

М.М. ЧЕПІЛКО, С.О. ПОНОМАРЕНКО

Навчально-науковий інститут аерокосмічних технологій
Національний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”
(Просп. Перемоги, 37, Київ 03056)

УЗАГАЛЬНЕНА МОДЕЛЬ ДРУДЕ–ЛОРЕНЦА ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ У МЕТАЛОПЛАЗМОНІЦІ

УДК 537.6/.8

Узагальнено модель Друде–Лоренца на випадок плазмонів у немагнітних провідниках, що знаходяться у статичних магнітних \mathbf{H}_0 та електричних \mathbf{E}_0 полях із врахуванням ефектів просторової дисперсії. Показано, що магнітостатичне поле \mathbf{H}_0 та просторова дисперсія формують два додаткові типи низькочастотних об'ємних плазмонів, а дисперсія всіх типів об'ємних плазмонів суттєво залежить від взаємної орієнтації напрямку їх розповсюдження \mathbf{e}_k та вектора магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 . Що стосується поверхневих плазмонів, то тут просторова дисперсія приводить до двокомпонентної структури (в метали) їх електричного поля \mathbf{E} , а зовнішнє електростатичне поле \mathbf{E}_0 – до наведеної просторової дисперсії, залежної від величини постійної Холла R_p . У той самий час, орієнтація магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 суттєво впливає на загальну дисперсію поверхневих плазмонів.

Ключові слова: об'ємні плазмони, поверхневі плазмони, просторова дисперсія, магнітостатичне поле.

1. Вступ

Розвиток нано- та стелс-технологій, дизайн метаматеріалів підтримує актуальність досліджень фізичних властивостей плазмонів у металах та напівпровідниках (див. [1–12] та цитовану там літературу). Враховуючи природу плазмонів, як макроскопічних коливань густини вільних електричних зарядів, зазвичай для їх теоретичного опису використовують методи електродинаміки суцільних середовищ з матеріальними параметрами Друде–Лоренца [1, 2, 14–18].

Застосування моделі Друде–Лоренца у теорії плазмонів має довгу історію [1, 2, 14–18] і, незважаючи на її простоту, ця модель є досить ефективною і донині використовується у плазмоніці суцільних середовищ [1–12].

У цій роботі ми покажемо, що можливості моделі Друде–Лоренца обмежені коли виникає потреба

врахувати зовнішні впливи на фізичні властивості плазмонів та ефекти просторової дисперсії (хвильові властивості плазмонів), що є важливим для прикладних застосувань плазмонних явищ. Природньо використати для управління характеристиками плазмонів квазістатичні магнітні \mathbf{H}_0 та електричні \mathbf{E}_0 поля.

Метою даної роботи є узагальнення моделі Друде–Лоренца на випадок плазмонів у немагнітних кристалах, що знаходяться у статичних магнітних \mathbf{H}_0 і електричних \mathbf{E}_0 полях, з врахуванням просторової дисперсії та дослідження на цій основі орієнтаційних ефектів, які зумовлені зміною напрямку розповсюдження плазмонів відносно напрямку магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 .

Відзначимо, що поведінка плазмонів у магнітостатичних полях розглядалася, зокрема, у роботах [4–10] для спеціальних фіксованих геометрій. Що стосується систематичного дослідження орієнтаційних ефектів у динаміці плазмонів, які зу-

мовлені магнітостатичним полем та просторовою дисперсією, то ці питання у науковій літературі не обговорювалися.

Показано, що магнітостатичне поле \mathbf{H}_0 та просторова дисперсія формують два додаткові типи низькочастотних об'ємних плазмонів, а циклічна частота всіх трьох типів об'ємних плазмонів залежить від напрямку їх розповсюдження відносно напрямку магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 .

Що стосується поверхневих плазмонів, то тут просторова дисперсія призводить до двокомпонентної структури (у метали) їх електричного поля \mathbf{E} , а зовнішнє електростатичне поле \mathbf{E}_0 – до наведеної просторової дисперсії залежної від величини постійної Холла R_p . У той же час, орієнтація магнітного поля \mathbf{H}_0 суттєво впливає на загальну дисперсію поверхневих плазмонів.

Ілюстративні розрахунки у даній роботі виконані на прикладі антимоніду індію (напівпровідник InSb n -типу з вузькою забороненою зоною порядку 0,18 eВ), який завдяки своїм унікальним фізичним властивостям [13] має широке застосування у електроніці та приладобудуванні. Метою цих розрахунків було формування цілісної картини орієнтаційної динаміки плазмонів, яка у фур'є-просторі описується дисперсійним рівнянням плазмонів.

При розрахунках використовувалися такі параметри антимоніду індію, як концентрація електронів $n_e \simeq 2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, їх ефективна маса $m^* \simeq 0,014 \cdot m_e$ (m_e – маса вільного електрона), рухомість електронів $u_e \simeq 7,8 \cdot 10^5 \text{ см}^2(\text{В} \cdot \text{с})^{-1}$, що були визначені [13] при температурах порядку $T = 300 \text{ К}$. Що стосується дірок в антимоніді індію, то тут їх ефективна маса на два порядки [13] більша за ефективну масу електронів і тому вони мало впливають на загальні кінетичні властивості [15, 16] носіїв електричного заряду (це дозволяє використати антимонід індію у даній роботі як модельний об'єкт). За цих параметрів плазмова циклічна частота [1, 2, 13] в антимоніді індію $\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m^*}} \simeq 6,74 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ буде на три порядки нижчою, ніж у більшості металів. Параметр затухання плазмонів в антимоніді індію по порядку величини буде рівним [16, 17] $\gamma = \frac{v_F}{2l_e}$, $v_F = \sqrt{\frac{2E_F}{m^*}} \simeq 9,73 \cdot 10^6 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$, де E_F – енергія Фермі, а l_e – довжина вільного пробігу електронів. Внаслідок рекордного значення рухомості е-

ктронів u_e [13] параметр l_e на 2–3 порядки перевищує постійну ґратки в InSb, що у свою чергу призводить до нерівності $\gamma \simeq 4,8 \cdot (10^9 - 10^{10}) \text{ с}^{-1} \ll \omega_p$.

Постійна Дебая, згідно з літературними даними [13], в антимоніді індію становить величину порядку $r_D \simeq (10^{-4} - 10^{-5}) \text{ см}$.

Циклотронну частоту ω_H при розрахунках віберемо на порядок нижчою, ніж плазмова циклічна частота ω_p в антимоніді індію, що буде відповідати терагерцовому діапазону ($\omega = 9,42 \cdot (10^{11} - 10^{12}) \text{ с}^{-1}$) електромагнітних хвиль у реальних магнітних полях ($H_0 \simeq 10^3 - 10^5$ ерстед).

2. Узагальнення моделі Друде–Лоренца на випадок металу в однорідному магнітостатичному полі з врахуванням ефектів просторової дисперсії

Запишемо диференціальний закон збереження електричного заряду

$$\nabla \mathbf{j} + \frac{\partial \delta \rho}{\partial t} = 0, \quad \mathbf{j} = en_0 \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t}, \quad \rho = e(n_0 + \delta n_e), \quad (1)$$

де e – заряд електрона, n_0 – середня концентрація електронів у металевому зразку, $\mathbf{q} = \mathbf{q}(\mathbf{r}, t)$ – локальне зміщення електрона із стану рівноваги, $\delta n_e = \delta n_e(\mathbf{r}, t)$ – варіація концентрації електронів під дією тих чи інших збурень.

З (1) знаходимо, що

$$\delta n_e = -n_0(\nabla \mathbf{q}). \quad (2)$$

З курсу загальної фізики відомий зв'язок тиску ідеального газу та концентрації матеріальних точок у ролі яких, у даному випадку, виступають електрони

$$\begin{aligned} \delta p_e &= \frac{2}{3} \left\langle \frac{m^* \mathbf{v}_e^2}{2} \right\rangle \delta n_e, \\ \delta \mathbf{f}_e &= -\nabla \delta p_e = \frac{2}{3} n_0 \left\langle \frac{m^* \mathbf{v}_e^2}{2} \right\rangle \nabla^2 \mathbf{q}, \end{aligned} \quad (3)$$

де $\delta \mathbf{f}_e$ – внутрішня густина сили, яка зумовлена хвилями електронної густини.

Формули (3) будуть справедливими у випадку невиродженого електронного газу. Але, оскільки у реальних металах електронний газ вироджений, то згідно з [15, 16] необхідна наступна редукція варі-

ації тиску δp_e та похідних від неї величин:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}n_0 \left\langle \frac{m^* \mathbf{v}_e^2}{2} \right\rangle &\rightarrow m^* u_p^2, \quad \delta \mathbf{f}_e = m^* u_p^2 \nabla^2 \mathbf{q}, \\ u_p &= \omega_p r_D, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m^*}, \end{aligned} \quad (4)$$

де ω_p – плазмова циклічна частота, r_D – дебаєвський радіус екранування електронів у металі.

Враховуючи вираз для $\delta \mathbf{f}_e$ (див. (4)) динамічне рівняння для питомої поляризації металу $\mathbf{P} = \epsilon n_0 \mathbf{q}$ у магнітостатичному полі \mathbf{H}_0 можна записати у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} + 2\gamma \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + (\omega_0^2 - u_p^2 \nabla^2) \mathbf{P} - \\ - \left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \times \boldsymbol{\omega}_H \right) = \frac{\omega_p^2}{4\pi} \mathbf{E}, \quad \boldsymbol{\omega}_H = \frac{e \mathbf{H}_0}{m^* c}, \end{aligned} \quad (5)$$

де електричне поле плазмонів \mathbf{E} визначається рівняннями Максвелла (див. далі), γ – параметр дисипації плазмонів, $\boldsymbol{\omega}_H$ – вектор циклотронної частоти, $(\omega_0^2 - u_p^2 \nabla^2)$ – вираз, що описує хвильовий характер розповсюдження плазмонів (просторову дисперсію плазмонів). У більшості реальних металів $\omega_0^2 \rightarrow 0$.

Хвильове рівняння (5) потрібно доповнити граничною умовою, в ролі якої природньо виступає рівність нулю нормальної компоненти вектора густини плазмонного електричного струму \mathbf{j} на поверхні металу:

$$(\mathbf{n} \cdot \mathbf{j}) \Big|_{r \in S} = 0, \quad \mathbf{j} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}, \quad (6)$$

де S – поверхня металу.

Електричне поле плазмонів \mathbf{E} та поляризацію металу \mathbf{P} апроксимуємо плоскими монохроматичними хвилями:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t) + \text{к.с.}, \\ \mathbf{P} &= \mathbf{P}_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t) + \text{к.с.} \end{aligned} \quad (7)$$

Після підстановки виразів (7) до динамічного рівняння (5), отримаємо алгебраїчне рівняння, яке зв'язує між собою амплітуди хвиль електричного поля та поляризації металу:

$$\begin{aligned} -(\omega^2 - \omega_k^2 + 2i\gamma\omega) \mathbf{P}_0 + i\omega (\mathbf{P}_0 \times \boldsymbol{\omega}_H) &= \frac{\omega_p^2}{4\pi} \mathbf{E}_0, \\ \omega_k^2 &= \omega_0^2 + u_p^2 \mathbf{k}^2, \end{aligned} \quad (8)$$

яке у матричній формі запису набуває вигляду

$$D_{\alpha\beta} P_0^\beta = \frac{\omega_p^2}{4\pi} E_{0\alpha}, \quad (9)$$

де матриця $|D_{\alpha\beta}|$ має таку структуру:

$$\begin{aligned} D_{\alpha\beta} &= D_{\alpha\beta}^{(s)} + iD_{\alpha\beta}^{(a)}, \\ D_{\alpha\beta}^{(s)} &= -D_0 \delta_{\alpha\beta}, \quad D_{\alpha\beta}^{(a)} = \omega e_{\alpha\beta\gamma} \omega_H^\gamma, \\ D_0 &= (\omega^2 - \omega_k^2 + 2i\gamma\omega). \end{aligned} \quad (10)$$

Тут і далі $\delta_{\alpha\beta}$, $e_{\alpha\beta\gamma}$ – символи Кронекера та Леві–Чівіті у плоскому тривимірному просторі.

Загальний розв'язок матричного рівняння (9) має такий вигляд:

$$\mathbf{P}_0 = \frac{\omega_p^2}{4\pi} \hat{D}^{-1} \mathbf{E}_0, \quad (11)$$

де

$$\begin{aligned} \hat{D}^{-1}_{\alpha\beta} &= -\frac{D_0}{D_0^2 - \omega^2 \omega_H^2} \delta_{\alpha\beta} + \\ &+ \frac{\omega^2 \omega_{H\alpha} \omega_{H\beta}}{D_0(D_0^2 - \omega^2 \omega_H^2)} - i \frac{\omega e_{\alpha\beta\gamma} \omega_H^\gamma}{D_0^2 - \omega^2 \omega_H^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Враховуючи (12) у (11), отримуємо вираз для амплітуди вектора питомої поляризації металу

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_0 &= -\frac{\omega_p^2}{4\pi} \left(\frac{D_0 \mathbf{E}_0}{D_0^2 - \omega^2 \omega_H^2} - \right. \\ &\left. - \frac{\omega^2 \omega_H (\boldsymbol{\omega}_H \cdot \mathbf{E}_0)}{D_0(D_0^2 - \omega^2 \omega_H^2)} - i \frac{\omega (\boldsymbol{\omega}_H \times \mathbf{E}_0)}{D_0^2 - \omega^2 \omega_H^2} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Із (13) видно, що магнітне поле \mathbf{H}_0 викликає додаткову поляризацію металу, причому третій доданок у (13) вказує на наведений магнітним полем \mathbf{H}_0 гіроскопічний ефект [18].

Тензор діелектричної проникливості металу $|\epsilon_{\alpha\beta}|$ визначається звичайним чином через матрицю $|D^{-1}|$

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} + \chi_{\alpha\beta}, \quad \chi_{\alpha\beta} = \omega_p^2 D^{-1}_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k}). \quad (14)$$

Залежність тензора $|\epsilon_{\alpha\beta}|$ від хвильового вектора \mathbf{k} означає врахування ефектів просторової дисперсії плазмонів.

У відсутності магнітного поля, коли $\boldsymbol{\omega}_H \rightarrow 0$, та нехтовно малій просторовій дисперсії вираз (12)

зводиться до діелектричної проникливості металу у стандартній моделі Друде–Лоренца [1, 2]:

$$\omega_H \rightarrow 0, \quad \epsilon_{\alpha\beta} \rightarrow \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + 2i\gamma)}\right) \delta_{\alpha\beta}. \quad (15)$$

Тензорний зв'язок (13) між поляризацією металу і електричним полем плазмонів вносить якісні особливості (див. далі) в їх магнітодинаміку. Зокрема в оптиці металів з тензором діелектричної проникливості (14) слід чекати явищ [18] двопробеневого заломлення та оптичної активності.

3. Граничні умови на межі поділу метал–діелектрик у зовнішньому статичному електромагнітному полі

Далі ми будемо розглядати поверхневі плазмони на межі поділу діелектрик–метал. При цьому, практично важливим прикладним питанням є вивчення механізмів впливу зовнішніх факторів на значення частоти поверхневих плазмонів. Зокрема, статичних електричних \mathbf{E}_0 та магнітних \mathbf{H}_0 полів.

Під дією електростатичного поля \mathbf{E}_0 на поверхні металу з'являються [17] поверхневі електричні заряди

$$\rho_s = \sigma \delta(\mathbf{n} \mathbf{r}) \Big|_{\mathbf{r} \in S}, \quad \sigma = \frac{1}{4\pi} (\mathbf{E}_0 \mathbf{n}) \Big|_{\mathbf{r} \in S}, \quad (16)$$

де \mathbf{n} – вектор зовнішньої нормалі до поверхні металу S .

В цій роботі ми розглядаємо випадок перпендикулярного до поверхні металу електростатичного поля \mathbf{E}_0 . У протилежному випадку у металі буде виникати електричний струм, який, в свою чергу, у магнітостатичному полі \mathbf{H}_0 приведе до появи на поверхні металу електричних зарядів, пов'язаних з ефектом Холла. Їх роль у теорії поверхневих плазмонів ми розглянемо у наступній роботі.

На динаміку об'ємних плазмонів виникнення поверхневих зарядів особливого впливу не має, але разом з тим вони призводять до редукції граничних умов [17] на поверхні металу для вектора індукції електричного поля \mathbf{D} та напруженості магнітного поля \mathbf{H} , що є суттєвим у теорії поверхневих плазмон-поляритонів.

Редукцію граничних умов, пов'язану з наведеними поверхневими зарядами (16), можна описати

за допомогою такої редукції вектора індукції електричного поля \mathbf{D} плазмон-поляритонів:

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &\rightarrow \mathbf{D} + 4\pi \mathbf{P}_s \delta(\mathbf{n} \mathbf{r}) \Big|_{\mathbf{r} \in S}, \\ \mathbf{P}_s &= \frac{1}{4\pi} (\mathbf{E}_0 \mathbf{n}) \mathbf{q}(\mathbf{r}, t) \Big|_{\mathbf{r} \in S}, \end{aligned} \quad (17)$$

де \mathbf{P}_s – вектор локальної (поверхневої) поляризації, який визначається густиною поверхневих зарядів (16). Його динамічне рівняння на поверхні металу можна отримати шляхом редукції рівняння для об'ємної поляризації металу у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{P}_s}{\partial t^2} + 2\gamma_s \frac{\partial \mathbf{P}_s}{\partial t} + (\omega_s^2 - u_s^2 \nabla_s^2) \mathbf{P}_s - \\ - \left(\frac{\partial \mathbf{P}_s}{\partial t} \times \boldsymbol{\omega}_H \right) = \frac{\omega_p^2}{4\pi} (\sigma R_p) \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (18)$$

де $R_p = \frac{1}{\epsilon_{no}}$ – постійна Холла. Індекс s у (18) вказує на те, що всі величини у (18) перенормовуються до їх значень у приповерхневій області металу. При цьому, оператор $\nabla_s^2 = (\nabla \hat{n} \nabla)$ діє лише у площині, дотичній до поверхні металу. Тут і далі $n_{\alpha\beta} = \mathbf{n}^2 \delta_{\alpha\beta} - n_\alpha n_\beta$ – тензор проєкціювання векторів на поверхню металу.

Що стосується розв'язків рівняння (18), то їх можна отримати шляхом перепозначень у формулах (13), (14). За цим алгоритмом знайдемо локальну поляризацію \mathbf{P}_s та густину електричного струму \mathbf{j}_s на поверхні металу у такому вигляді:

$$\mathbf{P}_s = \frac{1}{4\pi} \hat{\chi}^{(s)} \mathbf{E}, \quad \mathbf{j}_s = \frac{\omega}{4\pi i} \mathbf{P}_s, \quad (19)$$

де $\hat{\chi}^{(s)} = \frac{R_p}{4\pi} (\mathbf{n} \mathbf{E}_0) \hat{\chi}(\omega, \mathbf{k}_s)$ – поверхнева поляризуємість металу, у виразі для якої $\gamma \rightarrow \gamma_s$, а хвильовий вектор \mathbf{k}_s у (20) є дотичним до поверхні металу.

Наведені зовнішнім електричним полем поверхневі поляризація \mathbf{P}_s та електричний струм \mathbf{j}_s змінюють граничні умови [17] для нормальних компонент електричної індукції \mathbf{D} та тангенціальних компонент напруженості магнітного поля \mathbf{H} плазмонів. Щоб отримати потрібні граничні умови необхідно звичайним чином [17] опрацювати такі рівняння Максвелла:

$$\begin{cases} (\nabla (\mathbf{D} + 4\pi \mathbf{P}_s \delta(\mathbf{n} \mathbf{r}))) = 0 \rightarrow \\ \rightarrow (\nabla \mathbf{D}) + 4\pi (\nabla \hat{n} \mathbf{P}_s) \delta(\mathbf{n} \mathbf{r}) = 0; \\ (\nabla \times \mathbf{H}) = \frac{4\pi}{c} \frac{\partial \mathbf{P}_s}{\partial t} \delta(\mathbf{n} \mathbf{r}). \end{cases} \quad (20)$$

В результаті отримуємо відповідні постановці задачі граничні умови

$$\begin{cases} ((\mathbf{D}^{(1)} - \mathbf{D}^{(2)}) \mathbf{n}) = -4\pi(\nabla \hat{n} \mathbf{P}_s); \\ ((\mathbf{H}^{(1)} - \mathbf{H}^{(2)}) \times \mathbf{n}) = \frac{4\pi}{c} \left(\hat{n} \frac{\partial \mathbf{P}_s}{\partial t} \right). \end{cases} \quad (21)$$

Індекси (1) та (2) у (21) відмічають відповідно діелектрик та метал.

Залежність граничних умов (21) від наведених зовнішнім електричним полем \mathbf{E}_0 поверхневих зарядів (16) суттєво впливає на дисперсію поверхневих плазмонів та плазмон-поляритонів (див. далі).

У випадку діелектрика вплив електростатичного поля \mathbf{E}_0 на його тензор діелектричної проникливості зазвичай описується [17] таким виразом:

$$\varepsilon_{\alpha\beta} \simeq \varepsilon^{(1)}_{\alpha\beta} + \chi^{(2)}_{\alpha\beta\nu} E_0^\nu + \chi^{(2)}_{\alpha\beta\nu\mu} E_0^\nu E_0^\mu + \dots, \quad (22)$$

де першому доданку справа відповідає звичайний тензор діелектричної проникливості діелектрика, другий – відповідає ефекту Поккельса, а третій – ефекту Керра. При цьому треба мати на увазі те, що ефекти Поккельса та Керра, як правило, призводять до анізотропії діелектрика.

Таким чином, магнітостатичне поле, виникнення наведених зарядів на поверхні металу і ефекти Поккельса та Керра, у тій чи іншій комбінації, відкривають перспективу зовнішнього керування частотою поверхневих плазмонів.

4. Об'ємні плазмони

Електромагнітне поле плазмон-поляритонів, яке апроксимується плоскими монохроматичними хвилями

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t) + \text{к.с.}, \\ \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t) + \text{к.с.}, \end{cases} \quad (23)$$

при врахуванні ефектів анізотропії та просторової дисперсії задовольняє рівняння Максвелла

$$\begin{cases} (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) = \frac{\omega}{c} \mathbf{B}, & (\mathbf{k} \mathbf{B}) = 0; \\ (\mathbf{k} \times \mathbf{H}) = -\frac{\omega}{c} \mathbf{D}, & (\mathbf{k} \mathbf{D}) = 0, \end{cases} \quad (24)$$

матеріальним співвідношенням

$$\begin{cases} \mathbf{B} = \hat{\mu}(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{H}; \\ \mathbf{D} = \hat{\varepsilon}(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{E} \end{cases} \quad (25)$$

та відповідному їм дисперсійному рівнянню, яке має такий вигляд

$$\begin{aligned} & (\mathbf{k} \hat{\eta} \mathbf{k}) \mathbf{k}^2 - q_0^2 (\text{Tr}(\hat{\eta})) (\mathbf{k} \hat{\eta} \mathbf{k}) - \\ & - (\mathbf{k} \hat{\eta} \hat{\eta} \mathbf{k}) + q_0^4 \det(\hat{\eta}) = 0, \end{aligned} \quad (26)$$

де $\hat{\eta} = \hat{\mu} \hat{\varepsilon}$, $q_0 = \frac{\omega}{c}$.

В немагнітних середовищах, які ми будемо далі розглядати, $\hat{\mu}(\omega, \mathbf{k}) = 1$.

Електричне поле об'ємних плазмонів задовольняє спрощені рівняння Максвелла

$$\begin{cases} (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) = 0, & (\mathbf{k} \mathbf{B}) = 0; \\ (\mathbf{k} \times \mathbf{H}) = 0, & (\mathbf{k} \mathbf{D}) = 0, \end{cases} \quad (27)$$

які можна отримати з (24), якщо не враховувати там ефекти запізнення ($c \rightarrow \infty$). Ці рівняння мають такий розв'язок

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \mathbf{k} A_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t) + \text{к.с.}, \\ (\mathbf{k} \hat{\varepsilon}(\omega, \mathbf{k}) \mathbf{k}) = 0, \end{cases} \quad (28)$$

де A_0 постійна інтегрування.

Що стосується плазмон-поляритонів, то їх ми розглянемо у наступній роботі.

В загальному випадку, враховуючи структуру діелектричної проникливості (див. (12)), дисперсійне рівняння об'ємних плазмонів у (28) при $\gamma = 0$ можна переписати у вигляді кубічного рівняння відносно величини ω^2

$$\begin{aligned} & (\omega^2 - \omega_k^2)^3 - \omega_p^2 (\omega^2 - \omega_k^2)^2 - \\ & - \omega^2 (\omega_H^2 (\omega^2 - \omega_k^2) - \omega_p^2 (\omega_H \mathbf{e}_k)^2) = 0, \end{aligned} \quad (29)$$

яке має три дійсні розв'язки. Тут і далі $\mathbf{e}_k = \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|}$.

В безрозмірних змінних

$$w = \frac{\omega}{\omega_p}, \quad w_k = \frac{\omega_k}{\omega_p} = r_D |\mathbf{k}|, \quad \mathbf{w}_H = \frac{\omega_H}{\omega_p} \quad (30)$$

рівняння (29) можна переписати у більш зручному для аналізу вигляді

$$\begin{aligned} & (w^2 - w_k^2)^3 - (w^2 - w_k^2)^2 - \\ & - w^2 (\mathbf{w}_H^2 (w^2 - w_k^2) - (\mathbf{w}_H \mathbf{e}_k)^2) = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Спочатку розглянемо ряд спрощень дисперсійного рівняння (31).

**4.1. Магнітне поле відсутнє
 $\mathbf{w}_H = 0$, а просторова дисперсія
 є суттєвою $w_k \neq 0$**

В цьому випадку рівняння (31) набуває вигляду

$$(w^2 - w_k^2 - 1)(w^2 - w_k^2)^2 = 0. \quad (32)$$

В результаті отримуємо два розв'язки рівняння (32), яким відповідають високочастотні (діапазон оптичних частот) ω_1 та низькочастотні (діапазон

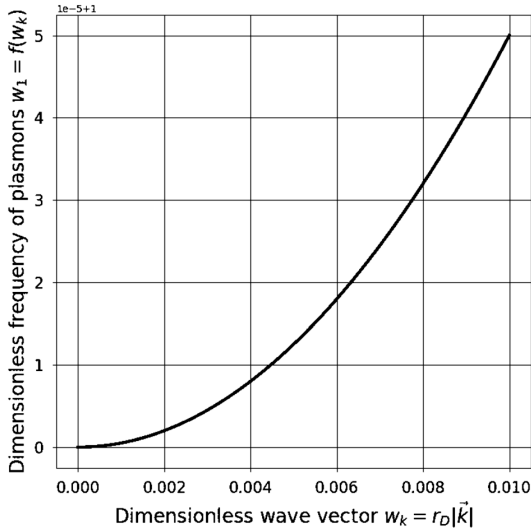


Рис. 1. Просторова дисперсія високочастотних об'ємних плазмонів

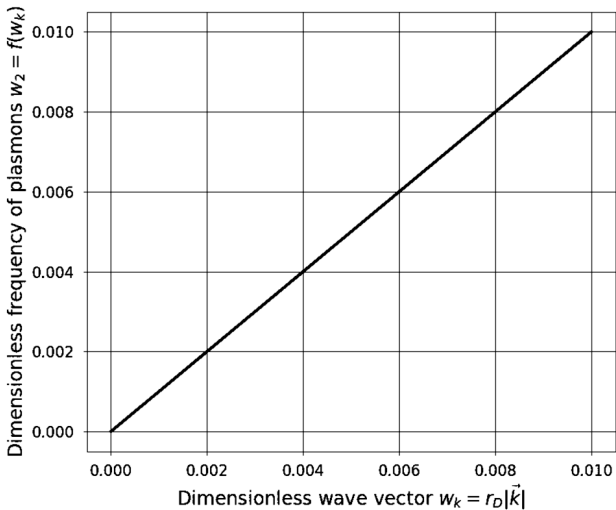


Рис. 2. Просторова дисперсія низькочастотних об'ємних плазмонів

ЗВЧ) ω_2 об'ємні плазмони (див. рис. 1 та 2):

$$\begin{cases} w_1^2 = 1 + w_k^2; \\ w_2^2 = w_k^2, \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega_1^2 = \omega_p^2 + \omega_k^2; \\ \omega_2^2 = \omega_k^2. \end{cases} \quad (33)$$

Звернемо увагу на те, що опис плазмонів з частотою ω_1 при $\mathbf{k} = 0$ зводиться до таких, що розглядаються у стандартній моделі Друде–Лоренца [1, 2], а існування низькочастотних плазмонів з частотою ω_2 пов'язане виключно з просторовою дисперсією, яка, у свою чергу, визначається дебаєвським радіусом r_D екранування електронів у металі.

**4.2. Просторова дисперсія
 нехтовно мала $w_k \ll 1$, а магнітне
 поле є суттєвим $\mathbf{w}_H \neq 0$**

В цьому випадку рівняння (31) набуває вигляду

$$w^4 - (1 + \mathbf{w}_H^2)w^2 + (\mathbf{w}_H \mathbf{e}_k)^2 = 0. \quad (34)$$

В результаті отримуємо розв'язки рівняння (34)

$$\begin{cases} w_1^2 = \frac{1}{2}(1 + \mathbf{w}_H^2) + \\ + \frac{1}{2}\sqrt{(1 + \mathbf{w}_H^2)^2 - 4(\mathbf{w}_H \mathbf{e}_k)^2}; \\ w_2^2 = \frac{1}{2}(1 + \mathbf{w}_H^2) - \\ - \frac{1}{2}\sqrt{(1 + \mathbf{w}_H^2)^2 - 4(\mathbf{w}_H \mathbf{e}_k)^2}, \end{cases} \quad (35)$$

або у фізичних змінних

$$\begin{cases} \omega_1^2 = \frac{1}{2}(\omega_p^2 + \omega_H^2) + \\ + \frac{1}{2}\sqrt{(\omega_p^2 + \omega_H^2)^2 - 4\omega_p^2(\omega_H \mathbf{e}_k)^2}; \\ \omega_2^2 = \frac{1}{2}(\omega_p^2 + \omega_H^2) - \\ - \frac{1}{2}\sqrt{(\omega_p^2 + \omega_H^2)^2 - 4\omega_p^2(\omega_H \mathbf{e}_k)^2}. \end{cases} \quad (36)$$

Із (36) видно, що частоти високочастотних ω_1 та низькочастотних ω_2 об'ємних плазмонів суттєво залежать від взаємної орієнтації їх напрямку розповсюдження \mathbf{e}_k та магнітного поля \mathbf{H}_0 (див. рис. 3 та 4). У двох граничних випадках будемо мати

$$\begin{cases} \omega_1^2 = \omega_p^2; \\ \omega_2^2 = \omega_H^2, \end{cases} \text{ при } (\omega_H \mathbf{e}_k) = 0, \quad (37)$$

$$\begin{cases} \omega_1^2 = \omega_p^2 + \omega_H^2; \\ \omega_2^2 = 0, \end{cases} \text{ при } (\omega_H \mathbf{e}_k) = \pm|\omega_H|. \quad (38)$$

Таким чином, ми встановили, що варіація частот обох плазмонів за рахунок зміни взаємної орієнтації напрямку їх розповсюдження \mathbf{e}_k та магнітного поля \mathbf{H}_0 відбувається у проміжку $(0, |\omega_H|)$.

Звернемо увагу також та те, що опис плазмонів з частотою ω_1 при $\mathbf{H}_0 = 0$ зводиться до таких, що розглядаються у стандартній моделі Друде–Лоренца [1, 2] (діапазон оптичних частот), а існування низькочастотних плазмонів (діапазон ЗВЧ) з частотою ω_2 пов'язане виключно із особливістю взаємодії електронів з магнітним полем \mathbf{H}_0 .

У даному випадку зв'язок між індукцією \mathbf{D} і електричним полем \mathbf{E} плазмонів носить суттєво тензорний характер. Тому виникнення низькочастотних плазмонів дозволяє нам провести аналогію з двохпроменевим заломленням в оптиці анізотропних кристалів.

4.3. Загальний випадок об'ємних плазмонів

У загальному випадку дисперсійне рівняння об'ємних плазмонів (31) зводиться до поліному 3-го ступеня і тим самим має три розв'язки (див. Fig. 5–7). Цілком зрозуміло, що їм відповідають плазмони, відомі із стандартної моделі Друде–Лоренца [1, 2] (високочастотні плазмони) і додаткові плазмони, наведені зовнішнім магнітостатичним полем \mathbf{H}_0 (низькочастотні плазмони) та просторовою дисперсією (акустичні плазмони).

Із рис. 5 та рис. 6 видно, що просторова дисперсія слабо впливає на динаміку високо- та низькочастотних плазмонів. У той самий час, вплив магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 на динаміку акустичних плазмонів є суттєвим при взаємно ортогональній орієнтації векторів \mathbf{k} і \mathbf{H}_0 (див. рис. 7)), коли дія Лоренца на них досягає максимуму.

Очевидно, що низькочастотні плазмони призводять до додаткових зон прозорості металу для електромагнітних хвиль, що може мати прикладне значення для плазмоніки.

5. Поверхневі плазмони на межі поділу анізотропних середовищ метал–діелектрик

Межа поділу метал–діелектрик у декартовій системі координат $\{0, X, Y, Z\}$ визначається умовою $\mathbf{r} \in (r_x, r_y, 0)$. ϵ, ϵ' – діелектричні проникливості ді-

електрика та немагнітного металу ($\hat{\mu} = 1$), які займають напіпростори $z > 0$ та $z < 0$ відповідно.

В такій геометрії наближені електричні поля поверхневих плазмонів без врахування ефектів запізнення ($c \rightarrow \infty$) будуть колінеарними своїм хвильовим векторам $\mathbf{P}_0 = (\mathbf{k}, i\alpha)$ у випадку діелектри-

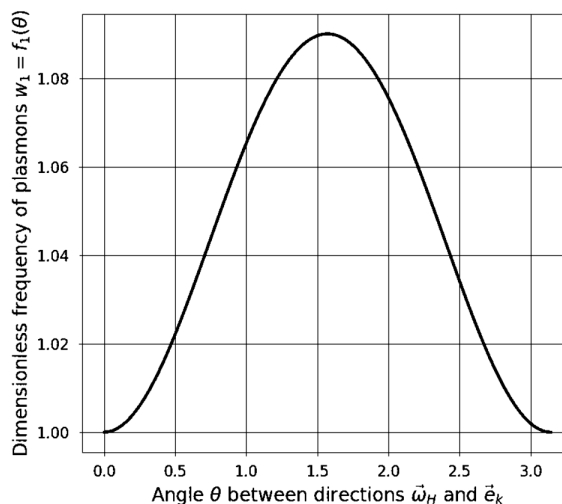


Рис. 3. Вплив напрямку розповсюдження \mathbf{e}_k високо-частотних об'ємних плазмонів відносно напрямку вектора магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 ($0 \leq \theta \leq \pi$) на їх циклічну частоту ω

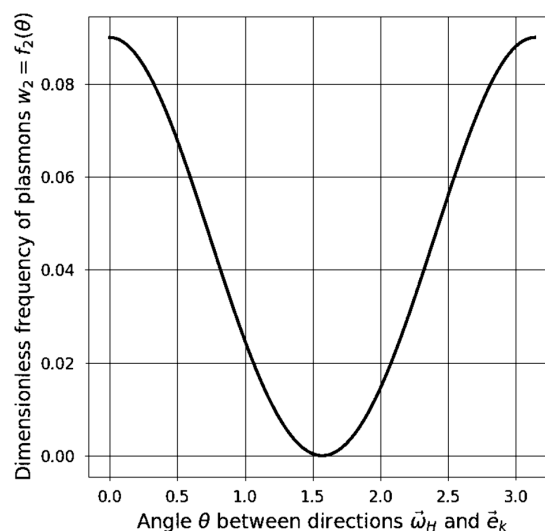


Рис. 4. Вплив напрямку розповсюдження \mathbf{e}_k низькочастотних об'ємних плазмонів відносно напрямку вектора магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 ($0 \leq \theta \leq \pi$) на їх циклічну частоту ω

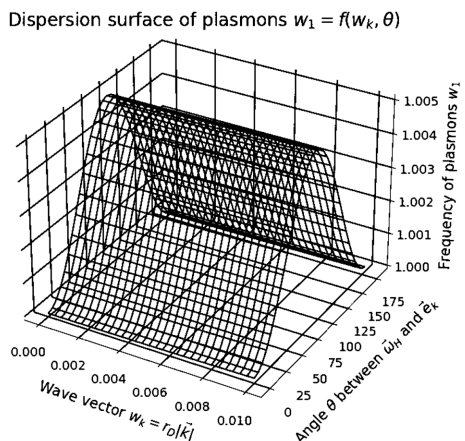


Рис. 5. Вплив магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 на дисперсію високочастотних об'ємних плазмонів

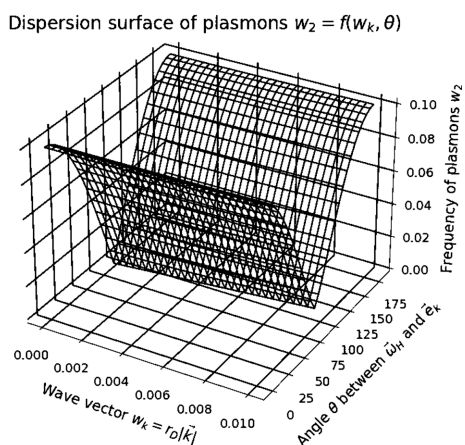


Рис. 6. Вплив магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 на дисперсію низькочастотних об'ємних плазмонів

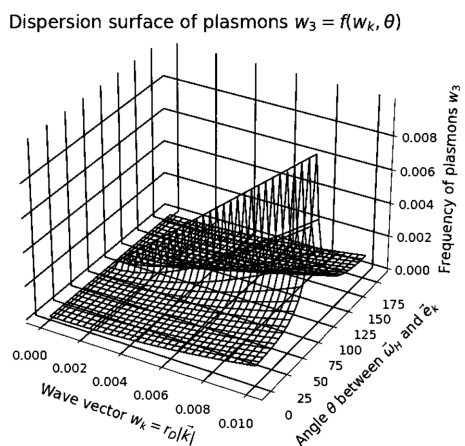


Рис. 7. Вплив магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 на дисперсію акустичних об'ємних плазмонів

ка та $\mathbf{P}_1 = (\mathbf{k}, -i\beta)$ у випадку металу, тобто

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \mathbf{P}_0 A \exp(i(\mathbf{P}_0 \mathbf{r} - \omega t)) & \text{при } z > 0; \\ \mathbf{P}_1 B \exp(i(\mathbf{P}_1 \mathbf{r} - \omega t)) & \text{при } z < 0, \end{cases} \quad (39)$$

де $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$.

Величини α та β описують темп спадання електричного поля при віддаленні від межі поділу двох середовищ і визначаються дисперсійними рівняннями

$$(\mathbf{P}_0 \hat{\epsilon}(\omega, \mathbf{P}_0) \mathbf{P}_0) = 0, \quad (\mathbf{P}_1 \hat{\epsilon}(\omega, \mathbf{P}_1) \mathbf{P}_1) = 0 \quad (40)$$

аналогічними (28).

Далі ми вважатимемо контактуючий з металом діелектрик ізотропним лінійним кристалом з діелектричною проникливістю $\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon \delta_{\alpha\beta}$ і розглянемо ряд спеціальних випадків.

5.1. Просторова дисперсія у теорії поверхневих плазмонів при відсутності статичного електромагнітного поля

Проаналізуємо роль просторової дисперсії у теорії поверхневих плазмонів при відсутності статичного електромагнітного поля ($\mathbf{H}_0 = 0, \mathbf{E}_0 = 0$). За цих умов рівняння (40) будуть мати такі розв'язки:

$$\alpha = |\mathbf{k}|, \quad \beta_1 = |\mathbf{k}|, \quad \beta_2 = |\mathbf{k}| \sqrt{1 - \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega_k^2}}. \quad (41)$$

Наявність двох значень для параметра β ускладнює структуру електричного поля поверхневих плазмонів, оскільки у металі їх електричне поле стає двокомпонентним

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \mathbf{P}_0 A \exp(i(\mathbf{P}_0 \mathbf{r} - \omega t)) & \text{при } z > 0; \\ \mathbf{P}_1 B_1 \exp(i(\mathbf{P}_1 \mathbf{r} - \omega t)) + \\ + \mathbf{P}_2 B_2 \exp(i(\mathbf{P}_2 \mathbf{r} - \omega t)) & \text{при } z < 0. \end{cases} \quad (42)$$

В цьому випадку електростатичних граничних умов буде недостатньо. В ролі додаткової граничної умови використаємо граничну умову для вектора густини електричного струму (5). Далі враховуючи, що при $\mathbf{P}_1^2 = 0$ $\epsilon(\omega, \mathbf{P}_1) = \epsilon_1(\omega)$ та те, що $\epsilon(\omega, \mathbf{P}_2) = 0$, отримуємо замкнуту систему граничних умов у такому вигляді:

$$\begin{cases} A - B_1 - B_2 = 0; \\ \alpha \epsilon A + \beta_1 \epsilon_1 B_1 = 0; \\ \beta_1 (\epsilon_1 - 1) B_1 - \beta_2 B_2 = 0. \end{cases} \quad (43)$$

Із умови нетривіальності розв'язку системи лінійних рівнянь (43) знайдемо дисперсійне рівняння поверхневих плазмонів з врахуванням ефектів просторової дисперсії

$$(\alpha\varepsilon + \beta_1\varepsilon_1)\beta_2 + \alpha\varepsilon(\varepsilon_1 - 1)\beta_1 = 0, \quad (44)$$

яке у безрозмірних змінних (31) можна конкретизувати таким чином:

$$((\varepsilon + 1)w^2 - 1)\sqrt{1 + w_k^2 - w^2} - \varepsilon w_k = 0. \quad (45)$$

Це рівняння із трьох розв'язків має два таких, що мають фізичний зміст:

$$\begin{cases} \omega_1^2 = \frac{1}{\varepsilon + 1} + \frac{w_k^2}{2} + w_k \sqrt{\left(\frac{w_k}{2}\right)^2 + \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1}}; \\ \omega_3^2 = 1. \end{cases} \quad (46)$$

У фізичних змінних їх можна записати таким чином:

$$\begin{cases} \omega_1^2 = \frac{\omega_p^2}{\varepsilon + 1} + \frac{\omega_k^2}{2} + \omega_k \sqrt{\left(\frac{\omega_k}{2}\right)^2 + \frac{\varepsilon\omega_p^2}{\varepsilon + 1}}; \\ \omega_3^2 = \omega_p^2. \end{cases} \quad (47)$$

Частота $\omega_1 = \omega_1(\mathbf{k})$ відповідає звичайним поверхневим плазмонам, але з врахуванням просторової дисперсії (див. рис. 8). Що стосується частоти $\omega_3 = \omega_p$, то вона відповідає екзотичним поверхневим плазмонам (з частотою об'ємних плазмонів ω_p), які зумовлені двокомпонентною структурою їх електричного поля у металі.

5.2. Дисперсійне рівняння поверхневих плазмонів при нехтовно малій просторовій дисперсії і суттєвих статичних електромагнітних полях

Вважатимемо просторову дисперсію контактуючих середовищ нехтовно малою. У цьому випадку дисперсійні рівняння у (40) будуть мати такі розв'язки:

$$\alpha = |\mathbf{k}|, \quad \beta = -i|\mathbf{k}| \frac{(\mathbf{e}_k \hat{\eta} \mathbf{n})}{(\mathbf{n} \hat{\eta} \mathbf{n})} + |\mathbf{k}| \sqrt{\frac{(\mathbf{e}_k \hat{\eta} \mathbf{e}_k)}{(\mathbf{n} \hat{\eta} \mathbf{n})} - \left(\frac{(\mathbf{e}_k \hat{\eta} \mathbf{n})}{(\mathbf{n} \hat{\eta} \mathbf{n})}\right)^2}, \quad (48)$$

де $\eta_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(\epsilon_{\alpha\beta} + \epsilon_{\beta\alpha})$ – симетрична частина тензора діелектричної проникливості металу $\hat{\epsilon}$, $\mathbf{n} =$

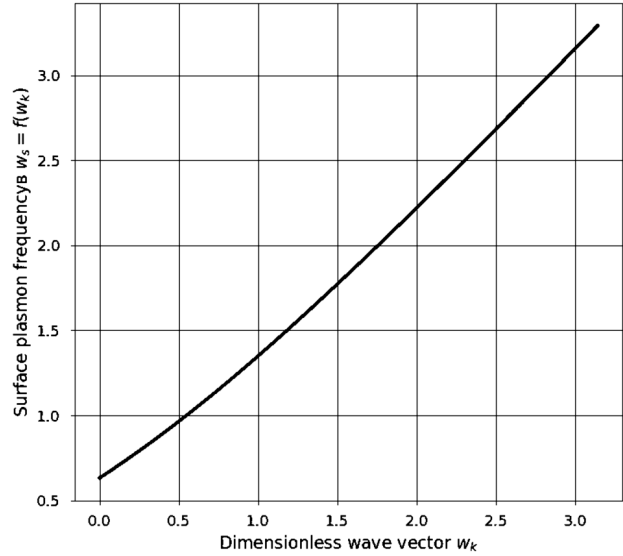


Рис. 8. Просторова дисперсія поверхневих плазмонів з двокомпонентним (у металі) електричним полем

$= (0, 0, 1)$ – вектор нормалі до межі поділу двох середовищ $\mathbf{r} \in (r_x, r_y, 0)$, а одиничний вектор $\mathbf{e}_k = \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} = (e_x, e_y, 0)$ визначає напрям руху поверхневих плазмонів. Цілком зрозуміло, що вираз для параметра β матиме фізичний зміст лише за умови, що підкорінний вираз у (48) буде позитивним. Що стосується магнітного поля поверхневих плазмонів \mathbf{H} , то тут воно буде нехтовно малим ($\mathbf{H} \rightarrow 0$).

Згідно з (21) для електричного поля поверхневих плазмонів (39) повинні виконуватися граничні умови

$$\begin{cases} E_{x,y}(x, y, z = +0) = E_{x,y}(x, y, z = -0); \\ D_z(x, y, z = +0) - D_z(x, y, z = -0) = \\ = -4\pi i(\mathbf{k} \hat{\chi}^{(s)} \mathbf{E}(x, y, z = -0)), \end{cases} \quad (49)$$

де $\hat{\chi}_s$ – поверхнева поляризуємість металу (див. (20)) за рахунок зовнішнього електростатичного поля \mathbf{E}_0 .

З першого рівняння у (49) знайдемо, що у (40) $A = B$, а з другого – отримаємо дисперсійне рівняння для поверхневих плазмонів

$$\begin{aligned} & \varepsilon + i(\mathbf{n} \hat{\xi} \mathbf{e}_k) + \text{sign}(\mathbf{n} \hat{\eta} \mathbf{n}) \times \\ & \times \sqrt{(\mathbf{e}_k \hat{\eta} \mathbf{e}_k)(\mathbf{n} \hat{\eta} \mathbf{n}) - (\mathbf{e}_k \hat{\eta} \mathbf{n})(\mathbf{n} \hat{\eta} \mathbf{e}_k)} = \\ & = -4\pi((\mathbf{e}_k \hat{\chi}^{(s)} \mathbf{e}_k)|\mathbf{k}| - i\beta(\mathbf{e}_k \hat{\chi}^{(s)} \mathbf{n})), \\ & (\mathbf{n} \hat{\eta} \mathbf{n}) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega^2 - (\mathbf{n} \omega_H)^2}{\omega^2 - \omega_H^2} \right), \end{aligned}$$

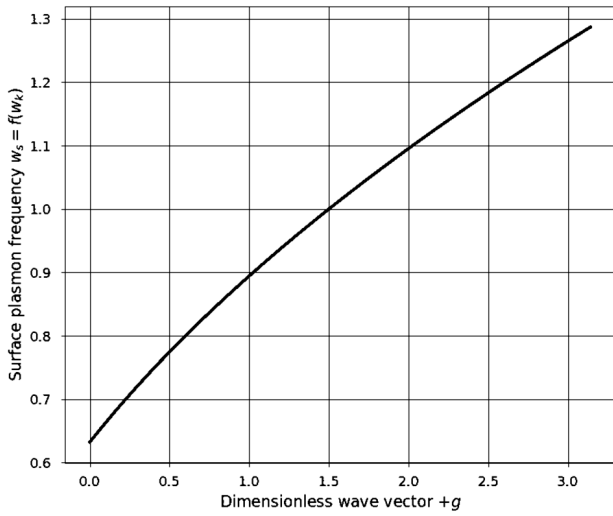


Рис. 9. Наведена електростатичним полем \mathbf{E}_0 просторова дисперсія поверхневих плазмон при $g > 0$

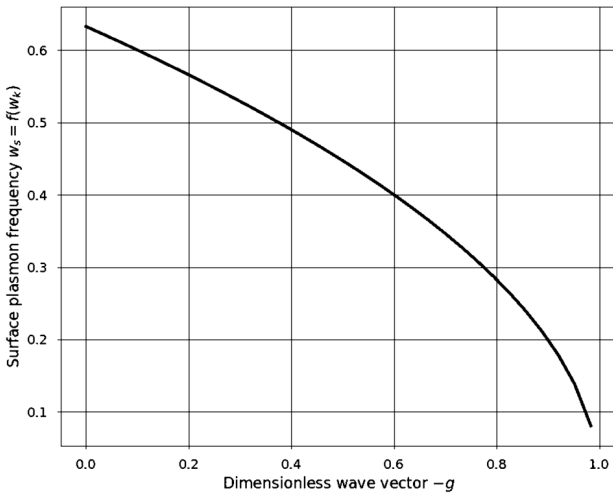


Рис. 10. Наведена електростатичним полем \mathbf{E}_0 просторова дисперсія поверхневих плазмон при $g < 0$

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{e}_k \hat{\eta} \mathbf{e}_k) &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega^2 - (\mathbf{e}_k \boldsymbol{\omega}_H)^2}{\omega^2 - \omega_H^2} \right), \\
 (\mathbf{n} \hat{\eta} \mathbf{e}_k) &= (\mathbf{e}_k \hat{\eta} \mathbf{n}) = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(\frac{(\mathbf{n} \boldsymbol{\omega}_H)(\mathbf{e}_k \boldsymbol{\omega}_H)}{\omega^2 - \omega_H^2} \right), \\
 (\mathbf{n} \hat{\xi} \mathbf{e}_k) &= -i \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega(\mathbf{n} \mathbf{e}_k \boldsymbol{\omega}_H)}{\omega^2 - \omega_H^2} \right), \tag{50}
 \end{aligned}$$

де $\xi_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(\epsilon_{\alpha\beta} - \epsilon_{\beta\alpha})$ – антисиметрична частина тензора діелектричної проникливості металу $\hat{\epsilon}$.

Очевидно, що дисперсійне рівняння у (50) може мати дійсні розв’язки відносно циклічної частоти ω у тому випадку, коли у одного з контактуючих середовищ компоненти тензора діелектричної проникливості будуть негативними. У випадку поверхневих плазмонів повинна виконуватися умова $\text{Re}(\epsilon_{\alpha\beta}) < 0$.

Суттєвим для прикладних застосувань поверхневих плазмонів є те, що на значення їх циклічної частоти ω мають вплив напруженості магнітостатичного \mathbf{H}_0 (14) та електростатичного \mathbf{E}_0 полів (див. (16) та (22)). При цьому, за рахунок поверхневих електричних зарядів, наведених електростатичним полем \mathbf{E}_0 , виникає залежність частоти поверхневих плазмонів від величини їх хвильового вектора \mathbf{k} (див. (50)).

В загальному випадку права частина дисперсійного рівняння у (50) є комплексною, що призводить до затухання поверхневих плазмонів. Це явище можна пояснити перевищенням радіуса кривизни траєкторії руху електронів характеристичної глибини локалізації поверхневих плазмонів у металі $\Delta Z_1 = \text{Re}(\frac{1}{\beta})$ за рахунок специфіки їх динаміки у статичних електромагнітних полях \mathbf{E}_0 та \mathbf{H}_0 . З огляду на конструкцію тензора $\hat{\chi}^{(s)}$ зрозуміло, що подавити таке затухання поверхневих плазмонів можливо лише у тому випадку, коли на динаміку поверхневих плазмонів буде мати вплив лише одне із статичних електромагнітних полів \mathbf{E}_0 або \mathbf{H}_0 (див. далі).

Далі розглянемо ряд часткових випадків.

Магнітостатичне поле

відсутнє $\mathbf{H}_0 = 0$, а електростатичне поле \mathbf{E}_0 перпендикулярне до поверхні металу

В цьому випадку дисперсійне рівняння (50) поверхневих плазмонів у безрозмірних змінних

$$w = \frac{\omega}{\omega_p}, \quad g = \pm R_0 |\mathbf{k}|, \quad R_0 = |R_p \mathbf{E}_0| \tag{51}$$

набуває простого вигляду

$$\varepsilon + \epsilon = \frac{g}{w^2} \tag{52}$$

і має такий розв’язок:

$$w_s = \sqrt{\frac{1+g}{\varepsilon+1}}, \quad \omega_s = \omega_p w_s = \omega_p \sqrt{\frac{1 \pm R_0 |\mathbf{k}|}{\varepsilon+1}}, \tag{53}$$

де ω_s – циклічна частота, залежна від величини хвильового вектора \mathbf{k} поверхневих плазмонів (див. рис. 9 та рис. 10), R_p – постійна Холла, а знак величини g у (51)–(53) визначається знаком величини $R_p(\mathbf{n} \mathbf{E}_0)$.

Залежність циклічної частоти поверхневих плазмонів від величини хвильового вектора вказує на перехід їх динаміки з коливальної на хвильовий.

Електростатичне поле

$\mathbf{E}_0 = 0$ відсутнє, а магнітостатичне поле \mathbf{H}_0 має довільну орієнтацію відносно поверхні металу

У цьому випадку права частина дисперсійного рівняння у (50) дорівнює нулю.

В трьох спеціальних геометріях задачі, а саме коли ω_H буде колінеарним одному з векторів \mathbf{n} , \mathbf{e}_k , ($\mathbf{n} \times \mathbf{e}_k$), дисперсійне рівняння сильно спрощується і набуває вигляду

$$\begin{aligned} & \varepsilon + \text{sign}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \times \\ & \times \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2}\right)} = 0, \text{ при } \omega_H \parallel \mathbf{n}, \\ & \varepsilon + \text{sign}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2}\right) \times \\ & \times \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2}\right)\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)} = 0, \text{ при } \omega_H \parallel \mathbf{e}_k, \\ & \varepsilon + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega((\mathbf{n} \times \mathbf{e}_k) \omega_H)}{\omega^2 - \omega_H^2}\right) + \\ & + \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_H^2}\right) = 0, \text{ при } \omega_H \parallel (\mathbf{n} \times \mathbf{e}_k). \end{aligned} \quad (54)$$

Розв'язки цих рівнянь, які мають фізичний зміст, можна записати у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \omega_{1,2}^2 &= \frac{(\varepsilon^2 - 1)\omega_H^2 - 2\omega_p^2 + \sqrt{(\varepsilon^2 - 1)^2\omega_H^4 + 4\varepsilon^2\omega_p^4}}{2(\varepsilon^2 - 1)}, \\ & \text{при } \omega_H \parallel \mathbf{n}, \quad \omega_H \parallel \mathbf{e}_k, \\ \omega_{3,4} &= \pm \frac{|\omega_H|}{2} + \sqrt{\left(\frac{|\omega_H|}{2}\right)^2 + \frac{\omega_p^2}{\varepsilon + 1}}, \\ & \text{при } ((\mathbf{n} \times \mathbf{e}_k) \cdot \omega_H) = \mp |\omega_H|. \end{aligned} \quad (55)$$

При $\omega_H \rightarrow 0$ розв'язки (55) дисперсійних рівнянь (54) зводяться до виразу, отриманого у стандартній моделі Друде–Лоренца [1, 2]. При довільній

Dispersion surface of plasmons $\omega_s = f(\varphi, \theta)$

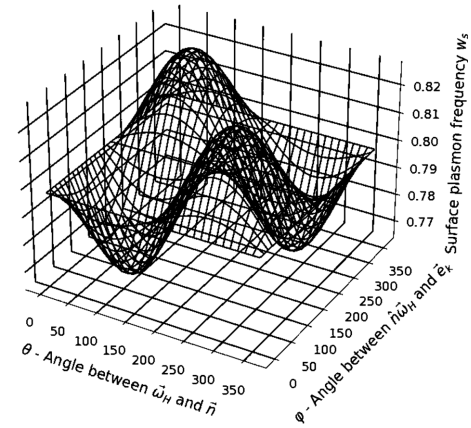


Рис. 11. Вплив орієнтації магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 на дисперсію поверхневих плазмонів

орієнтації вектора магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 циклічна частота поверхневих плазмонів ω_s визначається відображенням положення вектора ω_H на сфері S^2 на дисперсійну “поверхню” поверхневих плазмонів (див. рис. 11).

6. Висновки

Таким чином у роботі показано, що узагальнення моделі Друде–Лоренца дозволяє описати комплексний вплив статичних електромагнітних полів та просторової дисперсії на фізичні характеристики як об'ємних, так і поверхневих плазмонів.

Виявлено, що магнітостатичне поле \mathbf{H}_0 та просторова дисперсія призводять до появи додаткових типів об'ємних плазмонів з дисперсією, залежною від взаємної орієнтації напрямку їх розповсюдження \mathbf{e}_k та магнітостатичного поля \mathbf{H}_0 .

У випадку поверхневих плазмонів просторова дисперсія призводить до двокомпонентності їх електричного поля \mathbf{E} у металі, а електростатичне поле \mathbf{E}_0 – до наведеної просторової дисперсії. У той самий час, орієнтація магнітного поля \mathbf{H}_0 суттєво впливає на загальну дисперсію поверхневих плазмонів.

Суттєво, що у випадку поверхневих плазмонів не виникають аналоги низькочастотних об'ємних плазмонів, зумовлених магнітостатичним полем \mathbf{H}_0 та просторовою дисперсією. Це можна пояснити тим, що кривизна траєкторії руху електронів у магнітостатичному полі \mathbf{H}_0 перевищує характерний розмір $\Delta Z_1 = \text{Re}\left(\frac{1}{\beta}\right)$ локалізації поверхневих плазмонів у металі.

Залежність фізичних властивостей плазмонів від статичних електромагнітних полів можливо використати як метод керування у прикладних задачах металоплазмоніки.

1. Stefan A. Maier. *Plasmonics: Fundamentals and Applications* (Springer Science + Business Media LLC, 2007) [ISBN: 0-387-33150-6].
2. S. Enoch, N. Bonod. *Plasmonics: From Basics to Advanced Topics* (Springer, 2012) [ISBN-10: 3642280781].
3. R.S. Anwar, H. Ning, L. Mao. Recent advancements in surface plasmon polaritons-plasmonics in subwavelength structures in microwave and terahertz regimes. *Digit. Commun. Netw.* **4**, 244 (2018).
4. M.M. Fogler, A.Yu. Dobin, V.I. Perel, B.I. Shklovskii. Suppression of chaotic dynamics and localization of two-dimensional electrons by a weak magnetic field. *Phys. Rev. B* **56**, 6823 (1997).
5. N.V. Smith. Memory effects in the magnetotransport properties of the classical Drude metal. *Phys. Rev. B* **68**, 132406 (2003).
6. Eugene M. Chudnovsky. Theory of spin Hall effect: Extension of the Drude model. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 206601 (2007).
7. W.J.M. Kort-Kamp, F.S.S. Rosa, F.A. Pinheiro, C. Farina. Tuning plasmonic cloaks with an external magnetic field. *Phys. Rev. Lett.* **111** (21), 215504 (2013).
8. J. Chochol, K. Postava, M. Cada, M. Vanwolleghem, L. Halagacka, J.-F. Lampin, J. Pistora. Magneto-optical properties of InSb for terahertz applications. *AIP Advances* **6**, 115021 (2016).
9. N. Maccaferri, I. Zubritskaya, I. Razdolski, I.-A. Chioar, V. Belotelov, V. Kapaklis, P.M. Oppeneer, A. Dmitriev. Nanoscale magnetophotonics. *J. Appl. Phys.* **127**, 080903 (2020).
10. В.Ю. Малишев, І.В. Зависяк, Г.А. Мелков та ін. Мікрохвильові магнон-плазмон-поляритони в структурі феромагнітний метал-екранований діелектрик. *Укр. фіз. журн.* **65**, 932 (2020).
11. Xueqian Zhang, Quan Xu, Lingbo Xia, Yanfeng Li, Jianqiang Gu, Zhen Tian, Chunmei Ouyang, Jianguang Han, Weili Zhang. Terahertz surface plasmonic waves: Terahertz surface plasmonic waves: A review. *Advanced Photonics.* **2** (1), 014001(2020).
12. Д.В. Фатеев, В.В. Попов. Гидродинамические терагерцовые плазмоны и электронный звук в графене с пространственной дисперсией. *Физика и техника полупроводников.* **54**, 785 (2020).
13. Electronic archive. *New semiconductor materials. Characteristics and properties.* URL: www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/InSb/index.html.
14. Н.Б. Брандт, В.А. Кульбачинский. *Квазичастицы в физике конденсированного состояния* (Физматлит, 2005) [ISBN: 5-9221-0564-7].
15. А.И. Ансельм. *Введение в теорию полупроводников* (ИЛЛ, 1978).
16. Б.М. Аскеров. *Электронные явления переноса в полупроводниках* (Наука, 1985).
17. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Электродинамика сплошных сред* (Наука, 1982).
18. Д.В. Сивухин. *Общий курс физики. Т. 4. Оптика* (Физматлит, 2006).

Одержано 28.12.21

N.M. Chepilko, S.A. Ponomarenko

THE GENERALIZED DRUDE-LORENTZ MODEL AND ITS APPLICATIONS IN METAL PLASMONICS

The Drude-Lorentz model has been generalized to the case of plasmons under nonmagnetic conductors located in the static magnetic, \mathbf{H}_0 , and electric, \mathbf{E}_0 , fields by taking the spatial dispersion effects into account. It is shown that the magnetostatic field \mathbf{H}_0 and the spatial dispersion induce the appearance of two additional types of low-frequency bulk plasmons, and the dispersion of bulk plasmons of all types substantially depends on the relative orientation of the direction \mathbf{e}_k of their propagation and the magnetostatic field vector \mathbf{H}_0 . In the case of surface plasmons, the spatial dispersion leads to a two-component structure (in the metal) of their electric field \mathbf{E} , and the external electrostatic field \mathbf{E}_0 induces the spatial dispersion depending on the Hall constant R_p . At the same time, the orientation of the magnetostatic field \mathbf{H}_0 has a significant effect on the total dispersion of surface plasmons.

Keywords: bulk plasmons, surface plasmons, spatial dispersion, magnetostatic field.