

М.Є. БОСІН, Т.Г. ДРИГАЧ, В.М. РУССКІН

Комунальний заклад “Харківська гуманітарно-педагогічна академія” Харківської обласної ради
(Пров. Руставелі, 7, Харків 61001)

МАТЕМАТИЧНЕ УЗАГАЛЬНЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ЗІ СПОСТЕРЕЖЕННЯ РОЗВИТКУ ОДИНИЧНИХ ДВІЙНИКОВИХ ПРОШАРКІВ У МЕТАЛЕВИХ МАТЕРІАЛАХ

УДК 539

Запропоновано математичну модель розвитку одиничних двійникових прошарків у металевих кристалах при різних режимах навантаження, за різних умов. Параметри моделі залежать від геометричних характеристик двійникового прошарку, фізичних характеристик кристала, вектора Бюргерса та швидкості руху двійникових дислокацій. Розроблено методики відновлення феноменологічних параметрів з експериментальних даних. У низці випадків проведено порівняння значень параметрів, що обчислено згідно з запропонованою математичною моделлю, з тими, які отримано з даних експерименту. Порівняння показує задовільну узгодженість. Запропонована модель може бути корисною в створенні кількісної теорії двійникування.

Ключові слова: модель, параметри моделі, двійник, двійникова межа, дислокаційна структура, рівняння, режим повзучості, активне навантаження, пульсуючі навантаження, знакозмінні навантаження, зміцнення, ефект Баушингера, дислокації лісу, початкові умови.

1. Вступ

Основи теорії двійникування було закладено в роботах [1–3]. Деякий розвиток ця теорія отримала в роботах [4, 5]. В перелічених працях створено дислокаційну модель руху границі двійникового прошарку, визначено основні параметри двійникуючих дислокацій, описано розташування двійникуючих дислокацій на двійниковій границі, отримані співвідношення для розрахунку полів напружень, зміщень та деформацій в околиці двійникової границі, подано фізичний опис ряду явищ, які спостерігаються поблизу границь двійника, описано енергетику руху двійникуючих дислокацій уздовж двійникової границі, отримано умову рівноваги для некогерентної двійникової границі.

Разом з цим, існує величезний пласт експериментальних робіт, присвячених двійникуванню.

Виявлено велику кількість цікавих явищ, пов'язаних з поведінкою двійникових прошарків в різних умовах. В ролі прикладів можна навести ефект Баушингера, який спостерігається на двійниках цинку, вісмуту, берилію та сплавів на їх основі [6–8], ефект втрати зміцнення границями двійників під час пульсуючих навантажень [9–14], деякі особливості поведінки двійників при повзучості [15, 16], особливості поведінки двійників при ударних навантаженнях [17]. В теоретичних роботах, про які йшлося вище, справа не дійшла до опису цих явищ і ефектів, оскільки основні експериментальні роботи, в яких ці явища описані, вийшли дещо пізніше. Разом з тим, теоретичні роботи [1–5] безсумнівно є необхідною платформою для побудови спочатку феноменологічної, а потім і фізичної теорії поведінки двійникових прошарків у кристалах, включаючи перелічені тут явища і ефекти.

Метою даної роботи є створення феноменологічної моделі розвитку одиничних двійникових про-

© М.Є. БОСІН, Т.Г. ДРИГАЧ, В.М. РУССКІН, 2021

шарків у металевих кристалах при різних режимах навантаження, та подальше порівняння висновків моделі з експериментальними кривими повзучості двійникових границь та поведінкою останніх при знакозмінному та пульсуючому навантаженні. За умови задовільних результатів такого порівняння становить інтерес з'ясування фізичного змісту феноменологічних параметрів, що є необхідною умовою "руху" феноменологічної моделі в сторону фізичної теорії.

2. Побудова феноменологічної моделі

На рис. 1 показано окремий випадок розташування двійникового прошарку в материнському кристалі. Частковість полягає, по-перше, в тому, що двійник плоскопаралельний (велика частина двійників мають клиноподібну форму, причому вершина двійникового клину може перебувати всередині кристала); по-друге, двійникові межі перпендикулярні огранці зразка тільки при певній орієнтації останнього. Початкову товщину двійника позначено на рис. 1 через " b_0 ". Після прикладання навантаження P (як показано на рис. 1) товщина двійника збільшується на величину Δb . Позначимо відносне потовщення двійника через ε

$$\varepsilon = \frac{\Delta b}{b_0}. \quad (1)$$

Враховуючи властивості двійникових границь як накопичувати зміцнення при навантаженні, так і втрачати його, тобто як необоротність, так і оборотність деформації, що спостерігаються при розвитку двійників [18–19], представимо відносно потовщення двійника у вигляді:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p, \quad (2)$$

де ε_e – пружна частина потовщення, яка зникає після зняття напруження, а ε_p – пластична (необоротна) частина потовщення.

Для ε_e за аналогією із законом Гука напишемо

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{G_2}, \quad (3)$$

G_2 тут відіграє роль пружного модуля для одиничного двійника.

Для ε_p , використовуючи уявлення про "сили в'язкого опору", що викликають необоротність зміцнення двійникових границь, можна написати за

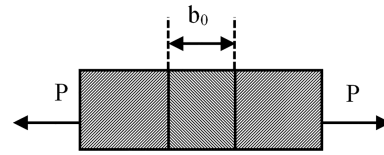


Рис. 1. Окремий випадок розташування двійникового прошарку в материнському кристалі

аналогією з відомим законом Ньютона (напруження опору пластичного зсуву пропорційне швидкості деформації):

$$\frac{d\varepsilon_p}{dt} \equiv \dot{\varepsilon}_p = \frac{\sigma}{\eta}, \quad (4)$$

де η – параметр, який має розмірність звичайного коефіцієнта в'язкості.

При зростанні двійника величина цього параметра змінюється у зв'язку зі зміною дислокаційної структури у межах двійникових границь і, отже, зміною сил "в'язкого опору". Тому

$$\eta = \eta(\varepsilon_p). \quad (5)$$

Розкладемо функцію (5) в ряд Маклорена, обмежуючись поки що лінійною частиною ряду:

$$\eta(\varepsilon_p) \approx \eta_0 + \frac{d\eta}{d\varepsilon_p} \varepsilon_p, \quad (6)$$

де η_0 – значення η при $\varepsilon_p = 0$. З (6) і (4) знаходимо:

$$\begin{aligned} \sigma &= \left(\eta_0 + \frac{d\eta}{d\varepsilon_p} \varepsilon_p \right) \dot{\varepsilon}_p = \eta_0 \dot{\varepsilon}_p + \frac{d\eta}{d\varepsilon_p} \frac{d\varepsilon_p}{dt} \varepsilon_p = \\ &= \eta_0 \dot{\varepsilon}_p + \dot{\eta} \varepsilon_p. \end{aligned} \quad (7)$$

Параметр $\dot{\eta}$ має розмірність пружного модуля, тому введемо позначення:

$$\dot{\eta} = G_1. \quad (8)$$

З (2), (3), (7) і (8) отримуємо диференціальне рівняння, що зв'язує σ та ε :

$$\sigma + \tau_\varepsilon \dot{\sigma} = G(\varepsilon + \tau_\sigma \dot{\varepsilon}), \quad (9)$$

де

$$\begin{aligned} \tau_\varepsilon &= \frac{\eta}{G_1 + G_2}, \\ G &= \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}, \\ \tau_\sigma &= \frac{\eta_0}{G_1}. \end{aligned} \quad (10)$$

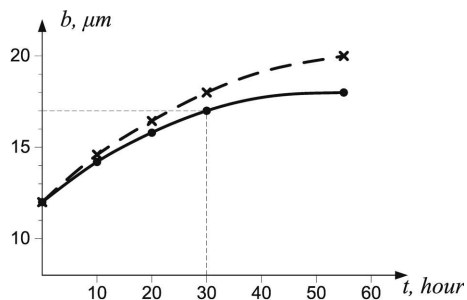


Рис. 2. Криві повзучості двійникових границь у кристалах Zn: суцільна крива отримана експериментально, пунктирна крива – із теорії (формула (14))

Рівняння (9) має вигляд, подібний до рівняння “стандартного лінійного тіла”. Величина G в цій моделі є “релаксований пружний модуль”, τ_ε і τ_σ – час релаксації напруження (при постійній деформації) і деформації (при постійному напруженні) відповідно.

Розв’язуючи рівняння (9) при заданому закон $\sigma(t)$ або $\varepsilon(t)$, знаходимо другу функцію. Зіставляючи криві $\sigma(t)$ і $\varepsilon(t)$, тобто здійснюючи в рівнянні формальну заміну $t \rightarrow t(\sigma)$ або $t \rightarrow t(\varepsilon)$, можна побудувати діаграми $\sigma - \varepsilon$. Порівнюючи ці діаграми з експериментальними кривими $\sigma(\varepsilon)$, можна відновити параметри G_1, G_2, η_0 (див. нижче).

Рівняння (9) є наближеною моделлю процесу розвитку двійника. Для збільшення точності можна врахувати наступний (квадратичний) член в розкладанні $\eta(\varepsilon_p)$ за ступенями ε_p . Тоді замість рівняння (6) отримаємо формулу:

$$\eta(\varepsilon_p) \approx \eta_0 + \frac{d\eta}{d\varepsilon_p} \varepsilon_p + \frac{1}{2} \frac{d^2\eta}{d\varepsilon_p^2} \varepsilon_p^2, \quad (11)$$

а замість (9) – рівняння

$$\sigma = \eta_0 \left(\dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{G_2} \right) + G_1 \left(\varepsilon - \frac{\sigma}{G_2} \right) + \frac{1}{2} \frac{\left(\varepsilon - \frac{\sigma}{G_2} \right)^2}{\left(\dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{G_2} \right)^2} \left[\xi \left(\dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{G_2} \right) - G_1 \left(\ddot{\varepsilon} - \frac{\ddot{\sigma}}{G_2} \right) \right]. \quad (12)$$

Тут ξ – новий параметр, зміст якого, як і зміст інших параметрів, можна встановити, вивчивши залежність його від різних факторів (температури, швидкості і режиму навантаження, структури і т.д.).

Далі ми будемо розв’язувати рівняння (9), а в низці випадків (12) при тих режимах навантаження, які мали місце в експериментах. На першому етапі ми будемо проводити порівняння модельних результатів з експериментальними результатами з метою перевірки феноменологічної моделі в цілому. З’ясуванню фізичного змісту феноменологічних параметрів буде присвячена окрема робота, оскільки тут дуже багато матеріалу, який навіть з міркувань обсягу ніяк не вписується в дану статтю.

3. Режим повзучості

У режимі повзучості $\sigma = \text{const}$. При цьому рівняння (9) спрощується:

$$\dot{\varepsilon} + \frac{1}{\tau_\sigma} \varepsilon = \frac{\sigma}{G\tau_\sigma}. \quad (13)$$

Розв’язок отриманого лінійного неоднорідного диференціального рівняння при початковій умові $\varepsilon(t=0) = 0$ має вигляд:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{G} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_\sigma}} \right). \quad (14)$$

Звичайно, що великий інтерес становить порівняння (14) з експериментальними кривими повзучості [15, 16]. Таке порівняння для цинку представлено на рис. 2, де наведено експериментальну криву залежності товщини двійника “ b ” від часу повзучості двійникових границь при напруженні зсуву у площині двійникування в напрямку двійникування $\sigma = 0,75 \text{ кгс/мм}^2$, (взята з [15]), і теоретичну криву [14], побудовану при параметрах $\tau_\sigma = 49,4 \text{ год}$, $G = 0,69 \text{ кгс/мм}^2$.

Для кожної експериментальної кривої $\varepsilon(t)$ можна підібрати такі G і τ_σ , при яких експериментальна крива буде дуже близька до (14). Змінюючи умови, наприклад, щільність і тип дислокацій лісу в кристалі, температуру, величину напруження і т.д., можна встановити чутливість цих параметрів до кожної умови. В результаті комплексного (з огляду на інші режими навантаження) порівняння висновків математичної моделі з результатами експериментів (при мінливих умовах їх проведення) можна буде встановити фізичний зміст феноменологічних параметрів: Якщо висновки теорії серйозно розходяться з експериментом навіть при оптимальному виборі параметрів, можна скористатися більш точним рівнянням (12). Зокрема,

для повзучості ($\sigma = \text{const}$) це рівняння має вигляд

$$\ddot{\varepsilon} = \frac{2\dot{\varepsilon}^2 (\eta_0 \dot{\varepsilon} - \sigma)}{G_1 \left(\varepsilon - \frac{\sigma}{G_2}\right)^2} + \frac{2\dot{\varepsilon}^2}{\varepsilon - \frac{\sigma}{G_2}} + \frac{\xi}{G_1} \dot{\varepsilon}. \quad (15)$$

Рівняння (15) не містить в явному вигляді час t , і тому допускає зниження порядку, тобто, при необхідності, без особливих труднощів може бути розв'язано.

4. Режим активного навантаження при $\dot{\sigma} = \text{const}$

Припустимо, $\dot{\sigma} = c = \text{const}$, тобто

$$\sigma = ct. \quad (16)$$

Рівняння (9) при цьому набуває вигляду

$$\dot{\varepsilon} + \frac{1}{\tau_\sigma} \varepsilon = \frac{c}{G\tau_\sigma} (t + \tau_\varepsilon). \quad (17)$$

Розв'язком цього рівняння при початковій умові $\varepsilon(t=0) = 0$ є функція

$$\varepsilon = \frac{c}{G} (\tau_\varepsilon - \tau_\sigma) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_\sigma}}\right) + \frac{c}{G} t. \quad (18)$$

Часи релаксації τ_ε і τ_σ в металах найчастіше пов'язані нерівністю $\tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma$, тобто $G_2 \gg G_1$. При тривалості навантаження $t \ll \tau_\sigma$ з рівняння (18) отримуємо:

$$\varepsilon = \frac{c}{2\eta_0} t^2. \quad (19)$$

Можна порівняти отриманий із моделі результат з наявними експериментальними кривими [6, 20]. На рис. 3 наведено таке порівняння. Суцільною лінією показано залежність $\sigma(\varepsilon)$ для одиночного двійника, (взяте з [6]), а пунктирною лінією – така сама залежність, обчислена з (19) після підстановки до неї (16). При цьому швидкість навантаження було взято з експерименту ($c = 0,09 \text{ кгс}/(\text{мм}^2 \cdot \text{хв})$), а параметр $\eta_0 = 1220 \text{ кгс} \cdot \text{хв}$ було підбирано до задовільного збігу експериментальної й теоретичної залежностей.

Підставивши (16) в більш точне рівняння (12), отримуємо

$$\ddot{\varepsilon} = 2 \frac{\left(\dot{\varepsilon} - \frac{c}{G_2}\right)^2}{\left(\varepsilon - \frac{c}{G_2} t\right)^2} \left[\frac{\eta_0}{G_1} \left(\dot{\varepsilon} - \frac{c}{G_2}\right) + \left(\varepsilon - \frac{c}{G_2} t\right) - \frac{c}{G_1} t \right] + \frac{\xi}{G_1} \left(\dot{\varepsilon} - \frac{c}{G_2}\right). \quad (20)$$

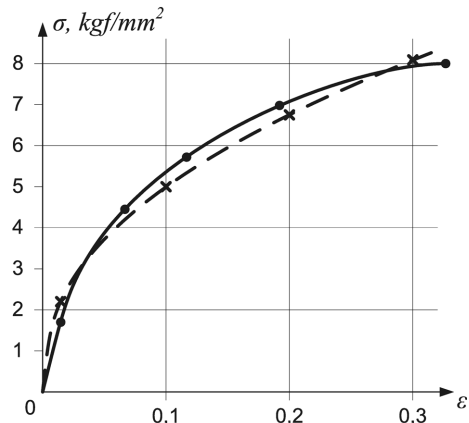


Рис. 3. Експериментальна (суцільна лінія) і теоретична (пунктирна лінія) криві зміцнення для одиночного двійника у вісмуті

Якщо ввести допоміжну функцію $\varphi(t) = \varepsilon - \frac{c}{G_2} t$, то замість (20) можна написати

$$\ddot{\varphi} = 2 \left(\frac{\dot{\varphi}}{\varphi}\right)^2 \left(\frac{\eta_0}{G_1} \dot{\varphi} + \varphi - \frac{c}{G_1} t\right) + \frac{\xi}{G_1} \dot{\varphi}. \quad (21)$$

Нагадаємо, що $\frac{c}{G_2} t = \frac{\sigma}{G_2}$ – пружна частина деформації, тоді функція $\varphi(t)$ має смисл необоротної частини деформації $\varepsilon_p = \varepsilon - \varepsilon_e$.

5. Режим активного навантаження при $\dot{\varepsilon} = \text{const}$

Нехай $\varepsilon = kt$, тобто швидкість зміни деформації дорівнює

$$\dot{\varepsilon} = k. \quad (22)$$

Рівняння (9) при цьому набуває вигляду

$$\dot{\sigma} + \frac{1}{\tau_\varepsilon} \sigma = \frac{kG}{\tau_\varepsilon} (t + \tau_\sigma). \quad (23)$$

Розв'язування цього рівняння при початковій умові $\sigma(t=0) = 0$ призводить до функції

$$\sigma = kGt + kG(\tau_\sigma - \tau_\varepsilon) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_\varepsilon}}\right). \quad (24)$$

Вираз (24) можна спростити, розклавши експоненту в ряд Маклорена і вибравши 2–3 члена в розкладанні. Але для цього необхідне виконання нерівності $t \ll \tau_\varepsilon$, що має бути задано умовами експерименту.

Підставивши (22) у рівняння (12), отримаємо

$$\ddot{\sigma} = 2 \frac{G_2}{G_1} \frac{\left(k - \frac{\dot{\sigma}}{G_2}\right)^2}{\left(kt - \frac{\sigma}{G_2}\right)^2} \left[\sigma - \eta_0 \left(k - \frac{\dot{\sigma}}{G_2}\right) - G_1 \left(kt - \frac{\sigma}{G_2}\right) \right] - \frac{G_2}{G_1} \left(k - \frac{\dot{\sigma}}{G_2}\right) \xi. \quad (25)$$

Введемо допоміжну функцію

$$\psi(t) = kt - \frac{\sigma}{G_2}. \quad (26)$$

Ця функція має такий самий смисл, що і $\varphi(t)$, введена раніше, тобто це різниця між повною деформацією та пружною її частиною. Але оскільки пластична деформація в режимах $\dot{\sigma} = \text{const}$ і $\dot{\varepsilon} = \text{const}$ протікає по-різному, функції $\psi(t)$ і $\varphi(t)$ суттєво різні. З урахуванням (26) рівняння (25) можна записати у вигляді:

$$\ddot{\psi} = 2 \frac{\psi^2}{\psi^2} \left(\frac{\eta_0}{G_1} \dot{\psi} + \frac{G_1 + G_2}{G_1} \psi - \frac{G_2}{G_1} kt \right). \quad (27)$$

Якщо функція (24) погано узгоджується з експериментом, то необхідно розв'язати рівняння (27) при початковій умові $\sigma(t=0) = 0$ або, що те саме, $\psi(t=0) = 0$. Відповідна залежність $\sigma(t)$ повинна зіставлятися з відповідною експериментальною кривою. Порівняння, по-перше, дає інформацію про дієвість моделі, по-друге, дозволяє визначити параметри G_1, G_2, η_0, ξ .

6. Режим пульсуючих навантажень

Оберемо для пульсації режим $\dot{\sigma} = \text{const} = c$ при навантаженні і $\dot{\sigma} = \text{const} = c'$ при розвантаженні. Нехай так само (як це було в експериментах [9–13]) швидкість навантаження буде значно меншою за швидкість розвантаження $c \ll c'$. Амплітуду пульсації напруження позначимо через σ_0 . Розв'язуючи рівняння (9) послідовно спочатку для навантаження зі швидкістю $\sigma = c$, потім для розвантаження зі швидкістю $\sigma = c'$, потім для повторного навантаження з тією ж швидкістю c і для розвантаження зі швидкістю c' і т.д., отримаємо діаграму, подібну до отриманої експериментально в [20]: при кожному циклі спостерігається деяке зміщення двійникових границь, загасаюче з числом ци-

клів. Для кожного повторного циклу відносне зміщення двійникових границь виходить рівним

$$\beta_k = \varepsilon' \exp\left(-k \frac{G_1 \sigma_0}{\eta_0 c}\right), \quad (28)$$

де $\varepsilon' = \varepsilon_0 - \frac{\sigma_0}{G_2}$ – відносне зміщення двійникових границь при першому циклі навантаження за вирахуванням пружної частини $\frac{\sigma_0}{G_2}$. Підкреслимо, що дане явище ε , по суті, ефектом втрати зміцнення границями двійників при пульсації напруги, яке добре вивчено експериментально [9–13], і той факт, що запропонована феноменологічна модель містить в собі цей ефект, говорить на користь останньої. Експерименти [9–12] показують, що найбільш стабільною мірою даного ефекту втрати і подальшого відновлення зміцнення межами двійників при пульсації напруги є величина $\delta = \sum \beta_k$. Цей ряд є збіжним; легко обчислити його суму:

$$\delta = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k = \varepsilon' \frac{1}{\exp\left(\frac{G_1 \sigma_0}{\eta_0 c}\right) - 1}. \quad (29)$$

Все це задовільно узгоджується з експериментом. На рис. 4 наведено описаний ефект як один із висновків моделі (а) і як експериментальний факт (б) – взято з [10].

За (29) величина δ повинна зростати зі збільшенням c при фіксованому σ_0 і зі зменшенням σ_0 при фіксованому c . Якщо між розвантаженням і наступним навантаженням проходить час T (час відпочинку), то значення ε' , а також аналогічні величини $\varepsilon'', \varepsilon''', \dots$ після другого, третього і т.д. циклів навантаження будуть меншими внаслідок релаксації деформації після повного розвантаження зразка.

7. Режим знакозмінних навантажень

Застосуємо рівняння (9) до розгляду поведінки двійникових границь при знакозмінному навантаженні зразка. Нехай друге навантаження, на відміну від розглянутого вище випадку, проводиться зі швидкістю $\dot{\sigma} = -c$, тобто прикладається навантаження протилежного знака $\sigma = -ct$ (час відраховується від початку повторного навантаження). При початковій умові $\varepsilon(t=0) = \varepsilon$ знаходимо:

$$\varepsilon = \left[\varepsilon' + \frac{c}{G} (\tau_\varepsilon - \tau_\sigma) \right] e^{-\frac{t}{\tau_\sigma}} + \frac{c}{G} (\tau_\sigma - \tau_\varepsilon - t). \quad (30)$$

До моменту часу $t = \frac{\sigma_0}{c} \equiv t_0$ будуть досягнуті напруження $-\sigma_0$ і деформація ε_2 , яка обчислюється шляхом підстановки в вираз (30) величини $t = \frac{\sigma_0}{c}$. Якщо відкласти криву $\varepsilon(\sigma)$ при навантаженні протилежного знака в позитивному напрямку координатних осей, як це робиться при ілюстрації ефекту Баушингера [6, 7], то при $\sigma = \sigma_0$ величина деформації буде

$$\varepsilon'_2 = 2\varepsilon' - \varepsilon_2. \quad (31)$$

За міру ефекту Баушингера зазвичай приймаються міри розбіжності кривих повторного навантаження в прямому і зворотному напрямках при $|\sigma| = \sigma_0$. Позначивши її через β_B , отримаємо

$$\beta_B = 2\varepsilon' \left(1 - e^{-\frac{t_0}{\tau\sigma}}\right). \quad (32)$$

або, роблячи заміну $t_0 = \frac{\sigma_0}{c}$, замість (32) напишемо

$$\beta_B = 2\varepsilon' \left(1 - e^{-\frac{\sigma_0}{c\tau\sigma}}\right). \quad (33)$$

Вирази (32) і (33) дозволяють оцінити міру ефекту Баушингера при двійникуванні в межах викладеного феноменологічного розгляду. Для спрощення розрахунків розглянемо граничний випадок $\tau_\varepsilon \ll \tau_\sigma$ і $t \ll \tau_\sigma$. При цьому з (32) знаходимо:

$$\beta_B \approx 2\varepsilon' \frac{G_1}{\eta_0} t_0, \quad (34)$$

а з (19) для t_0 маємо

$$t_0 \approx \sqrt{\frac{2\eta_0\varepsilon_0}{c}}. \quad (35)$$

Підставивши (35) в (34), отримаємо

$$\beta_B \approx 2\varepsilon' G_1 \sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{c\eta_0}}, \quad (36)$$

або, вважаючи $\varepsilon' \approx \varepsilon_0$ (оскільки при $\varepsilon_e \ll \varepsilon_p$, $\varepsilon_e \ll \varepsilon_p$, замість (36) можна написати

$$\beta_B \approx 2\sqrt{2} \frac{G_1}{\sqrt{\eta_0 c}} \varepsilon_0^{\frac{3}{2}}. \quad (37)$$

Наближена формула (37) зручніша для аналізу залежностей β_B від різних факторів.

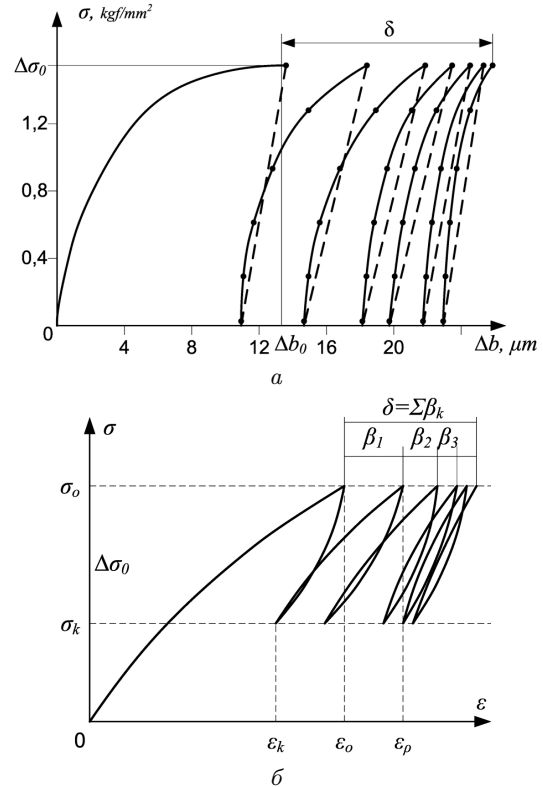


Рис. 4. Залежність $\sigma(\varepsilon)$ для одиничних двійників (впливає із моделі) (а), діаграма напруга–зміщення двійникових границь, отримана при пульсуючому навантаженні монокристала вісмуту (б). Швидкість навантаження 0,044 кгс/(мм²·хв), час відпочинку між циклами 10 хв

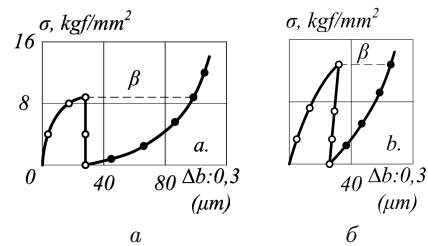


Рис. 5. Діаграми напруга–зміщення двійникових границь для сплаву Zn + 0,6% Cu з щільністю пірамідальних дислокацій: а – 10³ см⁻², б – 10⁷ см⁻²

Таким чином, запропонована феноменологічна модель враховує і ефект Баушингера, що спостерігається на одиничних двійниках у різних металевих кристалах [6–8], що, в свою чергу, допомагає розібратися зі змістом феноменологічних параметрів, оскільки міра ефекту Баушингера виявилася чутливою до щільності дислокацій лісу в кристалах (див. рис. 5)

8. Визначення феноменологічних параметрів

Таким чином, механічна поведінка двійникових границь при різних режимах навантаження в рамках запропонованого феноменологічного розгляду описується в термінах трьох параметрів G_1 , G_2 , η_0 (параметр ξ з'являється, якщо від (9) перейти до (12)). Ці параметри визначаються як характеристиками самих двійникових границь, так і дефектною структурою їх меж і повинні, таким чином, залежати від ступеня некогерентності двійникових границь, типу і щільності дислокацій лісу в кристалах, наявності скупчень точкових дефектів і т.п.

Параметр η_0 найпростіше визначити шляхом порівняння експериментальної залежності $\varepsilon(T)$ в період навантаження з наближеною формулою (19), в яку входить тільки один цей параметр. Проведене порівняння показало, що цей параметр чутливий до щільності дислокацій лісу в кристалах: зі збільшенням вихідної щільності пірамідального лісу в кристалах Zn від 10^3 до 10^7 см⁻² величина збільшується від $9 \cdot 10^3$ до $4,5 \cdot 10^4$ МПа·с. Це дає можливість припустити, що в'язке гальмування двійникових границь значною мірою зумовлене наявністю в кристалі дислокацій лісу.

Параметр G_1 при відомій величині η_0 може бути знайдений з вимірних значень δ або β_B за допомогою формул (29) і (36). Порядком цієї величини для двійників в кристалах Bi і Zn ~ 10 МПа.

Параметр G_2 легко оцінюється за зворотним зміщенням двійникових границь після розвантаження кристала, тобто за величиною пружної частини відносної деформації ε_e за допомогою формули (3). Порядком величини $G_2 \sim 10^2$ МПа (для Bi) і $G_2 \sim 10^3$ МПа (для Zn), що підтверджує умову $G_2 \gg G_1$, яка використовувалася вище.

Таким чином, запропонована модель передбачає поведінку двійникових границь при різних режимах навантаження. Зокрема, з неї виникають ефект втрати і подальшого відновлення зміцнення при пульсуючому навантаженні, ефект Баушингера, що виявляється при знакозмінному навантаженні й описаний в літературі.

9. Висновок

Запропонована у роботі феноменологічна модель розвитку одиничних двійникових прошарків у металевих кристалах задовільно описує:

- явище повзучості двійникових границь;
- рух двійникових границь у режимі активного навантаження, зокрема, при $\dot{\sigma} = \text{const}$;
- явище втрати та подальшого відновлення зміцнення границями двійників при пульсуючих навантаженнях;
- ефект Баушингера на границях двійників.

Це дає можливість припускати, що дана модель може бути корисною у створенні кількісної теорії двійникування. Наступним кроком на цьому шляху безсумнівно є з'ясування змісту феноменологічних параметрів на основі дислокаційних уявлень, створених у теоретичних роботах з двійникування [1–5]. Методика відновлення феноменологічних параметрів за даним експериментом в даній роботі з'ясована.

Автори висловлюють щирю вдячність проф. Папирову І.І. за корисні дискусії.

1. И.М. Лифшиц. О макроскопическом описании явления двойникового кристаллов. *ЖЭТФ* **18** (12), 1134 (1948).
2. А.Н. Cottrell, В.А. Bilby. A mechanism for the growth of deformation twins in crystals. *Phil. Mag.* **42**, 573 (1951).
3. А.М. Косевич, Л.А. Пастур. О дислокационной модели двойникового кристалла. *Физика твёрдого тела* **3** (4), 1291 (1961).
4. О.М. Остриков. Дислокационная макроскопическая модель клиновидного двойника. *Вести ГГТУ им. П.О. Сухого* **2**, 10 (2006).
5. О.М. Остриков. Учёт формы границ клиновидного двойника в его макроскопической дислокационной модели. *Физика металлов и металловедение* **106** (5), 471 (2008).
6. В.И. Башмаков, М.Е. Босин, И.И. Папиров. Циклический эффект Баушингера на границах механических двойников бериллия. *Физика металлов и металловедение* **35** (1), 220 (1973).
7. В.И. Башмаков, М.Е. Босин. Влияние дислокаций леса на эффект Баушингера при двойниковании монокристаллов цинка. *Известия высших учебных заведений. Физика* **5**, 101 (1971).
8. М.Е. Босин, И.И. Папиров, Н.Г. Яковенко. Исследование процессов двойникового кристаллообразования в бериллии и его сплавах с медью. *Известия высших учебных заведений. Физика* **4**, 120 (1975).
9. В.И. Башмаков, М.Е. Босин. Разрочнение двойниковых границ в кристаллах висмута и цинка при повторных нагрузках. *Укр. Ж. Физ.* **15** (6), 1036 (1971).
10. В.И. Башмаков, М.Е. Босин. Свойства единичных двойников в металлических кристаллах при пульсирующей нагрузке. *Физика твёрдого тела* **13**, 2475 (1971).

11. В.И. Башмаков, М.Е. Босин, Ф.Ф. Лаврентьев, И.И. Папилов. Влияние легирования на деформационное упрочнение двойниковых прослоек в кристаллах висмута и бериллия при пульсации напряжений. *Проблемы прочности* **1**, 80 (1974).
12. В.И. Башмаков, М.Е. Босин, С.П. Шинкаренко. Залежність рухливості некогерентних двійникових меж від амплітуди пульсуючих напружень. *Ukr. J. Phys.* **18** (6), 1021 (1973).
13. F.F. Lavrentev, M.E. Bosin. The Peculiar Effect of Forest Dislocations on Single Twin Layer Development in Zinc and Beryllium Single Crystals. *Materials Science and Engineering* **33**, 243 (1978).
14. M.E. Bosin. Specific features of twin boundaries motion in beryllium single crystals at the twinning and untwining. *Functional Materials* **4** (4), 557 (1997).
15. В.И. Башмаков, М.Е. Босин, М.М. Бродский. Ползучесть границ единичных двойниковых прослоек в кристаллах цинка. *Кристаллография* **19** (3), 592 (1974).
16. М.Е. Босин, П.Л. Пахомов. О механизме влияния плотности дислокаций леса на подвижность двойниковых границ в кристаллах Zn. *Ukr. J. Phys.* **27** (3), 372 (1982).
17. В.Н. Никифоренко, М.Е. Босин, В.Г. Корчаков, Н.В. Корчакова. Механизмы движения и взаимодействия дислокаций в поле высокоскоростных напряжений. В материалах 3-й Международной конференции "Физические явления в твёрдых телах", Харьков, 21–23 января, 1997. Под ред. В.В. Ульянова (1997), с. 144.
18. М.Е. Босин, Ф.Ф. Лаврентьев, В.Н. Никифоренко. Особенности движения границ двойника в монокристаллах бериллия при циклическом знакопеременном нагружении. В материалах 3-й Международной конференции, Харьков, 21–23 января, 1997. Под ред. В.В. Ульянова (1997), с. 193.
19. M.E. Bosin, F.F. Lavrentev, V.N. Nikiforenko. Pair interaction of dislocations and twin boundary motion in bismuth single crystals under alternating cyclic loading. *Functional materials* **6** (1), 60 (1999).
20. В.И. Башмаков, М.Е. Босин, С.П. Шинкаренко. Единичные двойники и хрупкое разрушение металлических кристаллов. *Проблемы прочности* **12**, 44 (1973).

Одержано 14.05.20

E. Bosin, T.G. Drygach, V.M. Russkin

MATHEMATICAL GENERALIZATION OF EXPERIMENTAL RESULTS ON THE DEVELOPMENT OF SINGLE TWIN LAYERS IN METAL MATERIALS

A mathematical model has been proposed for the development of single twin layers in metal crystals under various loading regimes and various conditions. The model parameters depend on the geometric characteristics of the twin layer, the physical characteristics of the crystal, the Burgers vector, and the motion velocity of twin dislocations. Methods for the determination of the phenomenological parameters from experimental data were developed. In some cases, a comparison of the parameter values calculated in the framework of the proposed mathematical model with those obtained from experimental data was made, which demonstrated their satisfactory consistency. The proposed model can be useful for the development of a quantitative theory of twinning.

Keywords: mathematical model, model parameters, twin, twin boundary, dislocation structure, creep mode, active load, pulsating load, alternating load, hardening, Bauschinger effect, forest dislocations, initial conditions.