, що цілком застосовне за енергій зіткнення поблизу бар’єра. Таке наближення дає нам змогу детально дослідити властивості між-ядерної взаємодії в околі точки дотику ядер. На основі отриманих потенціалів ми розрахували перерізи підбар’єрного злиття та пружного розсіяння для систем $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ та $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$. Одержані нами перерізи цих процесів знаходяться у доброму узгодженні з останніми експериментальними даними. Відзначимо, що за допомогою одного потенціалу вдалося одночасно описати експериментальні перерізи як підбар’єрного злиття, так і пружного розсіяння.

1. R. Bass. *Nuclear Reactions with Heavy Ion* (Springer-Verlag, 1980) [ISBN: 978-3-540-09611-5].
2. G.R. Satchler. *Direct Nuclear Reactions* (Clarendon Press, 1983) [ISBN-13: 978-0198512691, ISBN-10: 0198512694].
3. P. Frobrich, R. Lipperheide. *Theory of Nuclear Reactions* (Clarendon Press, 1996) [ISBN: 9780198537830].
4. В.Ю. Денисов, В.А. Плюйко. *Проблеми фізики атомного ядра і ядерних реакцій* (Издательско-полиграфический центр “Киевский университет”, 2013).
5. J. Blocki, J.Randrup, W.J. Swiatecki, C.F.Tsang. Proximity forces. *Ann. Phys.* **105**, 427 (1977).
6. W.D. Myers and W.J. Swiatecki. Nucleus-nucleus proximity potential and superheavy nuclei. *Phys. Rev. C* **62**, 044610 (2000).
7. V.Yu. Denisov and V.A. Nesterov. Potential of interaction between nuclei and nucleon-density distribution in nuclei. *Phys. Atom. Nucl.* **69**, 1472 (2006).
8. V.Yu. Denisov. Interaction potential between heavy ions. *Phys. Lett. B* **526**, 315 (2002).
9. H.J. Krappe, J.R. Nix, A.J. Sierk. Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground-state masses and deformations. *Phys. Rev. C* **20**, 992 (1979).
10. V.Yu. Denisov, W. Norenberg. Entrance channel potential in the synthesis of the heaviest nuclei. *Eur. Phys. J. A* **15**, 375 (2002).
11. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution. *Phys. Rev. C* **91**, 024603 (2015).
12. A. Winther. Dissipation, polarization and fluctuation in grazing heavy-ion collisions and the boundary to the chaotic regime. *Nucl. Phys. A* **594**, 203 (1995).
13. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Repulsive core potential and elastic heavy-ion collisions. *Yad. Fiz.* **73**, 429 (2010).
14. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Repulsive core potential and elastic heavy-ion collisions. *Ukr. J. Phys.* **54**, 669 (2009).

15. K.A. Brueckner, J.R. Buchler, M.M. Kelly. New theoretical approach to nuclear heavy-ion scattering. *Phys. Rev. C* **173**, 944 (1968).
16. J. Fleckner, U. Mosel. Antisymmetrization effects in heavy ion potentials. *Nucl. Phys. A* **277**, 170 (1977).
17. O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Nucleus-nucleus potential with repulsive core and elastic scattering. Part 1. Nucleus-nucleus interaction potential. *Яд. Фіз. та Енер.* **11**, No. 1, 25 (2010); O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Nucleus-nucleus potential with repulsive core and elastic scattering. Part 2. The elastic scattering cross sections with and without core. *Яд. Фіз. та Енер.* **11**, No. 1, 33 (2010).
18. В.Ю. Денисов, О.І. Давидовська. Упругое рассеяние тяжелых ионов и ядерно-ядерный потенциал с отталкивающим кором. *Изв. РАН Сер. Физ.* **74**, № 4, 611 (2010).
19. O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Effective nucleus-nucleus potential with the contribution of the kinetic energy of nucleons, and the cross-sections of elastic scattering and subbarrier fusion. *Ukr. J. Phys.* **62**, 473 (2017).
20. V.A. Nesterov. Effect of the Pauli exclusion principle and the polarization of nuclei on the potential of their interaction for the example of the $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ system. *Phys. At. Nucl.* **76**, 577 (2013).
21. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Elastic $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ scattering and nucleus-nucleus potential with a repulsive core. *Ukr. J. Phys.* **55**, 861 (2010).
22. О.І. Давидовська, В.Ю. Денисов, В.О. Нестеров. Ядерно-ядерний потенціал, перерізи пружного розсіяння та підбар'єрного злиття для системи $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$. *Яд. Фіз. та Енер.* **19**, 203 (2018).
23. O.I. Davydovska, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Comparison of the nucleus-nucleus potential evaluated in the double-folding and energy density approximations and the cross-sections of elastic scattering and fusion of heavy ions. *Nucl. Phys. A* **989**, 214 (2019).
24. В.О. Нестеров, О.І. Давидовська, В.Ю. Денисов. Розрахунки перерізів підбар'єрного злиття та пружного розсіяння важких іонів за допомогою модифікованого Томаса–Фермі із силами Скірма. *Яд. Фіз. та Енер.* **20**, № 4, 349 (2019).
25. P. Ring and P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, 1980) [ISBN: 978-3-540-21206-5].
26. M. Brack, C. Guet, H.B. Hakanson. Self-consistent semiclassical description of average nuclear properties – a link between microscopic and macroscopic models. *Phys. Rep.* **123**, 275 (1985).
27. M. Brack and R.K. Bhaduri, *Semiclassical Physics* (Addison-Wesley Publ. Co, 1997) [ISBN-10: 0813340845; ISBN-13: 978-0813340845].
28. V.M. Strutinsky, A.G. Magner, V.Yu. Denisov. Density distributions in nuclei. *Z. Phys. A* **322**, 149 (1985).
29. J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, P.G. Reinhard. Pairing interaction and self-consistent densities in neutron-rich nuclei. *Nucl. Phys. A* **693**, 361 (2001).
30. D. Vautherin, D.M. Brink. Hartree–Fock calculations with Skyrme's interaction. I. Spherical nuclei. *Phys. Rev. C* **5**, 626 (1972).
31. J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, H.B. Hakansson. Towards a better parametrisation of Skyrme-like effective forces: A critical study of the SkM force. *Nucl. Phys. A* **386**, 79 (1982).
32. S.A. Fayans, S.V. Tolokonnikov, E.L. Trykov, D. Zawischac. Nuclear isotope shifts within the local energy-density functional approach. *Nucl. Phys. A* **676**, 49 (2000).
33. J.W. Negele. The mean-field theory of nuclear structure and dynamics. *Rev. Mod. Phys.* **54**, 913 (1982).
34. T.H.R. Skyrme. The effective nuclear potential. *Nucl. Phys.* **9**, 615 (1959).
35. H. Feshbach. The optical model and its justification. *Annu. Rev. Nucl. Sci.* **8**, 49 (1958).
36. O.I. Davydovska, V.A. Nesterov, V.Yu. Denisov. The nucleus-nucleus potential within the extended Thomas–Fermi method and the cross-sections of subbarrier fusion and elastic scattering for the systems $^{16}\text{O} + ^{58,60,62,64}\text{Ni}$. *Nuclear Physics A* **1002**, 121994 (2020).
37. K. Hagino, N. Rowley, A.T. Kruppa. A program for coupled-channel calculations with all order couplings for heavyion fusion reactions. *Comput. Phys. Commun.* **123**, 143 (1999).
38. B. Pritychenko, M. Birch, B. Singh, M. Horoi. Tables of E2 transition probabilities from the first 2^+ image states in even–even nuclei. *At. Data Nucl. Data Tabl.* **107**, 1 (2016).
39. T. Kibedi, R.H. Spear. Reduced electric-octupole transition probabilities, $B(E3; 0_1^+ \rightarrow 3_1^-)$ – an update. *At. Data Nucl. Data Tabl.* **80**, 35 (2002).
40. S. Raman, C.W. Nestor, P. Tikkanen. Transition probability from the ground to the first excited 2^+ state of even–even nuclei. *At. Data Nucl. Data Tabl.* **78**, 1 (2001).
41. A. Mukherjee, D.J. Hinde, M. Dasgupta, K. Hagino, J.O. Newton, R.D. Butt. Failure of the Woods–Saxon nuclear potential to simultaneously reproduce precise fusion and elastic scattering measurements. *Phys. Rev. C* **75**, 044608 (2007).
42. C.R. Morton, A.C. Berriman, M. Dasgupta, D.J. Hinde, J.O. Newton, K. Hagino, I.J. Thompson. Coupled-channels analysis of the $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ fusion barrier distribution. *Phys. Rev. C* **60**, 044608 (1999).
43. M. Dasgupta, D.J. Hinde, A. Diaz-Torres, B. Bouriquet, C.I. Low, G.J. Milburn, J.O. Newton. Beyond the coherent coupled channels description of nuclear fusion. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 192701 (2007).
44. V.P. Rudakov, K.P. Artemov, Yu.A. Glukhov, S.A. Goncharov, A.S. Demyanova, A.A. Ogloblin, V.V. Paramonov, M.V. Rozhkov. Elastic $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ and $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ scattering and the form of the potential barrier. *Bull. Rus. Acad. Sci. Phys.* **65**, 57 (2001).

Одержано 04.03.21

V.A. Nesterov, O.I. Davydovska, V.Yu. Denisov
SUBBARRIER-FUSION
AND ELASTIC-SCATTERING
CROSS-SECTIONS CALCULATED
ON THE BASIS OF THE NUCLEUS-NUCLEUS
POTENTIAL IN THE FRAMEWORK
OF THE MODIFIED THOMAS-FERMI METHOD

The nucleon density distributions and the nucleus-nucleus interaction potentials have been calculated for the $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ and $^{12}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ reactions using the modified Thomas-Fermi

method, in which all terms up to \hbar^2 -ones in the quasiclassical series expansion of the kinetic energy are taken into account. Skyrme forces depending on the nucleon density are used as the nucleon-nucleon interaction. On the basis of the obtained potentials, the cross-sections of subbarrier fusion and elastic scattering are calculated and agree well with the latest experimental data.

Keywords: nucleus-nucleus interaction potential, modified Thomas-Fermi method, nucleon density distribution, cross-section, subbarrier fusion, elastic scattering.