

Н. БАЛИЦЬКА,<sup>1</sup> П. МОСКВІН,<sup>1</sup> Г. СКИБА,<sup>1</sup> Л. РАШКОВЕЦЬКИЙ,<sup>2</sup>  
В. КРИЖАНІВСЬКИЙ,<sup>1</sup> Л. ПОЛОНСЬКИЙ<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Державний університет «Житомирська політехніка»

(Вул. Чуднівська, 103, Житомир 10005; e-mail: skybagalyna26@gmail.com)

<sup>2</sup> Інститут фізики напівпровідників ім. В.Є. Лашкарьова

(Просп. Науки, 41, Київ 03028)

## ОСОБЛИВОСТІ ДОСЛІДЖЕНЬ ПОВЕРХНІ ПЛІВОК ZnO–SiO<sub>2</sub> МЕТОДОМ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

УДК 539.21;541.182;  
548.5;620.18;681.586

На прикладі мультифрактального аналізу (МФА) зображень поверхонь наноплівки, що синтезувалися золь-гель технологією в системі ZnO–SiO<sub>2</sub>, обговорюються особливості застосування цього методу при отриманні кількісних характеристик поверхні. Вхідною інформацією для реалізації цього підходу до опису стану поверхонь були Second electron microscopy (SEM) зображення поверхні зразків після їх синтезу в заданих умовах. Чисельними розрахунками узагальнених статистичних сум для площі та об'ємів просторових наноформ показано існування їх лінійних залежностей від просторових розмірів, що є основним доказом наявності самоподібності та фрактальної симетрії серед зазначених геометричних параметрів поверхні. Наголошується на необхідності підвищення надійності визначення параметрів МФ спектрів та аналізуються причини, що контролюють точність абсолютних значень чисел Реньї. Вироблено рекомендації для мінімізації похибок з метою отримання найбільш вірогідних даних щодо МФ параметрів поверхні. Наведено залежності чисел Реньї від температури синтезу шарів ZnO–SiO<sub>2</sub> золь-гель методом. Звертається увага на те, що для подальшого застосування результатів МФА у фізичних розрахунках необхідно коректно вибирати ті числа Реньї, які несуть у собі необхідну інформаційну компоненту за модельованим фрактальним параметром. Обговорюються фізичні причини появи взаємозв'язку між параметрами МФ спектрів для площі поверхні та об'ємів наноформ, що формуються на поверхні плівки, та умовами їх синтезу.

**Ключові слова:** нанорельєф, мультифрактальний аналіз, похибки визначення чисел Реньї, золь-гель технологія, поверхня наноплівки.

### 1. Вступ

Контроль стану та керування параметрами наноформ, які сформувалися у процесі синтезу на по-

Цитування: Балицька Н., Москвін П., Скиба Г., Рашковецький Л., Крижанівський В., Полонський Л. Особливості досліджень поверхні плівок ZnO–SiO<sub>2</sub> методом мультифрактального аналізу. *Укр. фіз. журн.* **68**, № 12, 824 (2023).

Citation: Balytska N.O., Moskvyn P.P., Skyba G.V., Rashkovetskyi L.V., Kryzhanivskyi V.B., Polonskyi L.G. Specific features of surface research of ZnO–SiO<sub>2</sub> films by multifractal analysis. *Ukr. J. Phys.* **68**, No. 12, 822 (2023). <https://doi.org/10.15407/ujpe68.12.822>.

верхні плівки та які багато в чому визначають основні експлуатаційні параметри оптоелектронного приладу, є важливим технічним та науковим завданням. Особливо це стає актуальним, коли характеристичні розміри активних зон майбутнього приладу за своєю величиною стають сумірними з характеристичними розмірами такого поверхневого рельєфу. Тому подальша розробка та вдосконалення методів експериментального дослідження та математичного опису таких поверхонь у рамках малих просторових масштабів є важливим, актуальним теоретичним та практичним завданням. Один із напрямків у вирішенні задачі з матема-

тичного опису стану поверхні матеріалу пов'язаний із застосуванням фрактального аналізу (ФА). Основною перевагою такого нетривіального підходу до побудови математичного опису поверхні є його суворе фізичне обґрунтування, що ґрунтується на принципах самоподібності та фрактальних видах симетрії.

Нами накопичено значний досвід експериментальних та теоретичних досліджень поверхневих шарів матеріалів, які сформувалися природним чином при синтезі плівок [1,2], або щодо фрактальної структури періодичного рельєфу, який створювався після циклічних методів обробки металів [3, 4]. У цих роботах на основі розробленого програмного забезпечення були отримані МФ спектри і здійснена кількісна фрактальна параметризація поверхневого рельєфу зразків. Ці кількісні результати призначалися для оцінки можливості керування параметрами рельєфу за допомогою коригування умов отримання поверхні.

Для контролю стану поверхні за її МФ параметрами, у принципі, досить знати основні тенденції у їх зміні залежно від технологічних умов формування поверхні. При цьому сама абсолютна величина цих параметрів не є особливо критичною. Дійсно, знаючи такі кореляційні залежності у варіаціях МФ спектрів поверхні, здійснити таку корекцію технології нескладно. Однак є ряд принципово важливих фізичних характеристик поверхні, величина яких жорстко пов'язана з абсолютною величиною її фрактальних параметрів. Прикладом такої ситуації є поверхнева енергія, яка для фрактальної поверхні надається величиною, що залежить від абсолютного значення її Хаусдорфової розмірності. На проблеми, що виникають при знаходженні абсолютних величин фрактальних характеристик фізичних систем, вказується і в основних роботах по застосуванню МФА [5–8].

Проблема високоточного визначення величин МФ параметрів автоматично передбачає необхідність обговорення питань, пов'язаних з особливостями проведення експериментів, так і виконання обчислювальної частини їх пошуку. По суті, це означає необхідність обговорення похибок, які виникають на кожному етапі визначення фрактальних характеристик. Природно, що це необхідно розглядати у тісному взаємозв'язку з фізичними та технічними причинами, відповідальними за

появу цих похибок. Накопичений до теперішнього часу авторами роботи досвід проведення МФА в повному його обсязі від проведення процесів синтезу напівпровідникових шарів у заданих технологічних умовах, через отримання якісного фотографічного зображення поверхні та виконання розрахунків МФ спектра від вибраних геометричних параметрів поверхні [1, 2], дозволяє виконати таке узагальнення.

В даний час як прозорий електрод в оптико-електронних приладах сучасної ІЧ-фотоелектроніки і сонячної енергетики все частіше розглядається надтонкий шар оксиду цинку. Оксид цинку є широкозонним напівпровідником ( $E_g = 3,32$  eV), що дозволяє йому бути прозорим матеріалом у видимому та інфрачервоному діапазоні довжин електромагнітних хвиль. Незважаючи на значну величину забороненої зони, яка більш типова для діелектриків, цей матеріал має порівняно низький питомий електричний опір, який, залежно від дефектного стану плівки, знаходиться в діапазоні  $10^{-2}$ – $10^{-4}$  Ом см. Останнє означає, що матеріал може бути використаний як провідний оптично прозорий електрод.

Важливим параметром надтонкого шару є морфологія поверхні, яка задається його поверхневим рельєфом. Тому вивчення цих характеристик шарів на нанорівні становить першочергове завдання на шляху їхнього подальшого використання в приладах. Іншими словами, висловлені положення дозволяють вважати проведення МФА поверхні надтонких плівок ZnO важливим фрагментом досліджень технологічного процесу формування активних приладових середовищ для гетерокомпозицій на основі напівпровідникових твердих розчинів A<sub>2</sub>B<sub>6</sub> [2].

Таким чином, метою цієї роботи є на практиці здійснення фрактальної параметризації поверхні плівки із ZnO, осадженої золь-гель методом у різних режимах, виявити фізичні причини та мінімізувати величини похибок визначення абсолютних величин МФ параметрів. Це, по суті, означає виявлення основних особливостей реалізації МФА поверхні шарів, які формуються природним шляхом у процесі свого синтезу.

Досягнення зазначеної мети передбачає вирішення таких принципових технічних та математичних завдань, які є складовою проведених досліджень:

- виконати аналіз технічних обмежень, проаналізувати джерела та оцінити величини похибок, що виникають при отриманні зображень поверхні плівки після її синтезу;

- розглянути особливості застосування наявного програмного забезпечення з обробки фотографічних зображень поверхні напівпровідникових шарів при отриманні даних про МФ спектри від різних геометричних параметрів наночастин, які утворилися в процесі синтезу матеріалу;

- виробити рекомендації щодо мінімізації величин похибок при розрахунках МФ параметрів поверхні зразків.

Рішення поставлених завдань буде здійснено на прикладі обробки фотографічних зображень, отриманих SEM електронною мікроскопією поверхні наночастин  $ZnO$ , синтезованих золь-гель методом.

## 2. Особливості синтезу шарів та SEM вимірювань

Процес отримання плівок  $ZnO-SiO_2$ , який реалізований у роботі, загалом, відповідає типовому процесу осадження шарів напівпровідників золь-гель технологією [1, 2]. Для формування шарів використовували такі хімічні реактиви: тетраетоксисилан  $Si(OC_2H_5)_4$ , етиловий спирт, як каталізатор, хлоридна кислота, як прекурсор, кристалогідрат цинк нітрату  $Zn(NO_3)_2 \cdot 6H_2O$ .

Процес приготування плівок відбувався у декілька технологічних етапів. Спочатку при кімнатній температурі проводилася реакція гідролізу ефіру тетраетоксисилану в присутності етилового спирту і хлоридної кислоти з додаванням дистильованої води. Процес хімічної взаємодії супроводжувався інтенсивним перемішуванням розчину протягом 1 години. Синтезована в результаті ортосилікатна кислота утворювала головний ланцюг полімерної молекули золю, що має плівкоутворюючі властивості [1, 2]. На цьому ж етапі в розчин вводили розраховану кількість прекурсора – сіль цинк нітрату. Це дозволяло сформувати прозорий розчин кремнезолью заданого складу. Найбільша кількість експериментів із синтезу шарів була проведена із золем такого складу  $50 ZnO \cdot 50 SiO_2$  мас. %.

Отриманий розчин золь наносили на підкладку, яка була попередньо підготовлена шляхом хімічного травлення поверхні кислотою. В ролі

підкладки використовувалося скло. Це дозволяло звести до мінімуму вплив кристалографічних та механічних властивостей підкладки на процес формування остаточної властивостей шарів, що синтезуються.

Наступним технологічним етапом формування шару гелю на поверхні підкладки було центрифугування. Параметрами, які контролювали цей етап процесу, були вибрані час нанесення золю на підкладку, кількість обертів і місце розміщення підкладки на вузлі центрифуги, що обертається. Основним критерієм якості проведення цього технологічного етапу була вимога отримання суцільних плівок заданої товщини. Знайдені діапазони зазначених параметрів даного процесу були такі. Приготовлений золь витримувався протягом 2 годин. На горизонтально розташовану підкладку наносили 50 мкл золя. Центрифугування проводилося протягом 2 хв. при 3600 об/хв.

На завершальному технологічному етапі золь-гель формування плівок проводився їх відпал у дві стадії: низькотемпературна і високотемпературна (остаточний відпал). Це дозволило суттєво покращити морфологічну якість поверхні плівок. Низькотемпературному етапу відповідала температура 80–90 °С. Температура остаточного відпалу у виконаних експериментах змінювалась в діапазоні від 200 до 500 °С. Ця стадія відпалу для всіх зразків здійснювалась протягом 10 хв.

Фазовий склад синтезованих шарів контролювався рентгендифрактометричними вимірами [1, 2]. Вагомим підтвердженням існування кристалічної фази оксиду цинку зі структурою вюрциту були чіткі дифракційні піки на дифрактограмах, які відповідали відображенню рентгенівського випромінювання від площин з кристалографічної орієнтацією (100), (002), (101). Для дослідження морфології поверхні зразків використовувався електронний скануючий мікроскоп FEI Quanta FEG 250, що працює при напрузі 10 кВ.

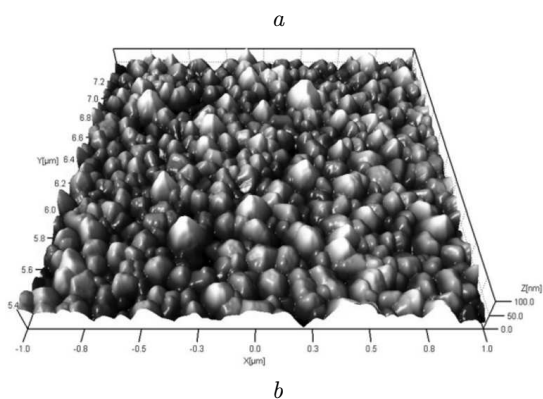
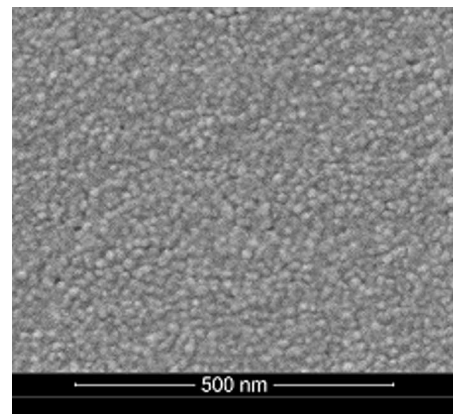
Типові SEM та AFM зображення поверхні шарів, синтезованих у системі  $ZnO-SiO_2$ , показано на рис. 1. Там також надано просторове зображення фрагмента тієї ж поверхні. Просторове зображення дозволяє зрозуміти, чому Хаусдорфова розмірність такої розвиненої поверхні перевищує розмірність ідеальної плоскої поверхні, яка дорівнює “двом”. Дійсно, розгляд просторової картини рельєфу показує існування на міжфазному кордоні

мікропагорбів і впадин, які мають свою бічну поверхню і, природно, дають свій внесок у загальну величину площі поверхні. Ця “бічна” площа забезпечує перевищення розмірності для такої поверхні числа “2”, яке відповідає ідеальній площині. Аналогічний розгляд розташування елементів наноструктури з погляду їхнього “нещільного” розміщення з утворенням порожнин дає підстави стверджувати, що Хаусдорфова розмірність для об’єму наноформ не може перевищувати “трьох”.

Подібні SEM та AFM зображення поверхні були отримані для цілого ряду плівок, синтезованих в різних умовах проведення остаточного відпалу, тобто, на стадії остаточного формування поверхневого рельєфу. Саме такі дані стали вхідною інформацією при реалізації методу огрублення розбиття в МФА.

Перш ніж обговорювати результати розрахунків, необхідно зумовити фізичні явища, які супроводжують отримання якісних зображень поверхні як вхідних даних для аналізу. Важливим етапом технологічної частини роботи, який може істотно вплинути на величину похибки визначення фрактальних параметрів поверхні є етап, пов’язаний з особливостями підготовки зразків для SEM вимірювань. Перед реєстрацією зображення поверхні шарів очищалися потоком сухого повітря. Жодної хімічної обробки (травлення, промивання) не проводилося. При цьому оцінка величини варіацій величин чисел Реньї на поверхні без травлення та після хімічної обробки (розчин соляної кислоти) була виконана. Безпосереднім застосуванням операцій МФА для різних шарів було виявлено, що поверхні після хімічного очищення, як правило, давали вищі значення чисел Реньї для площі і, відповідно, дещо більші для об’ємів. Такий результат видається цілком зрозумілим через ефекти розтравлювання поверхні, які призводили до формування не планарної, розвиненої поверхні. Розрахунки показали, що відхилення чисел Реньї від величин для хімічно необроблених поверхонь було за абсолютним значенням не більше 0,004.

На цьому етапі обговорення похибок, що виникають при визначенні чисел Реньї, необхідно особливо підкреслити, що застосування SEM спектроскопії дозволяє отримувати зображення поверхні з більш високою роздільною здатністю в порівнянні з AFM зображеннями [1, 2, 9]. Це означає, що на SEM фотографіях виявляється помітною дрі-



**Рис. 1.** Типові SEM (a) та AFM (b) зображення шарів ZnO-SiO<sub>2</sub>, синтезованих на скляних підкладках. Температура остаточного відпалу 200 °С, тривалість 10 хв. Склад вихідного золя: 50 ZnO · 50 SiO<sub>2</sub> мас.%. У нижній частині фотографії представлений її лінійний масштаб

бна складова фрактальної структури поверхні. Це неминуче відбивається на зміщенні всього МФ спектра в область більш високих чисел Реньї для площі поверхні або, що те саме, малих їх об’ємних аналогів. Зазначений фактор пояснює існування систематичного відхилення у величинах чисел Реньї для плівок, поверхня яких вивчалася методами AFM спектроскопії та SEM аналізом. Тому при зіставленні кількісних показників якості поверхні плівок потрібно брати до уваги спосіб отримання такого роду даних. Особливо це необхідно виконувати, коли порівнюються високоякісні шари, для яких внесок малих фрактальних форм на їх поверхнях у величини чисел Реньї стає суттєвим.

У цій роботі отримані SEM зображення перед проведенням МФА не піддавалися штучному поліпшенню за допомогою спеціального програмного

забезпечення. У водночас оцінка впливу корекцій зображення вихідні дані МФА, тобто, на числа Реньї, було виконано. Розрахунки показали, що штучне втручання у зображення зміною, наприклад, його чіткості може призвести до абсолютних варіацій чисел Реньї на рівні 0,01, що цілком суттєво. Виходячи з таких даних, для виключення появи зайвих невизначеностей рекомендуємо не проводити ніяких корекцій зображення перед виконанням по них МФА.

Досвід розрахунків МФ спектрів показав, що зазначені особливості попередньої обробки даних для МФА мають бути прийняті до уваги при чисельній обробці зображення. Тим більше, що вплив цих факторів на кінцеві величини параметрів МФ може бути мінімізовано нескладними технічними рішеннями і коректним виконанням вимірювальних операцій. Звичайно, що ігнорування цих ефектів може, за нашими оцінками, призводити до появи похибок в абсолютних величинах для чисел Реньї аж до 0,02 або навіть до повної втрати спостереження ефекту самоподібності та фрактальної симетрії.

Найбільш істотні проблеми важливого характеру виявляються на стадії чисельної обробки зображень. Ці проблеми обговорюються у наступному розділі.

### 3. Особливості розрахунків МФ спектрів

Принциповим моментом застосування МФА до опису стану поверхні зразків є конкретний вибір того фізичного параметра, який найбільш повно її характеризує і підлягає фрактальній параметризації. Чітке виділення такого фізичного параметра дозволить використовувати кількісну інформацію, що отримується про нього, в подальшому порівняльному аналізі стану поверхні. Серед можливих геометричних параметрів просторових форм, що утворюються на поверхні плівки, та знаходження яких призведе до можливості розрахунків фізичних характеристик системи у фрактальному наближенні, у роботах [1, 2, 9] було вибрано площу поверхні та об'єм рельєфоутворюючих наноформ. Вочевидь, що саме вибір зазначених скалярних величин виявляється кращим і з математичних позицій. Крім того, наявність кількісної інформації про результати МФА для розподілу площ та об'ємів поверхневих наноформ дозволить висловити рекомендації про те, який із зазначених геометричних

параметрів системи найбільш інформаційно точно відображає стан поверхні. Сказане, за своєю суттю, зводиться до вирішення питання, який із зазначених параметрів є більш чутливим до змін технологічних умов створення рельєфу (синтезу шарів) і, отже, може бути найбільш ефективно використаний для контролю якості поверхні. Наявність таких кількісних даних дозволить зробити однозначним вибір між цими характеристиками системи для практичного керування параметрами рельєфу. До сказаного слід додати, що фрактальні параметри поверхні, як параметри, що враховують її складну геометрію, повинні використовуватися для аналізу та розрахунків її фізичних характеристик, наприклад, поверхневої енергії. Все сказане слід розглядати як фізичне обґрунтування необхідності виконання МФА реальних поверхонь як щодо площ, так і об'ємів наноформ, що формують поверхневий рельєф.

Згідно з основними роботами [5, 6] по ФА цілого ряду фізичних систем, між площею та об'ємом фрактальних геометричних фігур пряма кореляція відсутня. Такий теоретичний висновок означає, що площі поверхні та елементарні об'єми фрактальних фігур на поверхні зразка утворюють незалежні множини вимірів, що дозволяє їх використовувати як незалежну вхідну змінну при кількісному описі поверхневого рельєфу. Така постановка завдання передбачала, за своєю суттю, реалізацію МФА для двох незалежних випадків, один з яких передбачав опис розподілу елементарних площ, а другий – об'ємів елементарних рельєфоутворюючих наноформ.

Пошук параметрів МФ спектрів здійснювався методом огрублення розбиття за типовою процедурою. Відомо, що саме вказаний метод, є найбільш ефективним методом для розрахунку параметрів мультифрактального спектра систем [5–8] Відповідно до такого підходу генерування міри кожної комірки простору проводилося поділом базового простору на  $N$  комірок. В ролі міри комірки за площею  $\mu_{S,i}$  та об'ємом  $\mu_{V,i}$  була прийнята відносна величина площі або об'єму наноформи, яка потрапила в цю комірку розбиття. Тоді

$$\mu_{S,i} = \frac{S_i}{S} \quad \text{та} \quad \mu_{V,i} = \frac{V_i}{V},$$

де  $S_i$  і  $V_i$  – площа поверхні та об'єм малого, вибраного елемента поверхневого рельєфу,  $S = \sum_i^N S_i$ ,

$V = \sum_i^N V_i$  – площа та об’єм усієї аналізованої поверхні, знайдена за даними її просторового зображення.

Далі для комірок заданого розміру формувалися узагальнені статистичні суми для площі поверхні та об’ємів:

$$Z_S(q, l_k) = \sum_{i=1}^K \mu_{S,i}^q, \quad Z_V(q, l_k) = \sum_{i=1}^K \mu_{V,i}^q,$$

де  $l_k$  – нормована поточна довжина ребра куба, використана на поточному кроці в методі огрубленого розбиття;  $q$  – збільшувальне число. Зміна масштабів комірок у розрахунках (укрупнення розмірів кубів) здійснювалося відповідно залежності  $l_{k+1} = 2l_k$ , ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ).

Розрахунок МФ спектрів передбачає необхідність розрахунків елементарних площ поверхні та об’ємів наноформ, які потрапляють у задану комірку простору при реалізації методу огрублення розбиття. Вхідна інформація для таких розрахунків, природно, була отримана з мікрофотографій. При розрахунках об’ємів поверхневих наноформ до уваги бралися параметри лише наноформ, які безпосередньо відповідальні за формування поверхневого рельєфу зразка. До такої базової множини було віднесено весь об’єм матеріалу, починаючи від глибини мінімальної западини на поверхні до висоти максимального піка. Такий вибір об’єму всього аналізованого стану, за своєю суттю, відповідає аналізу стану всього поверхневого шару, що сформувався у процесі синтезу плівки.

Об’єми призм під елементарними майданчиками поверхні розраховувалися за використанням формул класичної геометрії та даних про рівняння поверхні, які, у свою чергу, знаходилися шляхом апроксимації цифрового зображення реальної поверхні методом триангуляції [1–4, 9]. Вибір такого методу для генерації апроксимуючих рівнянь поверхні зумовлювався його вищою точністю порівняно з методом кубів. Ця позиція стає актуальною, якщо акцент у розрахунках зміщений на знаходження абсолютних величин чисел Реньї. Вкажемо, що перехід від методу розрахунку площі поверхні за методом трикутників до розрахунків за методом кубів дає різницю в кінцевих величинах чисел Реньї  $D_0, D_1, D_2$  аж до 0,02. Це можна порівняти з похибками отримання зображення, які обговорювалися в розділі 1. Такий результат слід

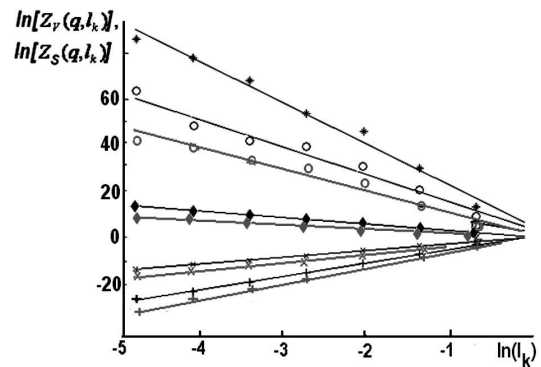


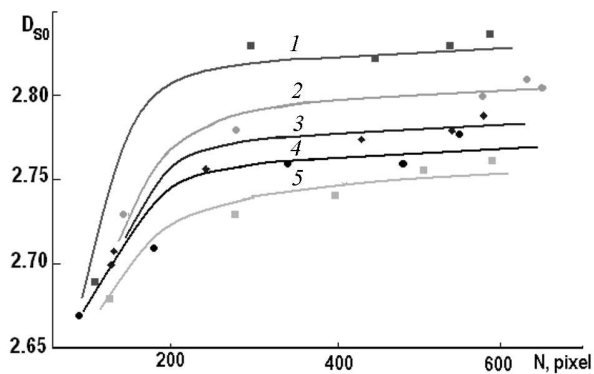
Рис. 2. Узагальнені статистичні суми  $Z_S$  і  $Z_V$ , залежно від  $l_k$  для нанозображення, представленого на рис. 1. Чорний колір –  $Z_V$ , сірий –  $Z_S$ . Позначки \*, o, x, +, diamond відповідають  $q = -3, -2, 0, 2, 4$

розглядати як підтвердження необхідності коректного вибору методів апроксимації під час попередньої обробки вхідних даних для ФА. На зазначену особливість слід звертати увагу при виконанні порівняння величин чисел Реньї, які отримані різними авторами і за різними методиками.

Процес розрахунку характеристичних функцій МФА для кожного з вибраних значень збільшувального числа  $q$  завершується, коли величина кожного наступного числа Реньї  $D(q)$  починає повторювати попереднє із заданою точністю. Як правило, при зазначених розмірах зображення, у дослідженнях, величина збільшувального числа не перевищувала 30.

На рис. 2 зображено сукупність експериментальних даних за залежностями узагальнених статистичних сум для площі поверхні та об’ємів наноформ від  $\ln l_k$  для поверхні плівки ZnO, фотографія якої наведена на рис. 1. Для всього набору величин чисел  $q$  цілком виразно спостерігається групування експериментальних даних вздовж прямих ліній. Такий результат є доказом існування фрактальної симетрії серед вказаних геометричних параметрів наноформ. Зазначимо, що такі графіки спостерігалися у переважній кількості випадків виконання розрахунків. Це ще раз підтверджує положення, висловлене в основних роботах [5, 10], про загальність фрактальної симетрії у фізичних системах.

У той самий час, існування таких лінійних залежностей не означає високу достовірність виконаних на їхній основі розрахунків чисел Реньї,



**Рис. 3.** Залежності чисел Реньї  $D_0$  (розмірності Хаусдорфа) від довжини ребра квадрата (числа пікселів у ньому), що вирізається з вихідної фотографії, для поверхонь плівки ZnO, синтезованої золь-гель методом за різних температур. 1 –  $t = 200$  °C; 2 – 250 °C; 3 – 300 °C; 4 – 350 °C; 5 – 500 °C. Суцільні лінії отримані апроксимацією експериментальних результатів кубічним поліномом

оскільки вони можуть відображати вплив інших чинників, крім врахованих. Основний внесок у похибку, пов'язаний з виконанням розрахункових процедур МФА, аналізуватиметься далі під час обговорення розмірів статистичних вибірок, тобто, числа пікселів зображень, які б забезпечували відображення в МФ спектрі існування на поверхні всіх елементів з фрактальною симетрією.

Обробка даних за залежностями узагальнених статистичних сум далі виконувалася відповідно до класичних положень МФА [4–7]. Розрахунок параметрів лінійної регресії між статистичними сумами та розмірами комірок здійснювався методом найменших квадратів для кожного з вибраних значень збільшувального числа  $q$ . Дані про коефіцієнт лінійної регресії розглядалися як основа для розрахунків всіх функцій МФА, а саме:  $\tau(q)$  – узагальнених кореляційних функцій,  $f(\alpha)$  – спектрів фрактальних розмірностей  $\alpha$  і  $D(q)$  – спектрів чисел Реньї для поточних  $q$  [5–8]. Усі ці функції розраховувалися числовими методами.

Через статистичну основу фрактального аналізу, який передбачає застосування методу найменших квадратів при пошуку чисел Реньї, його успішне проведення можливе лише при використанні вибірок значного розміру. Насправді це означає існування мінімально можливого розміру зображення досліджуваної поверхні, через яку відбувається фрактальне усереднення. Ця умова також може бути переформульована для випадку обробки

зображень шляхом накладання обмеження на мінімальну кількість пікселів, які необхідно брати до уваги у розрахунковій програмі.

Ефекти впливу розмірів піксельної вибірки або, що теж саме, довжини сторони квадрата зображення, який піддається обробці, на величину чисел Реньї доцільно виконати з використанням стандартної програми ФА Gwiddion [11]. Застосування для такої ж мети нашої програми МФА [2–4] вимагає значних витрат часу, особливо під час обробки зображень великого піксельного розміру. У той же час програма Gwiddion здійснює обчислення досить швидко, не має особливих обмежень щодо розміру зображення, що обробляється, і її результати за розмірністю Хаусдорфа повністю збігаються з результатами роботи нашого програмного забезпечення.

Отримані результати моделювання за величинами  $D_0$  для плівок, синтезованих за різних температур, зображені на рис. 3. Такі дані виходили при розбитті вихідного зображення типу, показаного на рис. 1, на фотографії менших розмірів та здійснення за ними розрахунків фрактальних параметрів. Використання у вимірах високоякісних плівок, з однорідними по поверхні властивостями, дозволяє сподіватися на виявлення зазначеного статистичного ефекту. Принципово важливо, що у даній процедурі використовуються частини однієї і тієї ж фотографії. Тому можна стверджувати, що ці зображення виконані в однакових умовах, а знімається залежність числа Реньї  $D_0$  тільки від розміру вибірки, і вона не маскується іншими ефектами фотографування.

Так, на рис. 3 для малого розміру зображення видно істотну зміну чисел  $D_0$  зі збільшенням розмірів використаного зображення (розмір вибірки) чи кількості пікселів у ньому. У міру збільшення числа пікселів у фотографії отримані функції вирівнюються і практично виходять на горизонтальні прямі, паралельні осі ординат. Наявність такої пологої ділянки означає, що розрахункове значення Хаусдорфівської розмірності (число Реньї  $D_0$ ) перестає залежати від умов його розрахунків. Саме такі значення чисел Реньї слід приймати за їхню справжню величину. Так і здійснювалось в цій роботі в подальшому аналізі.

Отримані результати про залежність чисел Реньї від розмірів оброблюваного зображення дозволили обґрунтувати мінімальну кількість пікселів

у зображенні, яке забезпечувало б мінімальну похибку від зазначеного ефекту. У роботі вважалося, що такий мінімальний розмір відповідає кількості пікселів на рівні 270–300 по кожній із сторін квадрата зображення, що обробляється. При такому виборі обсягу вихідних даних для подальшого розрахунку площ мікроскопічних майданчиків, які апроксимують всю площу поверхового рельєфу, виявляється цілком достатньою для сталої реалізації статистичної складової фрактального аналізу [1, 2, 5–9]

Необхідно відзначити, що використання зображень малого піксельного розміру дозволяє здійснювати розрахунки МФ спектрів досить швидко для величин збільшувальних чисел  $q$  до 80–100. У той же час збільшення кількості пікселів у зображенні починає обмежувати інтервал збіжності всього програмного забезпечення через необхідність зведення малих величин поточних змінних у великі негативні ступені для  $q$ . У свою чергу, обмеження негативних значень збільшувального числа  $q$  є небезпечною процедурою через можливість розрахунку не всього обсягу МФ спектра системи. Тому забезпечення компромісу між розмірами оброблюваного зображення та величиною числа  $q$  є важливим практичним завданням при виконанні розрахунків МФ спектрів. Досвід виконання розрахунків показує, що стійка робота програми МФА [1, 2, 9], яка використовується в аналізі, спостерігається для зображень  $300 \times 300$  пікселів і величиною  $q$  не більше 30.

Таким чином, принциповим результатом рис. 3 слід визнати наявність значної варіації величин чисел Реньї через зміну розмірів фотографій, за якими проводиться фрактальне усереднення. Справді, невизначеність у розрахунках через зазначений ефект може досягати  $\pm 0,15$ . Це майже на порядок перевищує похибки, що виникають з технічних причин, які раніше обговорювалися. Останнє дозволяє стверджувати, що саме цьому етапу проведення фрактальних розрахунків необхідно приділяти особливу увагу при пошуку фрактальних характеристик поверхні епітаксійної плівки.

Ефективність висловлених міркувань про методу виконання МФА буде підтверджена при описі поверхонь наноплівки, які синтезовані в системі ZnO–SiO<sub>2</sub> золь-гель технологією. Результати такої обробки будуть прокоментовані з позиції виявле-

ння залежностей параметрів МФ поверхні від технологічних умов проведення синтезу.

#### 4. Результати та їх обговорення

Як доказ необхідності прийняття до уваги зазначених особливостей проведення МФА для забезпечення його інформаційної насиченості та ефективності розглянемо його використання на прикладі обробки зображень поверхонь плівки системи ZnO–SiO<sub>2</sub>, що синтезовано золь-гель технологією. Типовий вигляд таких фотографічних зображень надано на рис. 1.

Згідно з розробленими рекомендаціями на першому етапі чисельної обробки з використанням стандартної програми “Gwiddion” [11] виконувався пошук інтервалу розмірів фотографічного зображення поверхні, для яких була відсутня або була б відносно слабкою залежність числа Реньї  $D_0$  від самого розміру використаної фотографії (рис. 3). Ця процедура може бути досить просто реалізована, якщо як вхідні дані для розрахунків Хаусдорфової розмірності (числа Реньї  $D_0$ ) використовувати все вихідне зображення, а потім нарізки з нього різного лінійного (піксельного) розміру.

Знайдені інтервали розмірів зображення слугували основою вибору його остаточного робочого розміру ( $300 \times 300$  пікселів). Далі ця величина у всьому циклі розрахунків залишалася незмінною і фотографії такого розміру надходили на обробку до програми МФА. Такий підхід у розрахунках дозволяє стверджувати про мінімізацію похибок розрахунків за рахунок зазначеного ефекту та сподіватися на вірогідність абсолютних значень чисел Реньї, які будуть отримані МФА.

Типові експериментальні залежності, які формують основу МФА та є основними доказами існування фрактальної симетрії між об'ємами та площами поверхневих мікроформ, представлені на рис. 2. На цьому рисунку показаний типовий вигляд залежностей узагальнених статистичних сум  $Z(q, l_k)$  для площі поверхні та об'ємів мікроформ від наведеної довжини ребра  $l_k$  елементарної комірки простору у методі огрубленого розбиття для наборів чисел  $q$ . З даних видно, що зазначені залежності виявляють угруповання своїх даних вздовж відповідних прямих ліній. Це спостерігається як для площ поверхні, так і для об'ємів мікроформ. Такі дані дозволяють стверджувати про існування самоподібності та фрактальної



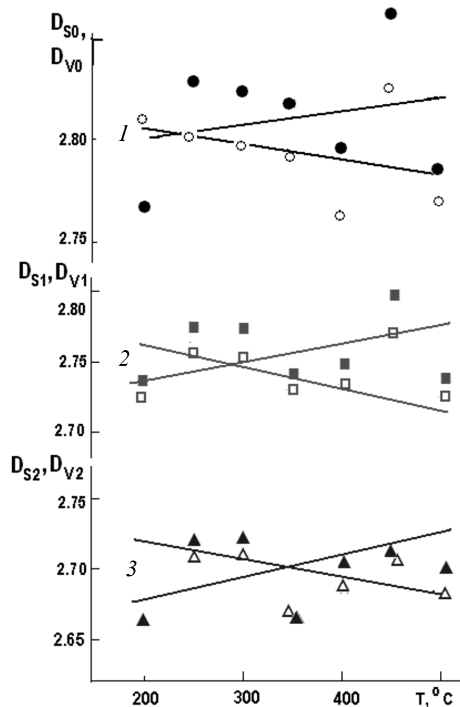


Рис. 4. Залежність чисел Реньї для об'ємів  $D_{V,0}$ ,  $D_{V,1}$ ,  $D_{V,2}$ , і площі поверхні наночастинок  $D_{S,0}$ ,  $D_{S,1}$ ,  $D_{S,2}$  і МФА від температури синтезу плівки у системі  $\text{ZnO-SiO}_2$ . 1 –  $D_0$ , 2 –  $D_1$ , 3 –  $D_2$ . Експериментальні дані цієї роботи

симетрії між зазначеними геометричними параметрами поверхні.

Існування зазначених лінійних залежностей для різних значень параметра  $q$  при високих значеннях кореляційних коефіцієнтів в методі найменших квадратів дозволяють стверджувати існування фрактальної симетрії і самоподібності в системі для різних ступенів входних змінних. Останнє відповідає твердженню, що саме МФ спектр є типовим для цих поверхонь і саме МФА є перспективним методом для опису такого роду систем. Отже, саме МФ параметри системи повинні використовуватися для опису стану поверхні зразків, отриманих золь-гель технологією.

Аналіз типових результатів розрахунків характеристик функцій МФА ( $\tau(q)$ ,  $f(\alpha)$ ,  $D(q)$ ) показав, що вони відповідають своїм канонічним формам. Це означає, що послідовність чисел Реньї спадає, функції  $f(\alpha)$  мають характерний максимум, та в залежностях  $\tau(q)$  є характерний для МФА злам. Серед досліджених зображень не було виявлено жодного зразка, для яких спостеріга-

лися б відхилення в поведінці характеристичних функцій від тих форм, що передбачає теорія [5–8]. Цей результат є не менш важливим доказом наявності у системі рельєфоутворюючих мікроформ властивостей самоподібності та фрактальної симетрії. Таким чином, отримані дані дозволили використовувати розроблене програмне забезпечення МФА для кількісного опису фрактальної симетрії для зазначених геометричних параметрів рельєфоутворюючих наночастинок і виконувати розрахунки МФ спектрів і їх параметрів для поверхні шарів в системі  $\text{ZnO-SiO}_2$ .

Відповідно до рекомендації [5–8] для кількісного опису фрактальної структури поверхні найбільш інформативними виявляються числа Реньї та параметр фрактальної впорядкованості  $\Delta = D_1 - D_{q \rightarrow \infty}$  (ступінь порушення фрактальної симетрії). Результати розрахунків чисел Реньї  $D_0$ ,  $D_1$ ,  $D_2$  залежно від температури остаточного відпаду шарів надано на рис. 4. При виконанні МФА поверхні плівки системи  $\text{ZnO-SiO}_2$ , як і раніше в [2,9], виявилось, що перші числа Реньї для розподілу, як елементарних площ, так і об'ємів елементів поверхні наночастинок, досить близькі один до одного:  $D_0 \approx D_1 \approx D_2$ . Такий результат пояснювався тим, що в зазначеному випадку здійснювався опис досить гладкого поверхневого природного рельєфу плівки елементами досить малого розміру. Тому отримані апроксимації поверхні досить точно описували реальну поверхню в наближенні для ступенів  $q = 0, 1, 2$ . Останнє і відобразилось на близькості значень отриманих чисел Реньї.

У той самий час з рис. 4 видно, що різниці між першими числами Реньї перевищують величини похибок їх визначення, які оцінюються на рівні  $\pm 0,01$ . Враховуючи те, що отримані фрактальні характеристики моделюють систему через степеневі функції, які сильно залежать від величин показників ступеня, такі варіації чисел Реньї можуть істотно спотворити у фізичних розрахунках реальну картину. Така ситуація передбачає обговорення питання про те, якому з цих чисел віддавати перевагу при описі термодинамічних властивостей у системі, яка має фрактальну симетрію.

Перш ніж обговорити поставлене питання нагадаємо також, що  $D_0 > D_1 > D_2$  мають фізичну інтерпретацію. Тобто, вони є Хаусдорфовими, інформаційними та кореляційними розмірностями для системи, що моделюється [5–8]. Відповідно до

МФА числа  $D_0$  розраховуються шляхом лініризації залежності статистичних сум  $Z_S(q=0, l_k)$  або  $Z_V(q=0, l_k)$ , від розміру комірки  $l_k$ , коли частка заповнення поточної комірки  $\nu_{V,i}^{q=0}$  підноситься в нульовий ступінь. Тому, якщо в поточній комірці присутня навіть хоч мала частина досліджуваного параметра, то частка її заповнення прирівнюється до одиниці, яка, істотно, не залежить від самої частки заповнення. Такий підхід можна визнати цілком виправданим, і який дає достовірну інформацію, якщо в методі огрублення розбиттів використовуються елементарні комірки дуже малого розміру, а поверхневий рельєф є гладкою функцією. Саме така ситуація і спостерігалася в [2, 9] під час аналізу поверхні напівпровідникової плівки, коли поверхні створювалася природним шляхом у процесі синтезу шарів.

Така ситуація частково виключається, якщо у подальших фізичних розрахунках акцент зміщувати на використання числа  $D_1$ . Дійсно, для чисел  $D_1$ , розрахунок передбачає виконання лініризації сум:  $Z_S(q=1, l_k)$  або  $Z_V(q=1, l_k)$ . У цьому випадку суми формуються з конкретних значень відносної площі поверхні або об'ємів речовини в кожній комірці. У цьому плані стає зрозумілим, чому  $D_1$  називають інформаційним [5–9]. Дійсно, саме це число несе в собі інформаційну складову щодо розподілу площі (об'єму) речовини у просторі з максимумально можливою вірогідністю. Тому при обговоренні результатів фрактального опису системи крім чисел  $D_0$  (Хаусдорфової розмірності) використання набору чисел Реньї  $D_1$  (інформаційної розмірності) та  $D_2$  (кореляційної розмірності) також є цілком виправданим і корисним на практиці. Тому для подальших їх фізичних застосувань та обговорення особливостей фрактального опису поверхні наночарів, ці дані також надано на рис. 4. Для коректної інтерпретації отриманих даних слід пам'ятати, що в рамках фрактального формалізму, об'єму, повністю заповненому матеріалом поблизу поверхні, відповідають числа  $D_{V,0}$ ,  $D_{V,1}$  рівні "трьом", а ідеально плоскій поверхні – числа Реньї рівні "двом". Відмінність чисел Реньї від зазначених значень для планарної поверхні відповідає розв'язанню задачі пошуку розмірності поверхні, яка є не планарною, пористою, розвиненою на нанорівні.

Найбільш ефективно аналізувати вірогідність та інформативність отриманих даних МФА за до-

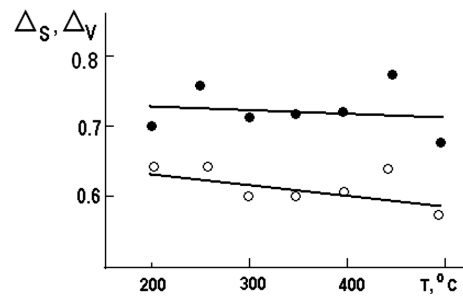


Рис. 5. Залежність параметрів упорядкування для об'ємів  $\Delta_V$  та площі поверхні  $\Delta_S$  наночарів від температури синтезу плівки у системі ZnO-SiO<sub>2</sub>. Умовні позначення: ● –  $\Delta_V$ , ○ –  $\Delta_S$

помогою розгляду їх залежностей від технологічних параметрів процесу синтезу. Дійсно, саме у таких залежностях можна досить чітко виявити вплив різних фізичних процесів, які відповідальні за стан поверхневого рельєфу і які задають величини фрактальних параметрів. Сукупність таких взаємозв'язків між числами Реньї, параметрами упорядкованості  $\Delta$  щодо різних умов остаточного відпалу шарів, представлена на рис. 4, 5. Прямі лінії на графіках проводилися шляхом усереднення експериментальних залежностей параметрів МФ від відповідних технологічних умов методом найменших квадратів. За своєю суттю представлені результати слід розглядати як вплив температури відпалу на зміну параметрів самоподібності та фрактальної симетрії наночарів на поверхні зразка.

Дані рис. 4, 5 демонструють існування стійких взаємозв'язків між МФ параметрами і температурою проведення процесу синтезу шарів як для розподілу площі поверхні наночарів, так їх об'ємів. Це дозволяє стверджувати, що саме величини МФ параметрів кількісно відстежили та описали відмінності у структурі поверхні між зразками одного і того ж складу, але сформованими за різних температур. Такий кількісний результат знаходить своє підтвердження у візуальному аналізі зображень поверхні шарів. Так, з фотографій випливає, що розміри кристалітів на поверхні шарів дещо зростають із підвищенням температури. Це забезпечує появу на поверхні шару більшої частки областей з плоскою поверхнею. Останнє знаходить своє відображення в результатах рис. 4, які кількісно показують, що зі збільшенням температури підкладки розмірності для площі поверхні плівки

(числа  $D_S$ ) зменшуються, наближаючись до числа “два”, а відповідні параметри для їх об’ємів ( $D_V$ ) мають тенденцію до зростання, наближаючись до “трьох”. Такий хід залежностей, що розглядаються, відображає тенденцію системи швидше формувати плоскі поверхні зі зростанням температури на підкладці, коли швидкість протікання поверхневих хімічних реакцій зростає.

На рис. 4 крім залежностей для чисел Реньї  $D_0$  представлені і результати подібних розрахунків для чисел Реньї  $D_1$ ,  $D_2$ . На необхідність розгляду поведінки цих характеристичних чисел вказувалося раніше. З рис. 4 випливає, що вказані параметри з температурою змінюється практично подібним чином, що і відповідні числа  $D_0$ . Однак кількісні відмінності між їх величинами виявляються суттєвими. У зазначеному раніше відношенні можна стверджувати, що дані про різні числа Реньї для об’ємів і площ поверхні мікроформ доповнюють один одного, формуючи єдину картину фрактальної симетрії в системі.

Якщо виключити з розгляду різні знаки відповідних похідних  $\partial D_S/\partial T$ ,  $\partial D_V/\partial T$ , то величини нахилів залежностей всіх чисел Реньї від температури виявляються практично рівними один одному. Це було помічено при побудові графіків, коли здійснювалося вирівнювання експериментальних результатів відповідно методу найменших квадратів. На даному етапі досліджень здійснити суворе теоретичне обґрунтування фізичних або геометричних причин такої поведінки зазначених похідних не виявляється можливим. На відсутність прямої кореляції між об’ємними і поверхневими геометричними параметрами будь-яких фігур (зокрема й рельєфоутворюючих форм) у фрактальному наближенні вказувалося в основних роботах [5, 6, 10]. Хоча можливість існування такого взаємозв’язку, що спостерігається на рис. 4 в синхронному ході графіків залежностей для об’ємних та поверхневих параметрів, коли ці характеристики формувалися в єдиному фізичному процесі зростання кристалічної фази, виключати не можна.

Отримані результати за числами Реньї як для площі поверхні наноформ (рис. 4), так і їх об’ємів дозволяють висловити таку рекомендацію щодо застосування МФА в описі стану поверхні у фрактальному наближенні. Для проведення повного аналізу стану поверхні матеріалу у взаємозв’язку з умовою його синтезу та вироблення оста-

точних рекомендацій щодо коригування умов фазоутворення доцільно використовувати весь комплекс МФ досліджень поведінки, як площ, так і об’ємів в поверхневих рельєфоутворюючих наноформах. Тільки спільний їх розгляд дозволить виявити фізичні причини, відповідальні за формування такої поверхні, і виробити рекомендації щодо корекції поверхневих властивостей. При обмеженості даних або відсутності такого набору в повному обсязі, на перших, попередніх етапах досліджень, може виявитися, що дані щодо розподілу площ поверхні мікроформ будуть більш інформативними і, отже, кориснішими. Тому ці результати при проведенні МФА слід отримувати та використовувати при виборі умов обробки насамперед.

Не менш важливими параметрами МФ спектра від об’ємів та площі його поверхневих наноформ є параметри фрактальної впорядкованості  $\Delta_S$  та  $\Delta_V$ . Дані про залежність цих параметрів від температури остаточного відпалу в методі золь-гель наведені на рис. 5. Дані рис. 5 показують стійку тенденцію системи зменшення ширини свого МФ спектра з підвищенням температури остаточного відпалу. Такий хід аналізованих залежностей відображає прагнення системи формувати на поверхні “монофрактальні” структури, для яких характерне зменшення параметрів фрактальної впорядкованості та стиснення спектра чисел Реньї. Таким чином, можна стверджувати, що отримані дані про МФ параметри системи кількісно підтвердили, що підвищення температури синтезу шарів у зазначеному діапазоні призводить до підвищення планарності отримуваних шарів, тобто до формування менш “дефектної” поверхні, яка за своєю геометрією стає дедалі ближче до плоскої.

Привертає увагу практично паралельний хід залежностей параметрів упорядкованості з температурою на рис. 5. Це означає, що й для цих параметрів фрактального спектра від об’ємів і площ поверхні синтезованих наноформ, проявляється така сама особливість, як і для відповідних чисел Реньї (рис. 4). Така ситуація може бути розглянута як своєрідне підтвердження існування взаємозв’язку між об’ємними та поверхневими параметрами наноформ, що утворилися на поверхні плівки природним шляхом.

Необхідно також відзначити відносно високі типові величини параметрів фрактального впоряд-

кування  $\Delta_S$  і  $\Delta_V$ , що відповідає значній ширині фрактального спектра від геометричних елементів поверхні. Отримані дані за зазначеними параметрами показують їх типове значення знаходиться на рівні 0,67–0,77, тоді як для досить якісних і однорідних поверхонь полікристалічної епітаксійної плівки Zn–Cd–Te аналогічні параметри не перевищують 0,35 [2, 9].

## 5. Висновки

Обговорення особливостей реалізації МФА та інтерпретації МФ параметрів, які кількісно характеризують геометрію наночасток на поверхні плівок, синтезованих золь-гель технологією в системі ZnO–SiO<sub>2</sub>, дозволяють зробити такі висновки:

1. Знайдено та реалізовано умови отримання високоякісних шарів ZnO–SiO<sub>2</sub> золь-гель методом при різних температурах остаточного відпалу. Поверхня синтезованих шарів вивчена SEM методом залежно від температури їхнього остаточного формування.

2. МФА застосовано для обробки SEM зображень поверхні шарів, отриманих золь-гель методом. Розраховано та проаналізовано МФ спектри від площі поверхні та об'ємів рельєфоутворюючих наночасток, що формуються на поверхні шарів.

3. Вироблено рекомендації щодо забезпечення високої вірогідності розрахунків абсолютних значень фрактальних параметрів від площі поверхні та об'ємів рельєфоутворюючих наночасток. Показано, що найбільша невизначеність при застосуванні МФА до опису поверхневого рельєфу пов'язана з коректним вибором розмірів зображення, по якому виконується фрактальне усереднення.

4. Взяття до уваги зазначених особливостей реалізації МФА та інтерпретації отримуваних МФ параметрів дозволило показати наявність кореляції між числами Реньї, параметрами розупорядкування та технологічними умовами проведення процесу остаточного відпалу шарів у системі ZnO–SiO<sub>2</sub>. Аналіз взаємозв'язків між МФ параметрами та температурою синтезу шарів дозволив кількісно підтвердити факт отримання шарів з більш високим ступенем їхньої фрактальної симетрії, тобто більш структурно досконалих, у разі підвищення температури відпалу від 200 до 500 °C.

5. Отримані дані про взаємозв'язок МФ параметрів поверхні шарів ZnO з температурою їх від-

палу дозволяють обґрунтувати вибір умов проведення технологічного процесу формування гетероструктур на основі надтонких плівок завтовшки на рівні 0,1 мкм із заданим поверхневим рельєфом.

Виконання сукупності зазначених рекомендацій дозволить суттєво підвищити вірогідність визначення величин фрактальних параметрів поверхневого нанорельєфу. Останнє буде стимулятором для подальшого використання МФА при створенні ефективних та інформаційно ємних кількісних способів опису стану складних поверхонь та використання таких даних у фізичних та технічних розрахунках.

1. P.P. Moskvina, G.V. Skyba, V.L. Dobriakov, M.A. Kolodii, L.V. Rashkovetskyi, O.F. Kolomys, S.V. Rarata. Sol-gel synthesis, surface morphology and spectral properties of ZnO ultrathin films on a silicon single crystal. *Voprosy Khimii i Khimicheskoi Tekhnologii* **4**, 36 (2018).
2. P. Moskvina, V. Kryzhanivskyy, L. Rashkovetskyi, P. Lytvyn, M. Vuichyk. Multifractal analysis of areas of spatial forms on surface of Zn<sub>x</sub>Cd<sub>1-x</sub>Te–Si (111) heterocompositions. *J. Crystal Growth*. **404**, 204 (2014).
3. P. Moskvina, N. Balytska, P. Melnychuk, V. Rudnitskyi, V. Kyrylovych. Special features in the application of fractal analysis for examining the surface microrelief formed at face milling. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies* **2** (1(86)), 9 (2017).
4. N. Balytska, L. Penter, S. Ihlenfeldt, V. Kryzhanivskyy, P. Melnychuk, P. Moskvina. Multifractal parameterization of a periodic surface microrelief formed at the face milling. 1. The distribution of elements area of surface relief. *Multiscale and Multidiscip. Model. Exp. and Des.* **6**, 561 (2023).
5. J. Feder. *Fractals, Physics of Solids and Liquids* (Plenum Press, 1988).
6. G.V. Vstovsky. Transform information: A symmetry breaking measure. *Found. Phys.* **27** (10), 1413 (1997).
7. A. Coniglio, L. De Arcangelis, H.J. Herrmann. Fractals and multifractals: Applications in physics. *Phys. A Stat. Mech. Appl.* **157** (1), 21 (1989).
8. A.V. Khomenko, I.A. Lyashenko, V.N. Borisyuk. Multifractal analysis of stress time series during ultrathin lubricant film melting. *Fluctuation and Noise Letters* **9** (1), 19 (2010).
9. P. Moskvina, V. Kryzhanivskyy, L. Rashkovetskyi, P. Lytvyn. Multifractals spectrums for volumes of spatial forms on surface of Zn<sub>x</sub>Cd<sub>1-x</sub>Te–Si (111) heterostructures and estimation of the fractal surface energy. *J. Cryst. Growth* **450**, 28 (2016).
10. B.B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature* (Freeman, 1983).
11. Gwyddion. <http://gwyddion.net/> (<http://gwyddion.net/>).

Одержано 14.07.23

*N.O. Balytska, P.P. Moskvyn,  
G.V. Skyba, L.V. Rashkovetskyi,  
V.B. Kryzhanivskyi, L.G. Polonskyi*

SPECIFIC FEATURES OF SURFACE RESEARCH  
OF ZnO–SiO<sub>2</sub> FILMS BY MULTIFRACTAL ANALYSIS

On the example of the multifractal (MF) analysis of the images obtained for the surfaces of nanofilms synthesized in the ZnO–SiO<sub>2</sub> system using the sol-gel technology, the specific features of this method relevant for measuring the quantitative surface characteristics have been discussed. As the input information for the implementation of this approach to the description of the surface state, Secondary-Electron Microscopy (SEM) images of the surfaces of specimens synthesized under given conditions are used. Numerical calculations of the generalized partition functions for the area and volume of spatial nanoforms show the linear dependences of those nano-geometric parameters of the surface on spatial dimensions, which is the main proof of their self-similarity and fractal symmetry. The neces-

sity to enhance the reliability of determining the parameters of MF spectra is emphasized, and the factors responsible for the accuracy of the calculated absolute values of the Rényi numbers are analyzed. Recommendations have been made to minimize errors in order to obtain the most reliable data for the MF surface parameters. The dependences of the Rényi numbers on the temperature of the sol-gel synthesis of ZnO–SiO<sub>2</sub> layers are presented. For the further implementation of the multifractal analysis (MFA) results in physical calculations, the attention is attracted to the necessity of a correct choice of those Rényi numbers that include the required information about the simulated fractal parameter. The physical origins for the appearance of a relation between, on the one hand, the parameters of MF spectra for the surface area and the volume of nanoforms formed on the film surface and, on the other hand, the conditions of their synthesis have been discussed.

*Keywords:* nanorelief, multifractal analysis, determination errors of Rényi numbers, sol-gel technology, nanolayer surface.