УДК 539

А.В. КОРОТУН^{1,2}

¹ Національний університет "Запорізька політехніка"

(Вул. Жуковського, 64, Запоріжжя 69063; e-mail: andko@zp.edu.ua)² Інститут металофізики ім. Г.В. Курдюмова НАН України (Бульв. Академіка Вернадського, 36, Київ 03142)

ПОЛЯРИЗОВНІСТЬ МЕТАЛЕВОЇ НАПІВСФЕРИЧНОЇ НАНОЧАСТИНКИ НА ДІЕЛЕКТРИЧНІЙ ПІДКЛАДИНЦІ

За умови нормального падіння світла на діелектричну підкладинку, у квадрупольному наближенні визначено частотну залежність дипольної поляризовності металевої півкулі, розташованої на діелектричній підкладинці. Отримано співвідношення для ефективного часу релаксації, а також для частот невидимості та поверхневого плазмонного резонансу. Досліджено еволюцію плазмонних резонансів при зміні радіусів півкуль. Обговорюються причини появи двох резонансів уявної частини поляризовності та відмінностей величини максимумів уявної частини поляризовності півкуль різних металів. Пояснюється характер і положення резонансів уявної частини поляризовності для острівців алюмінію. Наводяться рекомендації стосовно створення частотної смуги невидимості поблизу металевого наноострівця.

Ключові слова: металева півкуля, поляризовність, поверхневий плазмонний резонанс, частота невидимості, квадрупольне наближення.

1. Вступ

Бурхливий розвиток нанотехнологій в останні десятиліття стимулював виникнення наноплазмоніки [1-9] – області на перетині оптики і матеріалознавства, предметом дослідження якої є оптичні явища у твердотільних наноструктурах. Одним із явищ, що виникають при взаємодії світла з поверхнями або структурами, розміри яких менші за довжину світлової хвилі, є локалізований поверхневий плазмонний резонанс (ППР) [1,2,5,6,8-13]. Це унікальне явище, в свою чергу, призводить до сильної локалізації фотонів на нанорозмірному рівні і дає можливість використовувати такі структури в передових нанофотонних технологіях [4,6,7,14-17].

Окремим випадком металевих наноструктур, що становлять значний практичний інтерес, є металеві острівцеві плівки [18–20]. Такі системи відкривають широкі перспективи для розробки спектрально-селективних поглинаючих покриттів [21], пристроїв для підсиленої флуоресценції та інфрачервоної спектроскопії [22, 23], поляризаторів і спектральних фільтрів [24], методів інвазивного оптичного зондування і терапії раку [7], спектроскопічних діагностичних досліджень, включаючи поверхнево підсилене раманівське розсіювання (SERS) [25, 26]. Крім того, окремі острівці та їх групи можуть використовуватися для представлення інформаційних одиниць, що дозволяє розробляти методи оптичного зберігання даних з надвисокою щільністю запису, надзвичайно тривалим терміном зберігання даних і наднизьким енергоспоживанням [27,28]. Передові методики перенесення металевих наноострівців на гнучку підкладинку, таку як поліметилсилоксан [29, 30], відкривають можливості для створення нового покоління пристроїв у галузях медичної діагностики, безпеки харчових продуктів і моніторингу навколишнього середовища.

Важливою характеристикою, що визначає оптичні властивості наноструктур, є поляризовність здатність електронної хмари змінювати свою форму під впливом зовнішнього поля. Як відомо, частоти локалізованих поверхневих плазмонів відповідають резонансам поляризовності, а частоти невидимості – відповідають нулю поляризовності і, відповідно, відсутності розсіювання. Тому, розраховуючи поляризовність системи, можна знайти

[©] А.В. КОРОТУН, 2022

частоти поверхневого плазмонного резонансу, а також частоти невидимості.

При вивченні впливу форми металевих наночастинок на їх оптичні властивості у низці теоретичних робіт передбачалося, що дисипативні процеси всередині наночастинки характеризуються скалярною високочастотною провідністю. Проте, як було показано в [31-33] за розмірів частинок, менших від довжини вільного пробігу електрона та їх несферичної форми, оптична провідність стає тензорною величиною, а розсіювання електронів на поверхні наночастинки є суттєвим, і тому його необхідно враховувати. Крім того, в роботах [34, 35] було показано, що зі збільшенням розміру частинок збільшується роль ще одного каналу дисипації – радіаційного загасання, для швидкості релаксації якого було отримано аналітичні вирази для сферичних та еліпсоїдальних наночастинок. Вирази цієї теорії було адаптовано для металевих наноциліндрів і нанодисків (див. роботи [36, 37]), а також для шаруватих сферичних наночастинок [38, 39]. Але питання про механізми релаксації у металевих острівцях на діелектричній підкладинці дотепер не досліджувалося.

Відзначимо, що для достатньо великих наночастинок значну роль можуть відігравати вищі мультипольні резонанси, тому доцільним також є дослідження квадрупольного внеску в дипольну поляризовність.

Оскільки в дослідах, як правило, отримують металеві острівці у вигляді півкуль [40], то метою даної роботи є розрахунок поляризовності металевих півкуль, розташованих на діелектричній підкладинці, з урахуванням впливу поверхневого і радіаційного загасання з одночасним врахуванням квадрупольного внеску в дипольну поляризовність, а також отримання й аналіз виразів для частот поверхневих плазмонних резонансів і частот невидимості.

2. Основні співвідношення

2.1. Поляризовність напівсферичної наночастинки

Розглянемо металевий наноострівець у вигляді півкулі з радіусом R (рис. 1) і діелектричною проникністю $\epsilon(\omega)$ (середовище 1). Півкуля розташована на діелектричній підкладинці з діелектричною проникністю ϵ_d (середовище 2), а діелектри-

ISSN 0372-400X. Укр. фіз. журн. 2022. Т. 67, № 12



Рис. 1. Схематичне зображення півкулі на підкладинці

чна проникність оточуючого середовища – $\epsilon_{\rm m}$ (середовище 3). Допоміжна область 4 в підкладинці має діелектричну проникність $\epsilon_{\rm d}$ (середовище 4).

Завдяки анізотропії системи існує два незалежних розв'язки – для випадків зовнішнього поля \mathcal{E} , перпендикулярного і паралельного площині підкладинки (рис. 1). Тому існують дві незалежні діагональні компоненти тензора поляризовності напівсферичної металевої наночастинки: поздовжня α_{\parallel} , що відповідає напрямку зовнішнього поля, перпендикулярного підкладинці і паралельного осі Oz($\mathcal{E} \parallel Oz$), і поперечна α_{\perp} , коли зовнішнє поле паралельне підкладинці і перпендикулярне осі Oz($\mathcal{E} \perp Oz$). Останній випадок відповідає нормальному падінню світла. Оскільки він найчастіше зустрічається в плазмонних експериментах, в цій роботі ми розглянемо ситуацію, коли зовнішнє поле паралельне підкладинці і перпендикулярне осі Oz.

Якщо розмір наночастинки набагато менший за довжину хвилі, для розв'язання задачі можна використовувати квазістатичне наближення. При цьому потенціал, створюваний півкулею у всьому просторі, визначається розв'язками рівняння Лапласа

$$\Delta \varphi = 0 \tag{1}$$

і граничними умовами – умовами неперервності потенціалу і нормальної складової вектора електричної індукції на плоских межах між двома півкулями і напівпросторами (1–2 і 3–4) та на межі між півкулями і напівпросторами (1-3 і 2-4):

$$\begin{split} \varphi_{1}|_{r=R} &= \varphi_{3}|_{r=R};\\ \varphi_{2}|_{r=R} &= \varphi_{4}|_{r=R};\\ \epsilon\left(\omega\right) \left.\frac{\partial\varphi_{1}}{\partial r}\right|_{r=R} &= \epsilon_{m} \left.\frac{\partial\varphi_{3}}{\partial r}\right|_{r=R};\\ \left.\epsilon\left(\omega\right) \left.\frac{\partial\varphi_{2}}{\partial r}\right|_{r=R} &= \frac{\partial\varphi_{4}}{\partial r}\right|_{r=R};\\ \varphi_{1}|_{\theta=\frac{\pi}{2}} &= \varphi_{2}|_{\theta=\frac{\pi}{2}};\\ \varphi_{3}|_{\theta=\frac{\pi}{2}} &= \varphi_{4}|_{\theta=\frac{\pi}{2}};\\ \epsilon\left(\omega\right) \left.\frac{\partial\varphi_{1}}{\partial\theta}\right|_{\theta=\frac{\pi}{2}} &= \epsilon_{d} \left.\frac{\partial\varphi_{2}}{\partial\theta}\right|_{\theta=\frac{\pi}{2}};\\ \epsilon_{m} \left.\frac{\partial\varphi_{3}}{\partial\theta}\right|_{\theta=\frac{\pi}{2}} &= \epsilon_{d} \left.\frac{\partial\varphi_{4}}{\partial\theta}\right|_{\theta=\frac{\pi}{2}}. \end{split}$$
(3)

В загальному випадку розв'язки рівняння (1) для потенціалів всередині і зовні півкулі у дипольному наближенні мають вигляд

$$\begin{cases} \varphi_1 = Ar \sin \theta \cos \phi; \\ \varphi_2 = \left(\frac{B}{r^2} - C\mathcal{E}_0 r\right) \sin \theta \cos \phi; \\ \varphi_3 = \left(\frac{D}{r^2} - \mathcal{E}_0 r\right) \sin \theta \cos \phi; \\ \varphi_4 = \mathcal{E}_0 r \sin \theta \cos \phi, \end{cases}$$
(4)

де ϕ – полярний кут, θ – азимутальний кут, r – радіальна координата, а константи A, B, C і D визначаються граничними умовами.

Підставляючи (4) у (2) і (3), отримуємо

$$AR = \frac{D}{R^2} - \mathcal{E}_0 R;$$

$$ER = \frac{B}{R^2} - C\mathcal{E}_0 R;$$

$$A\epsilon (\omega) = -\left(\frac{2D}{R^3} + \mathcal{E}_0\right) \epsilon_m;$$

$$E = -\frac{2B}{R^3} - C\mathcal{E}_0;$$

звідки

$$\alpha_{\rm dip}^{\perp} = \frac{D}{\mathcal{E}_0 R^3} = \frac{\epsilon^{\perp}(\omega) - \epsilon_m}{\epsilon^{\perp}(\omega) + 2\epsilon_m}.$$
(5)

Тут для металу використовується діелектрична функція Друде

$$\epsilon^{\perp}(\omega) = \epsilon^{\infty} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + (\tau_{\text{eff}}^{\perp})^{-2}} + i \frac{\omega_p^2}{\omega \left(\omega^2 + (\tau_{\text{eff}}^{\perp})^{-2}\right)}, \quad (6)$$

де $\omega_p = \sqrt{e^2 n_e/\epsilon_0 m^*}$ – плазмова частота, *e* і n_e – заряд і концентрація електронів, відповідно ($n_e = 3/4\pi r_s^3, r_s$ – середня відстань між електронами), ϵ_0 – електрична стала, а m^* – ефективна маса електронів; ϵ^{∞} – внесок іонного остова в діелектричну проникність; $(\tau_{\text{eff}}^{\perp})^{-1}$ – поперечна компонента тензора оберненого ефективного часу релаксації, яка визначається через обернені часи об'ємної і поверхневої релаксації та радіаційного загасання:

$$\frac{1}{\tau_{\text{eff}}^{\perp}} = \frac{1}{\tau_{\text{bulk}}} + \frac{1}{\tau_{\text{surf}}^{\perp}} + \frac{1}{\tau_{\text{rad}}^{\perp}}.$$
(7)

Тензорний характер оберненого ефективного часу релаксації та його окремих складових пов'язаний із анізотропією системи, внаслідок якої оптичний відгук наносистеми буде різним для випадків, коли зовнішнє електричне поле \mathcal{E}_0 паралельне або перпендикулярне діелектричній підкладинці.

Співвідношення для поперечних компонент тензорів обернених часів поверхневої релаксації та радіаційного загасання для напівсферичної наночастинки можна записати у вигляді [12]

$$\frac{1}{\tau_{\rm surf}^{\perp}} = \frac{\mathcal{L}_{\perp} \operatorname{Re} \sigma_{\perp}}{\epsilon_0 \left[\epsilon_{\rm m} + \mathcal{L}_{\perp} \left(1 - \epsilon_{\rm m}\right)\right]};\tag{8}$$

$$\frac{1}{\tau_{\rm rad}^{\perp}} = \frac{V}{6\pi\epsilon_0} \left(\frac{\omega_p}{c}\right)^3 \frac{\mathcal{L}_{\perp} \text{Re}\,\sigma_{\perp}}{\sqrt{\epsilon_{\rm m} \left[\epsilon^{\infty} + \left(\frac{1}{\mathcal{L}_{\perp}} - 1\right)\epsilon_{\rm m}\right]}},\qquad(9)$$

де c – швидкість світла; $V = 2\pi R^3/3$ – об'єм наночастинки; \mathcal{L}_{\perp} – фактор деполяризації; σ_{\perp} – поперечна компонента тензора провідності.

Підставляючи співвідношення (8) і (9) у формулу (7), отримуємо

$$\frac{1}{\tau_{\rm eff}^{\perp}} = \frac{1}{\tau_{\rm bulk}} + \left\{ \frac{1}{\epsilon_{\rm m} + \mathcal{L}_{\perp} (1 - \epsilon_{\rm m})} + \frac{V}{6\pi} \left(\frac{\omega_p}{c} \right)^3 \times \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{\rm m} \left[\epsilon^{\infty} + \left(\frac{1}{\mathcal{L}_{\perp}} - 1 \right) \epsilon_{\rm m} \right]}} \right\} \frac{\mathcal{L}_{\perp}}{\epsilon_0} \operatorname{Re} \sigma_{\perp}, \quad (10)$$

де Re σ_{\perp} не відрізняється від відповідної величини для сферичної наночастинки, тобто має вигляд [41]

$$\operatorname{Re} \sigma_{\perp} = \operatorname{Re} \sigma_{\operatorname{sph}} = \frac{3\epsilon_0}{2} \nu_s \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \times \left[1 - \frac{2\nu_s}{\omega} \sin \frac{\omega}{\nu_s} + \frac{2\nu_s^2}{\omega^2} \left(1 - \cos \frac{\omega}{\nu_s}\right)\right], \quad (11)$$

ISSN 0372-400Х. Укр. фіз. журн. 2022. Т. 67, № 12

860

а $\nu_s=v_{\rm F}/2R$ – частота індивідуальних осциляцій, $v_{\rm F}$ – ферміївська швидкість електронів.

Визначимо тепер фактори деполяризації $\mathcal{L}_{\perp(\parallel)}$. Згідно із загальною формулою [42]

$$\mathcal{L}_{\parallel} = \frac{1}{4\pi} \int_{S} \frac{[\mathbf{r}, \mathbf{n}]_{z}}{r^{3}} \, dS, \tag{12}$$

де **n** – вектор нормалі до поверхні півкулі, **r** – радіус-вектор, а інтегрування відбувається за напівсферичною поверхнею.

Обчислюючи інтеграл у сферичній системі координат, отримаємо

$$\mathcal{L}_{\parallel} = \frac{1}{4\pi} \int_{S} \frac{r}{r^{3}} r^{2} \sin \theta d\theta d\varphi =$$
$$= \frac{1}{4\pi} \int_{0}^{2\pi} d\varphi \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d\theta = \frac{1}{2}.$$
(13)

Враховуючи, що для факторів деполяризації справедливе співвідношення $2\mathcal{L}_{\perp} + \mathcal{L}_{\parallel} = 1$, матимемо для напівсферичних острівців $\mathcal{L}_{\perp} = 1/4$.

Підставляючи вирази для \mathcal{L}_{\perp} і $\operatorname{Re} \sigma_{\perp}$ у формулу (10), остаточно отримуємо для оберненого поперечного ефективного часу релаксації

$$\frac{1}{\tau_{\text{eff}}^{\perp}} = \frac{1}{\tau_{\text{bulk}}} + \frac{3}{8} \nu_s \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \times \\
\times \left[\frac{4}{3\epsilon_{\text{m}} + 1} + \frac{V}{6\pi} \left(\frac{\omega_p}{c}\right)^3 \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{\text{m}} \left[3\epsilon_{\text{m}} + \epsilon^{\infty}\right]}}\right] \times \\
\times \left[1 - \frac{2\nu_s}{\omega} \sin\frac{\omega}{\nu_s} + \frac{2\nu_s^2}{\omega^2} \left(1 - \cos\frac{\omega}{\nu_s}\right)\right].$$
(14)

Відмітимо, що вираз (14) задає частотну залежність ефективного часу релаксації електронів у напівсферичному металевому острівці фіксованого розміру.

Таким чином, в дипольному наближенні формули для поляризовності однорідної сферичної наночастинки і напівсферичної наночастинки на підкладинці формально співпадають, хоча $\epsilon_{\text{semisph}}(\omega) \neq \epsilon_{\text{sph}}(\omega)$ через відмінності в значеннях обернених ефективних часів релаксації.

Отримаємо тепер вираз для дипольної поляризовності в квадрупольному наближенні, в якому розв'язки рівняння Лапласа в областях 1, 2, 3 і 4 записуються наступним чином

$$\varphi_1 = \left[A_1 r P_1^1 \left(\cos \theta \right) + A_2 r^2 P_2^1 \left(\cos \theta \right) \right] \cos \phi, \qquad (15)$$

ISSN 0372-400Х. Укр. фіз. журн. 2022. Т. 67, № 12

$$\varphi_2 = \left[\frac{B_1}{r^2}P_1^1(\cos\theta) + \frac{B_2}{r^3}P_2^1(\cos\theta) - \mathcal{E}_0 r P_1^1(\cos\theta)\right]\cos\phi;$$
(16)

$$\varphi_3 = \left[\frac{C_1}{r^2} P_1^1(\cos\theta) + \frac{C_2}{r^3} P_2^1(\cos\theta) - \mathcal{E}_0 r P_1^1(\cos\theta) \right] \cos\phi;$$
(17)

$$\varphi_4 = \left[D_1 r P_1^1 \left(\cos \theta \right) + D_2 r^2 P_2 \left(\cos \theta \right) \right] \cos \phi, \qquad (18)$$

де вирази для поліномів Лежандра мають вигляд [43]

$$P_1^1\left(\cos\theta\right) = \sin\theta;\tag{19}$$

$$P_2^1(\cos\theta) = \frac{3}{2}\sin 2\theta = 3\sin\theta\cos\theta.$$
(20)

Вираз для безрозмірної поперечної складової тензора дипольної поляризовності з урахуванням дипольного і квадрупольного внесків має вигляд (див. Додаток А)

$$\tilde{\alpha}_{q}^{\perp} = \frac{\Lambda}{\Xi},\tag{21}$$

де введено позначення:

$$\Lambda = (\epsilon_{\rm d} + 5\epsilon_{\rm m}) \epsilon^2 (\omega) + + (3\epsilon_{\rm d} + 5\epsilon_{\rm m}) \epsilon_{\rm m} \epsilon (\omega) - 4\epsilon_{\rm d} \epsilon_{\rm m}^2; \qquad (22)$$

$$\Xi = (4\epsilon_{\rm d} + 5\epsilon_{\rm m})\epsilon^2(\omega) + 2(3\epsilon_{\rm d}^2 + 5\epsilon_{\rm m}^2 + 9\epsilon_{\rm d}\epsilon_{\rm m})\epsilon(\omega) + 2\epsilon_{\rm d}\epsilon_{\rm m}(3\epsilon_{\rm d} + 4\epsilon_{\rm m}).$$
(23)

Відзначимо, що співвідношення (5) і (21)–(23) з урахуванням виразів (6) і (14) надалі використовуються для розрахунку частотних залежностей поперечної складової тензора поляризовності в дипольному і квадрупольному наближеннях.

2.2. Частоти невидимості і поверхневого плазмонного резонансу

Припустимо, що уявна частина діелектричної функції набагато менша за дійсну частину, а $\omega \tau_{\rm eff}^{\perp} \gg 1$. При цьому вираз (6) набуває вигляду

$$\epsilon\left(\omega\right) = \epsilon^{\infty} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}.$$
(24)

861

Розкладаючи чисельник і знаменник виразу (21) на множники

$$\tilde{\alpha}_{\perp} = \frac{\left(\epsilon\left(\omega\right) - \tilde{\epsilon}^{(+)}\right)\left(\epsilon\left(\omega\right) - \tilde{\epsilon}^{(-)}\right)}{\left(\epsilon\left(\omega\right) - \epsilon^{(+)}\right)\left(\epsilon\left(\omega\right) - \epsilon^{(-)}\right)},\tag{25}$$

прирівнюючи $\epsilon(\omega) = \epsilon^{(\pm)}$ і підставляючи в співвідношення (24), отримуємо вирази для частот поверхневих плазмонів

$$\omega_{\rm sp}^{(\pm)} = \frac{\omega_{\rm p}}{\sqrt{\epsilon^{\infty} - \epsilon^{(\pm)}}},\tag{26}$$

де

$$\begin{aligned} \epsilon^{(\pm)} &= \frac{-3\epsilon_d^2 - 9\epsilon_d\epsilon_m - 5\epsilon_m^2}{4\epsilon_d + 5\epsilon_m} \pm \\ &\pm \frac{\sqrt{9\epsilon_d^4 + 30\epsilon_d^3\epsilon_m + 49\epsilon_d^2\epsilon_m^2 + 50\epsilon_d\epsilon_m^3 + 25\epsilon_m^4}}{4\epsilon_d + 5\epsilon_m}. \end{aligned}$$
(27)

Припустимо, що $\epsilon^{\infty}=\epsilon_{\rm m}=1,$ тоді

$$\epsilon^{(\pm)} = \frac{1}{4\epsilon_d + 5} \left(-3\epsilon_d^2 - 9\epsilon_d - 5 \pm \sqrt{9\epsilon_d^4 + 30\epsilon_d^3 + 49\epsilon_d^2 + 50\epsilon_d + 25} \right),$$
(28)

а розщеплення частот поверхневого плазмонного резонансу

$$\Delta \omega_{\rm sp} = \omega_{\rm sp}^{(+)} - \omega_{\rm sp}^{(-)} =$$

= $\omega_{\rm p} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \epsilon^{(+)}}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \epsilon^{(-)}}} \right).$ (29)

Умову невидимості отримаємо, прирівнюючи чисельник виразу (25) до нуля

$$\epsilon \left(\omega^{\#} \right) = \tilde{\epsilon}^{(\pm)},\tag{30}$$

Таблиця 1. Параметри металів (див., наприклад, [36, 37] та посилання в них)

Параметр	Al	Cu	Au	Ag	\mathbf{Pt}	Pd
$egin{array}{l} r_s/a_0 \ m^*/m_e \ \epsilon^\infty \ au_{ m bulk}, \ m fs \end{array}$	2,07 1,06 0,7 8	2,11 1,49 12,03 27	$3,01 \\ 0,99 \\ 9,84 \\ 29$	$3,02 \\ 0,96 \\ 3,7 \\ 40$	3,27 0,54 4,42 9,5	4,00 0,37 2,52 7,2

Таблиця 2. Діелектричні проникності матриць [44]

Матриця	Повітря	CaF_2	Тефлон	TiO_2	C_{60}
ϵ_m	1	1,54	2,3	4,0	6,0

$$\omega^{\#(\pm)} = \frac{\omega_{\rm p}}{\sqrt{\epsilon^{\infty} - \tilde{\epsilon}^{(\pm)}}},\tag{31}$$

де

$$\tilde{\epsilon}^{(\pm)} = \frac{-\epsilon_{\rm m} \left(3\epsilon_d + 5\epsilon_{\rm m}\right)}{2\left(\epsilon_d + 5\epsilon_{\rm m}\right)} \pm \\ \pm \left(\frac{\epsilon_{\rm m}\sqrt{5\left(5\epsilon_d^2 + 27\epsilon_d\epsilon_{\rm m} + 5\epsilon_{\rm m}^2\right)}}{2\left(\epsilon_d + 5\epsilon_{\rm m}\right)}\right).$$
(32)

Припустимо, що $\epsilon^{\infty}=\epsilon_{\rm m}=1,$ тоді

$$\tilde{\epsilon}^{(\pm)} = \frac{-3\epsilon_d - 5 \pm \sqrt{5(5\epsilon_d^2 + 27\epsilon_d + 5)}}{2(\epsilon_d + 5)},$$
(33)

а різниця частот невидимості дорівнюватиме

$$\Delta \omega^{\#} = \omega^{\#(+)} - \omega^{\#(-)} =$$

= $\omega_{\rm p} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \tilde{\epsilon}^{(+)}}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \tilde{\epsilon}^{(-)}}} \right).$ (34)

Співвідношення (26), (28), (29), (31), (33) і (34) в подальшому використовуються для розрахунку частот невидимості і поверхневого плазмонного резонансу, а також розщеплення частот невидимості і ППР.

3. Результати розрахунків та їх обговорення

Розрахунки проводилися для випадку наноострівців Al, Cu, Au, Ag, Pt і Pd, розташованих на скляній підкладинці ($\epsilon_d = 2, 25$) у різних середовищах. Параметри металів і матриць наведено в табл. 1 і 2, відповідно.

На рис. 2 зображено частотні залежності дійсної та уявної частин поперечної компоненти тензора поляризовності півкуль Au різного розміру у дипольному наближенні. Зауважимо, що Re $\tilde{\alpha}_{dip}^{\perp}(\hbar\omega)$ є знакозмінною функцією частоти (рис. 2, *a*), тоді як Im $\tilde{\alpha}_{dip}^{\perp}(\hbar\omega) > 0$ в усьому досліджуваному діапазоні частот (рис. 2, *b*). Крім того, зі збільшенням розміру наноострівців збільшуються абсолютні значення мінімумів і максимумів Re $\tilde{\alpha}_{dip}^{\perp}(\hbar\omega)$ та максимумів Im $\tilde{\alpha}_{dip}^{\perp}(\hbar\omega)$. Така поведінка функцій Re $\tilde{\alpha}_{dip}^{\perp}(\hbar\omega)$ та Im $\tilde{\alpha}_{dip}^{\perp}(\hbar\omega)$ аналогічна поведінці функцій Re $\tilde{\alpha}_{dip}(\hbar\omega)$ та Im $\tilde{\alpha}_{dip}(\hbar\omega)$ для металевої кулі.



Рис. 2. Частотні залежності дійсної та уявної частин поперечної компоненти тензора поляризовності півкуль Au різного розміру в дипольному наближенні: 1 - R = 10 нм; 2 - R = 20 нм; 3 - R = 50 нм

Результати розрахунків частотних залежностей дійсної та уявної частин поперечної складової поляризовності у квадрупольному наближенні для наноострівців Аи наведені на рис. 3. Кількість мінімумів і максимумів, а також їх значення для ${\rm Re}\,\tilde{\alpha}_{\rm q}^{\perp}$ та ${\rm Im}\,\tilde{\alpha}_{\rm q}^{\perp}$ істотно залежить від радіуса острівця. Так, зі збільшенням радіуса збільшується і кількість екстремумів та їх абсолютні значення. При радіусі острівця R = 10 нм криві $\operatorname{Re} \tilde{\alpha}_{\mathbf{q}}^{\perp}$ мають один максимум і мінімум (рис. 3, *a*), а Im $\tilde{\alpha}_{\mathbf{q}}^{\perp}$ – один максимум (рис. 3, b). Зі збільшенням радіуса (криві 2 і 3 на рис. 3) на залежностях $\operatorname{Re} \tilde{\alpha}_{q}^{\perp}(\hbar \omega)$ та $\operatorname{Im} \tilde{\alpha}_{q}^{\perp}(\hbar \omega)$ виникають додаткові екстремуми, а перший мінімум $\operatorname{Re} \tilde{\alpha}_{\mathbf{q}}^{\perp}$ відповідає першому максимуму $\operatorname{Im} \tilde{\alpha}_{q}^{\perp}(\hbar \omega)$. Максимуми уявної частини поляризовності відповідають поверхневому плазмонному резонансу, а наявність двох піків зумовлена дипольним та квадрупольним внесками.

Криві частотної залежності дійсної та уявної частин поперечної складової поляризовності наноострівців Pt (рис. 4) якісно подібні до відповідних кривих для наноострівців Au, але абсолютні значення екстремумів у цьому випадку більші, а другий



Рис. 3. Частотні залежності дійсної (*a*) та уявної (*b*) частин поперечної компоненти тензора дипольної поляризовності в квадрупольному наближенні наноострівців Au (навколишнє середовище – повітря) за тих же значень радіусів, що і на рис. 2



Рис. 4. Частотні залежності дійсної (*a*) та уявної (*b*) частин поперечної компоненти тензора дипольної поляризовності наноострівців Рt в квадрупольному наближенні (навколишнє середовище – повітря) за тих же значень радіусів, що і на рис. 2



Рис. 5. Частотні залежності уявної частини поперечної компоненти тензора поляризовності наноострівців різних металів (*a*); наноострівців Au з R = 20 нм у різних середовищах (*b*), а також наноострівців Al за різних значень ефективної маси (*c*), навколишнє середовище – повітря ($\epsilon_{\rm m} = 1$) при радіусі R = 20 нм

максимум уявної частини більш виражений. Це пов'язане з суттєвою різницею у значеннях оптичних параметрів цих матеріалів.

На рис. 5, *а* наведено частотні залежності уявної частини поляризованості для напівсферичних наноострівців різних металів з R = 20 нм. Цікавим є той факт, що другий максимум для наноострівців Au i Cu виражений слабо, на відміну від острівців Ag, Pd i Pt однакового радіуса. Це також пов'язано зі значною різницею частот об'ємних плазмонів і внесків кристалічної ґратки в діелектричну проникність.



Рис. 6. Залежність верхньої і нижньої гілок частот невидимості (*a*) і поверхневого плазмонного резонансу (*b*) півкуль Au від діелектричної проникності матеріалу підкладинки



Puc. 7. Залежність різниці частот поверхневого плазмонного резонансу і невидимості півкуль Au від діелектричної проникності матеріалу підкладинки

864

Частотні залежності уявної частини поперечної компоненти тензора поляризовності для наноострівців Au на скляній підкладинці у різних середовищах зображено на рис. 5, b. Результати розрахунків свідчать про те, що зі збільшенням $\epsilon_{\rm m}$ збільшуються максимальні значення Іт $\tilde{\alpha}_{\rm q}^{\perp}$, а також відстань між першими та другими максимумами та зменшується різниця самих максимальних значень, тобто амплітуда другого максимуму наближається до амплітуди першого максимуму. Це має місце, оскільки квадрупольний внесок у поляризовність стає порівняним із дипольним.

На рис. 5, *с* показано аналогічні криві для острівців Al з R = 20 нм в разі різних ефективних електронних мас. Бачимо, що зі зменшенням ефективної маси відбувається "блакитний" зсув частотних максимумів уявної частини поляризовності, оскільки в цьому випадку зменшується частота об'ємних плазмонів, а, отже, і частота поверхневого плазмонного резонансу. Потрібно також зазначити, що піки гострі й їх уширення невеликі, що свідчить про те, що ефективний час релаксації в острівцях Al більший, ніж в острівцях інших металів.

Залежності частот невидимості та поверхневого плазмонного резонансу від діелектричної проникності підкладинки ϵ_d наведено на рис. 6. З рівнянь (26) і (31) випливає, що напівсферичний острівець має дві частоти невидимості $\omega_{\#}^{(\pm)}$ і дві частоти поверхневого плазмонного резонансу $\omega_{sp}^{(\pm)}$, тобто відбувається розщеплення частот невидимості і поверхневого плазмонного резонансу. Зауважимо, що частота невидимості $\omega_{\#}^{(\pm)}$ слабко збільпується зі збільшенням діелектричної проникності підкладинки, при цьому частота $\omega_{\#}^{(-)}$ слабко зменшується (рис. 6, *a*). На відміну від $\omega_{\#}^{(\pm)}$ частота поверхневого плазмонного резонансу $\omega_{sp}^{(\pm)}$ слабко, а $\omega_{sp}^{(-)}$ сильно зменшуються зі збільшенням ϵ_d (рис. 6, *b*).

Щодо величини розщеплення частот невидимості $\Delta \omega_{\#}$ і поверхневого плазмонного резонансу $\Delta \omega_{sp}$ (рис. 7) зазначимо, що різниця частот невидимості $\Delta \omega_{\#}$ дуже слабко збільшується зі збільшенням діелектричної проникності підкладинки, а величина розщеплення $\Delta \omega_{sp}$, навпаки, значно збільшується. Таким чином, для формування ча-

ISSN 0372-400Х. Укр. фіз. журн. 2022. Т. 67, № 12

стотної "смуги невидимості" необхідно використовувати підкладинки з якомога меншою діелектричною проникністю.

4. Висновки

У квазістатичному квадрупольному наближенні розв'язано електростатичну задачу визначення потенціалу в системі "напівсферична металева наночастинка – діелектрична підкладинка". Отримано співвідношення для частотних залежностей поперечної компоненти тензора поляризовності з урахуванням дипольного і квадрупольного внесків та вирази для частот невидимості і поверхневого плазмонного резонансу.

Показано, що зі збільшенням радіуса наночастинки плазмонні резонанси стають більш вираженими, а другий резонанс з'являється при $R \approx 20$ нм. Наявність двох резонансів пояснюється збудженням дипольної та квадрупольної мод поверхневого плазмонного резонансу.

Через різницю частот об'ємних плазмонів і внесків кристалічної ґратки другий максимум уявної частини поляризовності для острівців Ag, Pd i Pt більш виражений, ніж в острівцях Au i Cu.

Піки частотних залежностей уявної частини поляризованості для острівців Al є гострими, а їх уширення невелике внаслідок великого часу релаксації і малого значення ϵ^{∞} , що, в свою чергу, призводить до значного розщеплення поверхневого плазмонного резонансу.

Встановлено, що для утворення "смуги невидимості" частини простору в безпосередній близькості від металевого наноострівця бажано використовувати підкладинки з матеріалів із максимально низькими значеннями діелектричної проникності.

додаток а.

Отримання частотної залежності поляризовності з урахуванням дипольного і квадрупольного внесків

З граничних умов при $\theta = \frac{\pi}{2}$ (співвідношення (3)) випливає

$$\begin{cases}
A_1 = D_1; \\
B_1 = C_1; \\
\epsilon(\omega) A_2 = \epsilon_d D_2; \\
\epsilon_d B_2 = \epsilon_m C_2.
\end{cases}$$
(A.1)

Щоб скористатися граничними умовами на сферичній поверхні (r = R), домножимо кожен доданок у виразах (15)– (18) на sin θP_2^1 (cos θ) та проінтегруємо за θ у верхній напівплощині від 0 до $\frac{\pi}{2}$, а в нижній від $\frac{\pi}{2}$ до π :

$$\begin{split} &\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta P_{1}^{1} (\cos \theta) P_{2}^{1} (\cos \theta) d\theta = 3 \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{3} \theta \cos \theta d\theta = \\ &= 3 \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{3} \theta d (\sin \theta) = \frac{3}{4}; \\ &\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta \left[P_{2}^{1} (\cos \theta) \right]^{2} d\theta = 9 \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^{3} \theta \cos^{2} \theta d\theta = \\ &= -9 \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos^{2} \theta) \cos^{2} \theta d (\cos \theta) = \frac{6}{5}; \\ &\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin \theta P_{1}^{1} (\cos \theta) P_{2}^{1} (\cos \theta) d\theta = 3 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin^{3} \theta \cos \theta d\theta \\ &= 3 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin^{3} \theta d (\sin \theta) = -\frac{3}{4}; \\ &\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin \theta \left[P_{2}^{1} (\cos \theta) \right]^{2} d\theta = 9 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin^{3} \theta \cos^{2} \theta d\theta \\ &= -9 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (1 - \cos \theta) \cos^{2} \theta d (\cos \theta) = \frac{6}{5}. \\ &\text{OT IXE,} \\ &\varphi_{1} = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \varphi_{1} (r, \theta, \phi) \sin \theta P_{2}^{1} (\cos \theta) d\theta = \\ &= \left[\frac{3}{4} A_{1}r + \frac{6}{5} A_{2}r^{2} \right] \cos \phi; \\ &\varphi_{2} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \varphi_{2} (r, \theta, \phi) \sin \theta P_{2}^{1} (\cos \theta) d\theta = \\ &= \left[-\frac{3}{4} \frac{B_{1}}{r^{2}} + \frac{6}{5} \frac{B_{2}}{r^{3}} + \frac{3}{4} \mathcal{E}_{0}r \right] \cos \phi; \\ &\varphi_{3} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \varphi_{3} (r, \theta, \phi) \sin \theta P_{2}^{1} (\cos \theta) d\theta = \\ &= \left[\frac{3}{4} \frac{C_{1}}{r^{2}} + \frac{6}{5} \frac{C_{2}}{r^{3}} + \frac{3}{4} \mathcal{E}_{0}r \right] \cos \phi; \\ &\varphi_{4} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \varphi_{4} (r, \theta, \phi) \sin \theta P_{2}^{1} (\cos \theta) d\theta = \\ &= \left[-\frac{3}{4} D_{1}r + \frac{6}{5} D_{2}r^{2} \right] \cos \phi. \\ &\mathbf{866} \end{aligned}$$

Підставляючи ці вирази в граничні умови на поверхні кулі (співвідношення (2)), отримуємо ще чотири рівняння

$$\begin{cases} \frac{3}{4}A_1R + \frac{6}{5}A_2R^2 = \frac{3}{4}\frac{C_1}{R^2} + \frac{6}{5}\frac{C_2}{R^3} - \frac{3}{4}\mathcal{E}_0R, \\ -\frac{3}{4}\frac{B}{R^2} + \frac{6}{5}\frac{B_2}{R^3} + \frac{3}{4}\mathcal{E}_0R = -\frac{3}{4}D_1R + \frac{6}{5}D_2R^2, \\ -\frac{3}{4}D_1 + \frac{12}{5}D_2R = \frac{3}{2}\frac{B_1}{R^3} - \frac{18}{5}\frac{B_2}{R^4} + \frac{3}{4}\mathcal{E}_0, \\ \epsilon\left(\omega\right)\left[\frac{3}{4}A_1 + \frac{12}{5}A_2R\right] = \epsilon_m\left[-\frac{3}{2}\frac{C_1}{R^3} - \frac{18}{5}\frac{C_2}{R^4} - \frac{3}{4}\mathcal{E}_0\right]. \end{cases}$$
(A.2)

Підставляючи співвідношення (А.1) в систему (А.2), ми матимемо систему з чотирьох рівнянь з чотирма невідомими

Оскільки безрозмірна поляризованість

$$\tilde{\alpha} = \frac{C_1}{2R^3\mathcal{E}_0},\tag{A.4}$$

то підставляючи в (А.4) значення C_1 з системи (А.3), отримуємо співвідношення (21)–(23).

- U. Kreibig, M. Vollmer. Optical Properties of Metal Clusters (Springer, 1995) [ISBN: 978-0471524175].
- S.A. Maier. Plasmonics: Fundamentals and Applications(Springer, 2007) [ISBN: 978-0-387-37825-1].
- M.L. Brongersma, V.M. Shalaev. Applied physics. The case for plasmonics. *Science* 328, 440 (2010).
- J.A. Schuller, E.S. Barnard, W. Cai, Y.Ch. Jun, J.S. White, M.L. Brongersma. Plasmonics for extreme light concentration and manipulation. *Nat. Mater.* 9, 193 (2010).
- V.V. Klimov. Nanoplasmonics (CRC Press, 2014) [ISBN: 978-9814267168].
- М.Л. Дмитрук, С.З. Малинич. Поверхневі плазмонні резонанси та їх прояв у оптичних властивостях наноструктур благородних металів. УФЖ. Огляди 9, 3 (2014).
- D.J. De Aberasturi, A.B. Serrano-Montes, L.M. Liz-Marzán. Modern applications of plasmonic nanoparticles: from energy to health Adv. Opt. Mater. 3, 602 (2015).
- Handbook of Surface Plasmon Resonance. By R.B.M. Schasfoort (RSC Publishing, 2017) [ISBN: 978-1-78262-730-2].
- А.О. Коваль, А.В. Коротун, Ю.А. Куницький, В.А. Татаренко, І.М. Тітов. Електродинаміка плазмонних ефектів у наноматеріалах (Наукова думка, 2021) [ISBN: 978-966-00-1761-0].

- C.F. Bohren, D.R. Huffman. Absorption and Scattering of Light by Small Particles (Wiley, 1998) [ISBN: 9783527618156].
- K.L. Kelly, E. Coronado, L.L. Zhao, G.C. Schatz. The optical properties of metal nanoparticles: The influence of size, shape, and dielectric environment. J. Phys. Chem. B 107, 668 (2003).
- N.I. Grigorchuk, P.M. Tomchuk. Cross-sections of electric and magnetic light absorption by spherical metallic nanoparticles. The exact kinetic solution. Ukr. J. Phys. 51, 921 (2006).
- N.I. Grigorchuk. Plasmon resonant light scattering on spheroidal metallic nanoparticle embedded in a dielectric matrix. *Europhys. Lett.* 97, 45001 (2012).
- V.A.G. Rivera, F.A. Ferri, E. Marega. Localized surface plasmon resonances: Noble metal nanoparticle interaction with rare-earth ions. *Plasm. Princ. App.* **11**, 283 (2012).
- K.M. Mayer, J.H. Hafner. Localized Surface Plasmon Resonance Sensors. *Chem. Rev.* 111, 3828 (2011).
- D. Dini, M.J.F. Calvete, M. Hanack. Nonlinear optical materials for the smart filtering of optical radiation. *Chem. Rev.* 116, 13043 (2016).
- А.В. Коротун, А.О. Коваль, А.А. Крючин, В.М. Рубіш, В.В. Петров, І.М. Тітов. Нанофотонні технології. Сучасний стан і перспективи (ФОП Сабов А.М., 2019). [ISBN:978-966-02-9059-4].
- D. Pineda-Vázquez, A.J. Polanco-Mendoza, G. Morales-Luna, A. Rodríguez-Gómez, A. Reyes-Coronado, G. Pirruccio, A. García-Valenzuela, R.G. Barrera. Internal reflectance from a disordered monolayer of small gold nanoparticles on a glass substrate: Theory vs. experiment. *Mater. Today: Proc.* 13, 404 (2019).
- T. Chung, Y. Lee, M.-S. Ahn, W. Lee, S.-In Bae, C. Hwang, K.-H. Jeong. Nanoislands as plasmonic materials. *Nanoscale* 11, 8651 (2019).
- П.М. Томчук, В.М. Старков. Електрон-ґратковий енергообмін і гарячі електрони в острівкових металевих плівках. УФЖ 65, 973 (2020).
- M. Held, O. Stenzel, S. Wilbrandt, N. Kaiser, A. Tunnermann. Manufacture and characterization of optical coatings with incorporated copper island films. *Appl. Optics.* 51, 4436 (2012).
- K. Aslan, S.N. Malyn, C.D. Geddes. Angular-dependent metal-enhanced fluorescence from silver island films. *Chem. Phys. Lett.* 453, 222 (2008).
- T.R. Jensen, R.P. Van Duyne, S.A. Johnson, V.A. Maroni. Surface-enhanced infrared spectroscopy: A comparison of metal island films with discrete and nondiscrete surface plasmons. *Appl. Spectrosc.* 54, 371 (2000).
- P. Heger, O. Stenzel, N. Kaiser. Metal island films for optics. *Proc. SPIE.* 5250, 21 (2004).
- 25. M. Subr, M. Petr, O. Kylian, J. Kratochvil, J. Prochazka. Large-scale Ag nanoislands stabilized by a magnetronsputtered polytetrafluoroethylene film as substrates for highly sensitive and reproducible surface-enhanced Raman scattering (SERS). J. Mater. Chem. C 3, 11478 (2015).

- M.A. Badshah, N.Y. Koh, A.W. Zia, N. Abbas, Z. Zahra, M.W. Saleem. Recent developments in plasmonic nanostructures for metal enhanced fluorescence-based biosensing. *Nanomater.* 10, 1749 (2020).
- G. Min, Z. Qiming, L. Simone. Nanomaterials for optical data storage. *Nat. Rev. Mater.* 1, 16070 (2016).
- V.V. Petrov, A.A. Kryuchyn, V.M. Rubish, M.L. Trunov. Recording of micro/nanosized elements on thin films of glassy chalcogenide semiconductors by optical radiation. In: *Chalcogenides – Preparation and Applications* (2022).
- S. Malynych, G. Chumanov. Light-induced coherent interactions between silver nanoparticles in two-dimensional arrays. J. Americ. Chem. Soc. 125, 2896 (2003).
- 30. M. Kang, J.J. Kim, Y.J. Oh, S.G. Park, K.H. Jeong. A deformable nanoplasmonic membrane reveals universal correlations between plasmon resonance and surface enhanced raman scattering. *Adv. Mater.* 26, 4510 (2014).
- П.М. Томчук, Б.П. Томчук. Оптическое поглощение малых металлических частиц. ЖЭТФ 112 (2), 661 (1997).
- 32. R.D. Fedorovich, A.G. Naumovets, P.M. Tomchuk. Electron and light emission from island metal films and generation of hot electrons in nanoparticles. *Phys. Rep.* **328** (2–3), 73 (2000).
- P.M. Tomchuk, N.I. Grigorchuk. Shape and size effects on the energy absorption by small metallic particles. *Phys. Rev. B* 73, 155423 (2006)
- N.I. Grigorchuk. Radiative damping of surface plasmon resonance in spheroidal metallic nanoparticle embedded in a dielectric medium. J. Opt. Soc. Am. B 29, 3404 (2012).
- N.I. Grigorchuk. Broadening of surface plasmon resonance line in spheroidal metallic nanoparticles. J. Phys. Stud. 20, 1701 (2016).
- A.V. Korotun, N.I. Pavlyshche. Cross sections for absorption and scattering of electromagnetic radiation by ensembles of metal nanoparticles of different shapes. *Phys. Met. Metallogr.* 122, 941 (2021).
- А.В. Коротун, Я.В. Карандась, В.І. Рева, І.М. Тітов. Поляризовність двошарового метал-оксидного нанодроту. УФЖ 66, 906 (2021).
- A.V. Korotun, A.A. Koval', V.I. Reva, I.N. Titov. Optical absorption of a composite based on bimetallic nanoparticles. classical approach. *Phys. of Met. Metallogr.* **120** 1040 (2019).
- A.V. Korotun, A.A. Koval'. Optical properties of spherical metal nanoparticles coated with an oxide layer. *Opt. Spectrosc.* **127** 1161 (2019).
- V. Zhurikhina, P. Brunkov, V. Melehin, T. Kaplas, Y. Svirko, V. Rutckaia, A. Lipovskii. Self-assembled silver nanoislands formed on glass surface via out-diffusion for multiple usages in SERS applications. *Nanoscale Res. Lett.* 7, 676 (2012).
- N.I. Grigorchuk, P.M. Tomchuk. Optical and transport properties of spheroidal metal nanoparticles with account for the surface effect. *Phys. Rev. B.* 84 (8), 085448 (2011).
- A.D. Yaghjian. Electric Dyadic Green's Functions in the Source Region. Proceedings of the IEEE 68, 248 (1980).

А.В. Коротун

A.V. Korotun

- 43. A.F. Nikiforov, V.B. Uvarov. Special Functions of Mathematical Physics: A Unified Introduction with Applications Softcover reprint of the original 1st ed. 1988 Edition (Birkhauser, 2013) [ISBN: 978-1475715972].
- 44. A. Pinchuk, G. von Plessen, U. Kreibig. Influence of interband electronic transitions on the optical absorption in metallic nanoparticles. J. Phys. D: Appl. Phys. 37, 3133 (2004).
 Одержано 04.08.22

Одер

POLARIZABILITY OF A HEMISPHERICAL METAL NANOPARTICLE LOCATED ON A DIELECTRIC SUBSTRATE

The frequency dependence of the dipole polarizability has been determined in the quadrupole approximation for a metal hemisphere located on a dielectric substrate in the case where light is normally incident on the substrate. Formulas for the effective relaxation time and for the invisibility and surface plasmon resonance frequencies are obtained. The evolution of plasmon resonances with a change in the hemisphere radius is studied. The origin of two resonances in the imaginary part of the polarizability and the difference of the maxima in the imaginary part of the polarizability of the hemispheres made of different metals are discussed. The character and position of the resonances in the imaginary part of the polarizability of aluminum islands are explained. Recommendations regarding the creation of an invisibility frequency band near the metal nanoisland are given.

K e y w o r d s: metal hemisphere, polarizability, surface plasmon resonance, invisibility frequency, quadrupole approximation.