

В.О. НЕСТЕРОВ

Інститут ядерних досліджень НАН України  
(Просп. Науки, 47, Київ 03680; e-mail: v.nest.v@gmail.com)**ПОТЕНЦІАЛ МОДИФІКОВАНОГО  
МЕТОДУ ТОМАСА–ФЕРМІ ТА ЙОГО  
АНАЛІТИЧНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ НА ПРИКЛАДІ  
ВЗАЄМОДІЇ  $^{16}\text{O}$  ТА ІЗОТОПІВ  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$** 

УДК 539.1, 539.17

Густини розподілу нуклонів і потенціали ядро-ядерної взаємодії для ядра  $^{16}\text{O}$  та ізотопів  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$  було розраховано в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі, з урахуванням усіх доданків до членів другого порядку по  $\hbar$  у квазикласичному розкладі кінетичної енергії. В ролі нуклон-нуклонної взаємодії використовувалися сили Скірма, залежні від густини нуклонів. Для одержаного потенціалу знайдено вдалу параметризацію, що дозволяє представити його в аналітичній формі.

**Ключові слова:** потенціал ядро-ядерної взаємодії, модифікований метод Томаса–Фермі, розподіл густини нуклонів, кор відштовхування, аналітичне представлення.

**1. Вступ**

Протягом усього часу існування теоретичної ядерної фізики одним з основних її завдань було вивчення особливостей взаємодії атомних ядер. Для розрахунку таких фундаментальних характеристик ядерних реакцій, як перерізи різних процесів, спочатку необхідно знати потенціальну енергію ядерної взаємодії [1–4]. З цієї точки зору особливий інтерес становить інформація про величину та радіальну залежність потенціалу взаємодії на малих відстанях між ядрами.

На жаль, потенціал нуклон-нуклонної взаємодії, особливо її ядерної частини, нині не досить чітко визначено. Загалом можна сказати, що якісно його можна розділити на ядерну, кулонівську та

відцентрову частини, де властивості двох останніх вже досить добре вивчені. Але ситуація з ядерною частиною набагато складніша. В даний час для її апроксимації використовується велика кількість різних моделей [1–25], а висоти бар'єра в потенціалі ядро-ядерної взаємодії, що впливають на механізм ядерних реакцій, у межах цих моделей можуть істотно відрізнятись. З цієї причини інформація про потенціал ядро-ядерної взаємодії та висоти бар'єрів є принципово важливою для опису процесу реакції.

З усіх методів, які використовуються для побудови потенціалу ядро-ядерної взаємодії, для нашої роботи ми вибрали квазикласичний підхід. У цьому підході розподіл нуклонної та енергетичної густини розраховується за модифікованим методом Томаса–Фермі із залежними від густини силами Скірма [4, 7, 8, 10, 11, 13–25]. На даний момент існує велика кількість успішних параметризацій взаємодії Скірма. У своїй роботі ми використовуємо параметризацію SkP [32], при цьому квазикласичний розклад кінетичної енергії за ступенями  $\hbar$  враховує всі можливі доданки до  $\hbar^2$ . Попередні розрахунки для конкретних ядерних задач, проведені як нами,

Цитування: Нестеров В.О. Потенціал модифікованого методу Томаса–Фермі та його аналітичне представлення на прикладі взаємодії  $^{16}\text{O}$  та ізотопів  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$ . *Укр. фіз. журн.* **68**, № 2, 73 (2023).

Citation: Nesterov V.A. Potential of the modified Thomas–Fermi method and its analytical representation by the example of  $^{16}\text{O}$  nucleus interaction with  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$  isotopes. *Ukr. J. Phys.* **68**, No. 2, 73 (2023). <https://doi.org/10.15407/ujpe68.2.73>.

так і іншими авторами, свідчать, що це досить точне наближення, яке ми і будемо використовувати в подальшій роботі. За таких умов модифікований підхід Томаса–Фермі із силами Скірма добре описує розподіл густини нуклонів, енергії зв'язку, середньоквадратичні радіуси та багато інших характеристик основного та збудженого станів атомних ядер [26–32].

У модифікованому наближенні Томаса–Фермі із силами Скірма потенціал взаємодії між ядрами на малих відстанях між поверхнями ядер, що зіштовхуються, демонструє потенціальний бар'єр, який пов'язано з кулонівським відштовхуванням ядер та ядерним притяганням. При подальшому зменшенні відстані між ядрами від радіуса бар'єра потенціальна енергія плавно збільшується. Однак, у модифікованому наближенні Томаса–Фермі із силами Скірма ядро-ядерний потенціал на досить малих відстанях між ядрами, коли густини ядер суттєво прикриваються, має відштовхувальний кор [7, 10, 13, 14, 17–22]. Цей відштовхувальний кор пов'язаний зі значною величиною нестисливості ядерної матерії [13, 14, 19, 22]. Відмітимо, що відштовхування потенціалу на малих відстанях між ядрами існує в потенціалі проксиміті [5] та у мікроскопічному підході [11, 16, 21]. Пружне розсіювання з урахуванням кору потенціалу розглядалося у роботах [13, 14, 19, 22–25, 35, 36]. Також вплив відштовхувального доданка потенціалу дозволив описати глибоко-підбар'єрне пригнічення злиття важких ядер [37–39].

У розділі 2 та 3 наведено математичний апарат, що необхідний для реалізації вибраного підходу. Розділ 4 містить обговорення отриманих результатів та наших висновків відповідно.

## 2. Розрахунок потенціалу в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі

Як вже зазначалося, потенціал ядро-ядерної взаємодії  $V(R)$  складається з ядерної  $V_N(R)$ , кулонівської  $V_{\text{COUL}}(R)$  та відцентрової  $V_l(R)$  компонент, що залежні від відстані  $R$  між центрами мас ядер:

$$V(R) = V_N(R) + V_{\text{COUL}}(R) + V_l(R). \quad (1)$$

Для кулонівської та відцентрової частин нами було використано загально відомі вирази, які можуть бути знайдені, зокрема, у роботах [20, 23, 24].

Розрахуємо ядерну частину  $V_N(R)$  потенціалу взаємодії в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі з урахуванням усіх членів другого порядку за  $\hbar$  у напівкласичному розкладі кінетичної енергії [4, 7, 8, 10, 11, 13–25]. В ролі нуклон-нуклонної взаємодії будемо використовувати залежні від густини сили Скірма, а саме параметризацію SkP [32]. У наших розрахунках ми маємо справу з наближенням “заморожених” густин, яке цілком застосовне для енергій, що лежать в околі бар'єра.

Потенціал ядро-ядерної взаємодії визначається як різниця між енергіями системи двох ядер, коли вони розташовані на кінцевій  $E_{12}(R)$  та нескінченній  $E_{1(2)}$  відстані одне від одного [8, 10]:

$$V(R) = E_{12}(R) - (E_1 + E_2). \quad (2)$$

Зауважимо, що енергія системи на нескінченній відстані є сумою енергій зв'язку для окремих ядер:

$$E_{12} = \int \epsilon [\rho_{1p}(\mathbf{r}) + \rho_{2p}(\mathbf{r}, R), \rho_{1n}(\mathbf{r}) + \rho_{2n}(\mathbf{r}, R)] d\mathbf{r}, \quad (3)$$

$$E_{1(2)} = \int \epsilon [\rho_{1(2)p}(\mathbf{r}), \rho_{1(2)n}(\mathbf{r})] d\mathbf{r}. \quad (4)$$

Тут через  $\rho_{1(2)n}$  та  $\rho_{1(2)p}$  ми позначили нейтронну або протонну густину ядра 1(2) відповідно,  $\epsilon[\rho_{1(2)p}(\mathbf{r}), \rho_{1(2)n}(\mathbf{r})]$  являє собою густину енергії, через  $R$  позначено відстань між центрами мас ядер.

Густину енергії ми можемо розглядати як суму кінетичної, потенціальної та кулонівської частин, за використання сил Скірма її вигляд добре відомий [24–28, 30, 32]:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_{\text{kin}} + \epsilon_{\text{pot}} + \epsilon_{\text{coul}} = \\ &= \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \frac{1}{2} t_0 \left[ \left(1 + \frac{1}{2} x_0\right) \rho^2 - \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \\ &+ \frac{1}{12} t_3 \rho^\alpha \left[ \left(1 + \frac{1}{2} x_3\right) \rho^2 - \left(x_3 + \frac{1}{2}\right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \\ &+ \frac{1}{4} \left[ t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1\right) + t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2\right) \right] \tau \rho + \\ &+ \frac{1}{4} \left[ t_2 \left(x_2 + \frac{1}{2}\right) - t_1 \left(x_1 + \frac{1}{2}\right) \right] (\tau_n \rho_n + \tau_p \rho_p) + \\ &+ \frac{1}{16} \left[ 3t_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_1\right) - t_2 \left(1 + \frac{1}{2} x_2\right) \right] (\nabla \rho)^2 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{16} \left[ 3t_1 \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) + t_2 \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) \right] ((\nabla \rho_p)^2 + (\nabla \rho_n)^2) + \\
 & + \frac{1}{2} W_0 [J \nabla \rho + J_n \nabla \rho_n + J_p \nabla \rho_p] + \epsilon_{\text{coul}}. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Через  $\epsilon_{\text{kin}}$  ми позначили густину кінетичної енергії, яка є першим доданком у виразі,  $\epsilon_{\text{pot}}$  – потенційної, а  $\epsilon_{\text{coul}}$  є густиною кулонівської енергії,  $\rho$  є повною густиною нуклонів  $\rho_n + \rho_p$ . Величини  $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, \alpha, W_0$  являють собою параметри взаємодії Скірма. Доданки, пропорційні  $t_0$  та  $t_3$ , відповідають силам нульового радіуса дії. Доданок, пропорційний  $t_0$ , пов'язаний з притяганням, на той час як доданок з  $t_3$  задає відштовхування і зростає по мірі збільшення густини ядерної речовини. Це запобігає колапсу ядерних систем. Доданки, пропорційні  $t_1$  та  $t_2$ , вносять поправку на скінченність радіуса дії ядерних сил. При збільшенні величини нуклонної густини внесок цих членів до загальної енергії зростає. Константи  $x_0, x_1, x_2$  та  $x_3$  описують обмінні ефекти і пов'язані зі спіновою та ізоспіновою асиметріями,  $W_0$  є константою спин-орбітальної взаємодії.

Густина кінетичної енергії з точністю до членів другого порядку по  $\hbar$  має вигляд  $\tau = \tau_{\text{TF}} + \tau_2$  [7, 8, 10, 11, 24, 27, 28], де, в свою чергу,  $\tau = \tau_n + \tau_p$  – сума густин кінетичних енергій протонів і нейтронів. Тут [27, 28]

$$\tau_{\text{TF},n(p)} = k \rho_{n(p)}^{5/3} \quad (6)$$

є густиною кінетичної енергії нейтронів (протонів) у наближенні Томаса–Фермі,  $k = \frac{3}{5}(3\pi^2)^{2/3}$ , а  $\tau_2$  – повний вираз для градієнтної поправки другого порядку по  $\hbar$  [27, 28]:

$$\begin{aligned}
 \tau_{2n(p)} = & b_1 \frac{(\nabla \rho_{n(p)})^2}{\rho_{n(p)}} + b_2 \nabla^2 \rho_{n(p)} + \\
 & + b_3 \frac{\nabla f_{n(p)} \nabla \rho_{n(p)}}{f_{n(p)}} + b_4 \rho_{n(p)} \frac{\nabla^2 f_{n(p)}}{f_{n(p)}} + \\
 & + b_5 \rho_{n(p)} \frac{(\nabla f_{n(p)})^2}{f_{n(p)}^2} + \frac{b_6}{h_m^2} \rho_{n(p)} \left( \frac{\mathbf{W}_{n(p)}}{f_{n(p)}} \right)^2, \quad (7)
 \end{aligned}$$

у якій  $b_1 = 1/36$ ,  $b_2 = 1/3$ ,  $b_3 = 1/6$ ,  $b_4 = 1/6$ ,  $b_5 = -1/12$  та  $b_6 = 1/2$  – числові коефіцієнти,  $h_m = \hbar^2/2m$ , останній доданок у формулі (9) пов'язаний з урахуванням спин-орбітальної взаємодії. Також введені позначення:

$$\mathbf{W}_{n(p)} = \frac{\delta \epsilon(r)}{\delta \mathbf{J}_{n(p)}(r)} = \frac{W_0}{2} \nabla(\rho + \rho_{n(p)}), \quad (8)$$

а величина  $f_{n(p)}$  виражається через параметри сил Скірма:

$$\begin{aligned}
 f_{n(p)} = & 1 + \frac{2m}{\hbar^2} \left[ \frac{1}{4} \left[ t_1 \left( 1 + \frac{x_1}{2} \right) + t_2 \left( 1 + \frac{x_2}{2} \right) \right] \rho + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{4} \left[ t_2 \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) - t_1 \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) \right] \rho_{n(p)} \right], \quad (9)
 \end{aligned}$$

де  $x_1, x_2, t_1, t_2, W_0$  є константами сил Скірма і залежать від вибору параметризації. Внесок доданка Томаса–Фермі є домінуючим, особливо в об'ємі ядра, але на поверхні ядра градієнтні поправки починають відігравати суттєву роль.

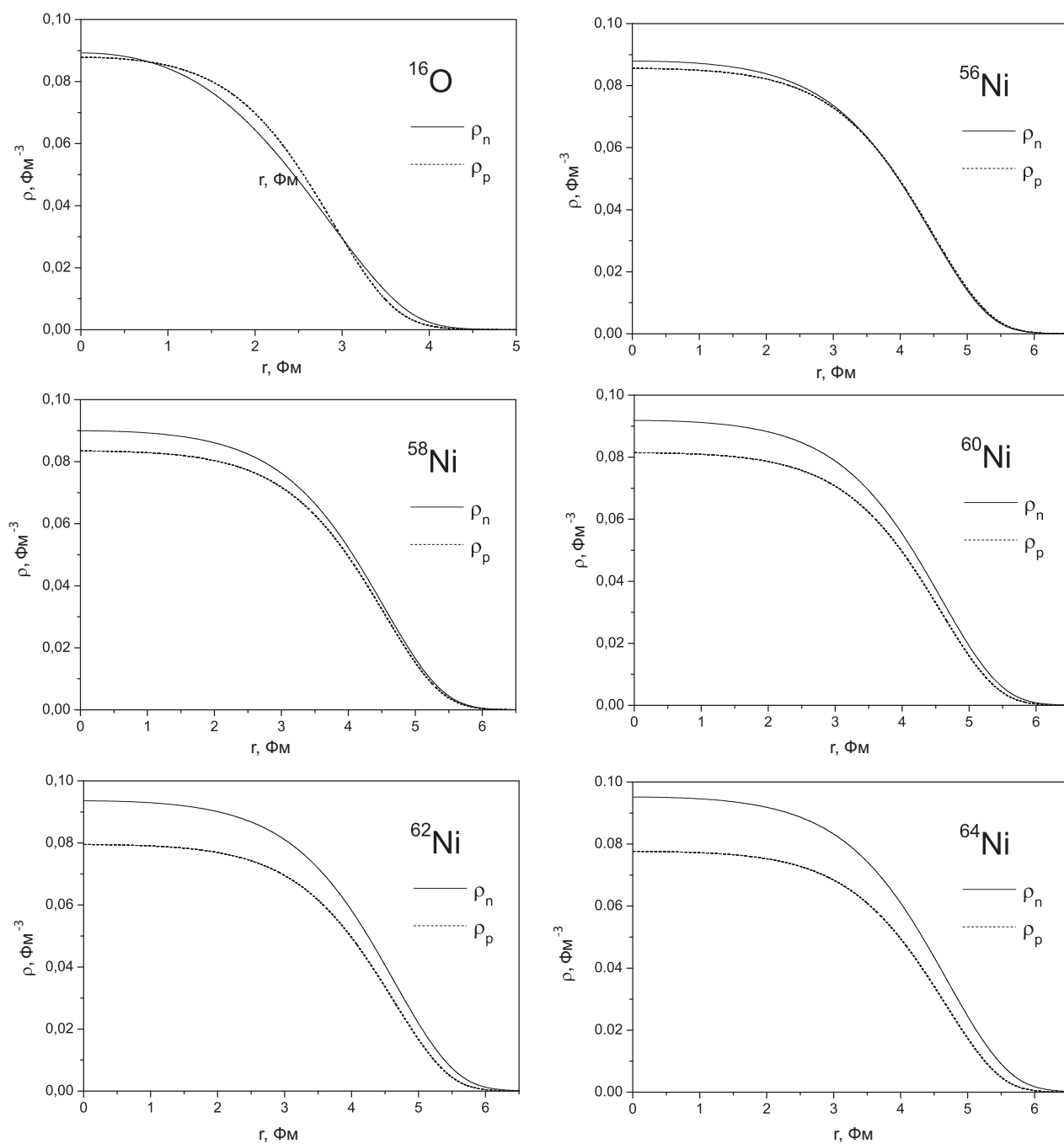
Енергію кулонівської взаємодії  $E_{\text{coul}}$  ми можемо побудувати у наближенні взаємодії двох рівномірно заряджених сфер, яке докладно розглядалося у роботі [40]. Нехай  $Q_1$  та  $Q_2$  – заряди сфер ( $Q_{1(2)} = e Z_{1(2)}$ ),  $R_1$  та  $R_2$  – їх радіуси, а  $R$  – відстань між центрами. Тоді для кулонівського доданку  $E_{\text{coul}}$  розглядаємо три випадки:

$$\begin{cases} 1. \frac{3}{2} \frac{Q_1 Q_2}{R_1^3} \left( R_1^2 - \frac{1}{3} R^2 - \frac{1}{5} R_2^2 \right), \\ 2. \frac{Q_1 Q_2}{R} \left[ 1 - \frac{y^4}{160 R_1^3 R_2^3} (y^2 - 6y(R_1 + R_2) + 30R_1 R_2) \right], \quad y = R_1 + R_2 - R, \\ 3. \frac{Q_1 Q_2}{R}, \end{cases} \quad (10)$$

що відповідають відстаням  $0 \leq R \leq R_1 - R_2$ ,  $R_1 - R_2 \leq R \leq R_1 + R_2$  та  $R_1 + R_2 \leq R$  відповідно.

В даній роботі будемо розглядати взаємодію ядра  $^{16}\text{O}$  та ізотопів  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$ , розраховавши для цих систем потенціал ядро-ядерної взаємодії в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі. Для цього перш за все необхідно знати густини розподілу нуклонів у взаємодіючих ядрах. Ми будемо використовувати нуклонні густини, одержані в рамках цього ж модифікованого підходу Томаса–Фермі з силами Скірма, для яких будемо застосовувати параметризацію SkP [32]. Густини розподілу нуклонів для ядер  $^{16}\text{O}$  та ізотопів  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$ , одержані у такий спосіб, показано на рис. 1.

Знаючи нуклонні густини, отримуємо вираз для густини енергії та розраховуємо потенціал ядро-ядерної взаємодії в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі із силами Скірма (1)–(9). На рис. 2 наведено отримані нами повні потенціали



**Рис. 1.** Густина розподілу нуклонів для ядер  $^{16}\text{O}$  та ізоотопів  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$ , одержані в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі

взаємодії для ядра  $^{16}\text{O}$  та ізоотопів  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$ , а на рис. 3 можна побачити їх ядерну частину. Одержані потенціали мають цілком реалістичну форму,

демонструючи на малих відстанях наявність суттєвого кору відштовхування, також можемо відзначити їх закономірну ізоотопічну поведінку.

### 3. Аналітичне представлення потенціалу взаємодії

Заради зручності проведення розрахунків було би дуже корисним представити отриманий нами потенціал таким чином, аби мати змогу працювати з ним в аналітичній формі. При цьому для адекватного опису параметрів ядерних реакцій дуже важливим є врахування кору відштовхування, що накладає певні вимоги на форму параметризації потенціалу. З огляду на це, традиційна форма параметризації Вудса–Саксона нас не може влаштувати. Для того, аби надати нашому аналітичному потенціалу більш реалістичного вигляду, врахуємо у ньому ще один доданок, за формою аналогічний виразу для кінетичної енергії у методі Томаса–Фермі, який повинен забезпечити необхідне відштовхування на малих відстанях. Це ми робимо за певною аналогією з тим, що робили в [20], де працювали з потенціалами подвійної згортки, значним чином покращивши в такий спосіб отримані результати. Тобто, загальний вираз для потенціалу набуває вигляду

$$V_{FIT}(R) = V_{WS}(R) + V_{kin}(R). \quad (11)$$

Тут  $V_{WS}(R)$  є загально відомою формою потенціалу Вудса–Саксона

$$V_{WS}(R) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{(R-R_0)}{d_0}}}, \quad (12)$$

а  $V_{kin}(R)$  являє собою кінетичний доданок у формі методу Томаса–Фермі. У методі Томаса–Фермі кінетична енергія пропорційна  $\rho^{5/3}$  (6), тому кінетичний доданок у потенціал апроксимуємо, використовуючи для густини загальновідомий розподіл Фермі:

$$V_{kin}(R) = \left( \frac{-V_c}{1 + e^{\frac{(R-C)}{a}}} \right)^{5/3}. \quad (13)$$

В результаті наш аналітичний потенціал набуває остаточного вигляду:

$$V_{FIT}(R) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{(R-R_0)}{d_0}}} + \left( \frac{-V_c}{1 + e^{\frac{(R-C)}{a}}} \right)^{5/3}. \quad (14)$$

В формулі (14) містяться шість параметрів підгонки  $V_0, R_0, d_0, V_c, C, a$ . Значення цих параметрів

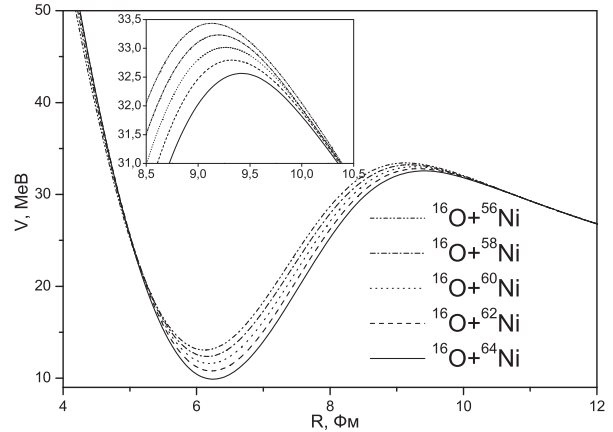


Рис. 2. Повні потенціали ядро-ядерної взаємодії для ядра  $^{16}\text{O}$  та ізоотопів  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$ , одержані в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі, з урахуванням кулонівської енергії у формі (10)

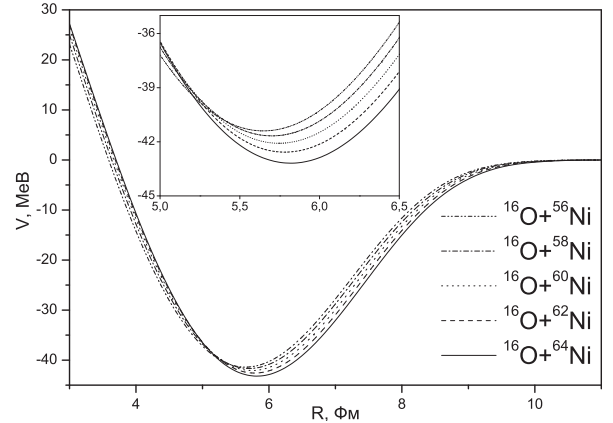
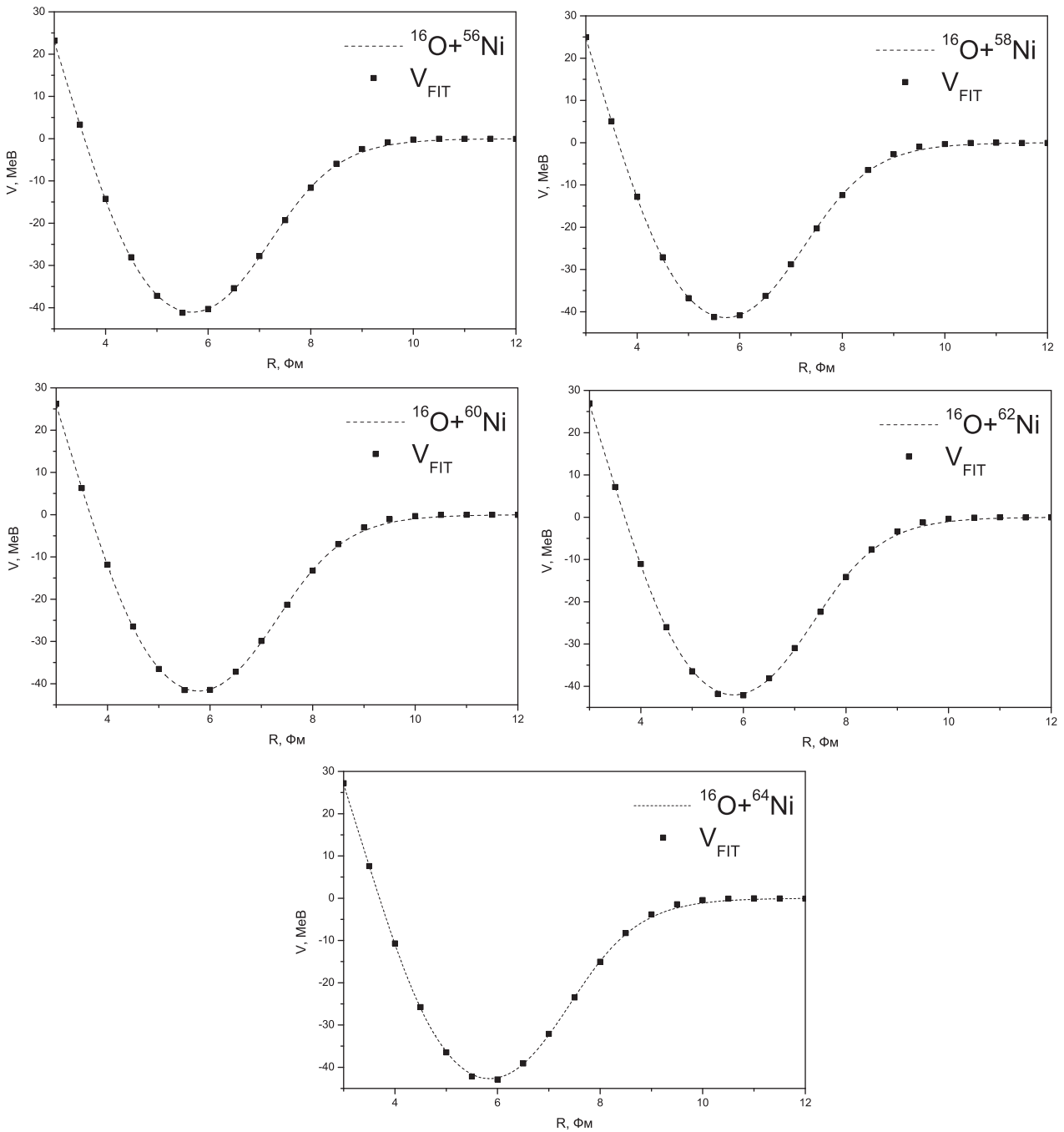


Рис. 3. Ядерна частина потенціалів ядро-ядерної взаємодії для ядра  $^{16}\text{O}$  та ізоотопів  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$ , одержаних в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі

#### Параметри аналітичного представлення потенціалу для розглядуваних реакцій

Реакція	$V_0$ , MeB	$r_0$ , фм	$d_0$ , фм	$V_c$ , MeB	$C$ фм	$a$ фм
$^{16}\text{O} + ^{56}\text{Ni}$	50,8174	7,1761	0,6786	19,4348	3,7577	1,0130
$^{16}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$	51,8171	7,2093	0,6872	19,7405	3,7967	1,0347
$^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$	52,2549	7,2590	0,6895	19,7649	3,8381	1,0387
$^{16}\text{O} + ^{62}\text{Ni}$	52,7468	7,3199	0,6912	19,6698	3,8702	1,0339
$^{16}\text{O} + ^{64}\text{Ni}$	53,1439	7,3585	0,6943	19,6309	3,9116	1,0394

знаходимо шляхом мінімізації для максимально точного опису реалістичного потенціалу, знайденого в рамках модифікованого підходу Томаса–



**Рис. 4.** Потенціали ядерно-ядерної взаємодії для  $^{16}\text{O}$  та ізоотопів  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$ , одержані в рамках модифікованого методу Томаса–Фермі, а також представлення відповідного потенціалу в аналітичній формі ( $V_{\text{FIT}}$ ) (14)

Фермі із силами Скірма. Отримані параметри потенціалу для розглядуваних у роботі реакцій наведено у таблиці.

На рис. 4 можна побачити апроксимацію виразом (14) ядерної частини потенціалів взаємодії, яка розрахована в рамках модифікованого підхо-

ду Томаса–Фермі із силами Скірма, для взаємодії ядра  $^{16}\text{O}$  та ізотопів  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$ . Апроксимацію вдалося провести настільки точно, що в масштабах графіка відхилення практично непомітні. Таким чином, запропонована форма потенціалу підгонки дуже добре описує реалістичний потенціал взаємодії між ядрами, який отримано у числових розрахунках.

#### 4. Висновки

В роботі було розраховано потенціали взаємодії між ядрами в рамках модифікованого підходу Томаса–Фермі з залежними від густини силами Скірма для ядра  $^{16}\text{O}$  та ізотопів  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$ , при цьому густини нуклонів було отримано в тому самому підході. Для сил Скірма було використано параметризацію SkP [32]. У знайдених потенціалах наявний кор відштовхування, що є важливим, зокрема, при розрахунках поперечного перерізу пружного розсіяння. Знайдено вдалу параметризацію потенціалу ядро-ядерної взаємодії, яка добре описує величину та форму потенціалу модифікованого підходу Томаса–Фермі з залежними від густини силами Скірма, що може бути використана для обчислення конкретних параметрів ядерних реакцій [36].

1. R. Bass. *Nuclear Reactions with Heavy Ion* (Springer-Verlag, 1980) [ISSN 1864-5879].
2. G.R. Satchler. *Direct Nuclear Reactions* (Clarendon Press, 1983) [ISBN-13: 978-0198512691, ISBN-10: 0198512694].
3. P. Frobrich, R. Lipperheide. *Theory of Nuclear Reactions* (Clarendon Press, 1996) [ISBN: 9780198537830].
4. В.Ю. Денисов, В.А. Плюйко. *Проблеми фізики атомного ядра і ядерних реакцій* (Издательско-полиграфический центр “Киевский университет”, 2013).
5. J. Blocki, J.Randrup, W.J. Swiatecki, C.F. Tsang. Proximity forces. *Ann. Phys.* **105**, 427 (1977).
6. W.D. Myers, W.J. Swiatecki. Nucleus-nucleus proximity potential and superheavy nuclei. *Phys. Rev. C* **62**, 044610 (2000).
7. V.Yu. Denisov and V.A. Nesterov. Potential of interaction between nuclei and nucleon-density distribution in nuclei. *Phys. Atom. Nucl.* **69**, 1472 (2006).
8. V.Yu. Denisov. Interaction potential between heavy ions. *Phys. Lett. B* **526**, 315 (2002).
9. H.J. Krappe, J.R. Nix, A.J. Sierk. Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground-state masses and deformations. *Phys. Rev. C* **20**, 992 (1979).
10. V.Yu. Denisov, W. Norenberg. Entrance channel potential in the synthesis of the heaviest nuclei. *Eur. Phys. J. A* **15**, 375 (2002).
11. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution. *Phys. Rev. C* **91**, 024603 (2015).
12. A. Winther. Dissipation, polarization and fluctuation in grazing heavy-ion collisions and the boundary to the chaotic regime. *Nucl. Phys. A* **594**, 203 (1995).
13. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Repulsive core potential and elastic heavy-ion collisions. *Yad. Fiz.* **73**, 429 (2010).
14. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Repulsive core potential and elastic heavy-ion collisions. *Ukr. J. Phys.* **54**, 669 (2009).
15. K.A. Brueckner, J.R. Buchler, M.M. Kelly. New theoretical approach to nuclear heavy-ion scattering. *Phys. Rev. C* **173**, 944 (1968).
16. J. Fleckner, U. Mosel. Antisymmetrization effects in heavy ion potentials. *Nucl. Phys. A* **277**, 170 (1977).
17. O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Nucleus-nucleus potential with repulsive core and elastic scattering. Part 1. Nucleus-nucleus interaction potential. *Yadern. Fiz. Energ.* **11**, No. 1, 25 (2010).
18. O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Nucleus-nucleus potential with repulsive core and elastic scattering. Part 2. The elastic scattering cross sections with and without core. *Yadern. Fiz. Energ.* **11**, No. 1, 33 (2010).
19. В.Ю. Денисов, О.И. Давидовская. Упругое рассеяние тяжелых ионов и ядерно-ядерный потенциал с отталкивающим кором. *Изв. РАН Сер. Физ.* **74** (4), 611 (2010).
20. O.I. Davidovskaya, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Effective nucleus-nucleus potential with the contribution of the kinetic energy of nucleons, and the cross-sections of elastic scattering and subbarrier fusion. *Ukr. J. Phys.* **62**, 473 (2017).
21. V.A. Nesterov. Effect of the Pauli exclusion principle and the polarization of nuclei on the potential of their interaction for the example of the  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  system. *Phys. At. Nucl.* **76**, 577 (2013).
22. V.Yu. Denisov, O.I. Davidovskaya. Elastic  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  scattering and nucleus-nucleus potential with a repulsive core. *Ukr. J. Phys.* **55**, 861 (2010).
23. О.І. Давидовська, В.Ю. Денисов, В.О. Нестеров. Ядерно-ядерний потенціал, перерізи пружного розсіяння та підбар'єрного злиття для системи  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ . *Яд. Фіз. та Енер.* **19**, 203 (2018).
24. O.I. Davydovska, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Comparison of the nucleus-nucleus potential evaluated in the double-folding and energy density approximations and the cross-sections of elastic scattering and fusion of heavy ions. *Nucl. Phys. A* **989**, 214 (2019).
25. В.О. Нестеров, О.І. Давидовська, В.Ю. Денисов. Розрахунки перерізів підбар'єрного злиття та пружного розсіяння важких іонів за допомогою модифікованого Томаса–Фермі із силами Скірма. *Яд. Фіз. та Енер.* **20** (4), 349 (2019).

26. P. Ring and P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, 1980) [ISBN: 978-3-540-21206-5].
27. M. Brack, C. Guet, H.B. Hakanson. Self-consistent semiclassical description of average nuclear properties – a link between microscopic and macroscopic models. *Phys. Rep.* **123**, 275 (1985).
28. M. Brack and R.K. Bhaduri, *Semiclassical Physics* (Addison-Wesley Publ. Co, 1997) [ISBN-10: 0813340845; ISBN-13: 978-0813340845].
29. V.M. Strutinsky, A.G. Magner, V.Yu. Denisov. Density distributions in nuclei. *Z. Phys. A* **322**, 149 (1985).
30. J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, P.G. Reinhard. Pairing interaction and self-consistent densities in neutron-rich nuclei. *Nucl. Phys. A* **693**, 361 (2001).
31. D. Vautherin, D.M. Brink. Hartree–Fock calculations with Skyrme’s interaction. I. Spherical nuclei. *Phys. Rev. C* **5**, 626 (1972).
32. J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, H.B. Hakansson. Towards a better parametrisation of Skyrme-like effective forces: A critical study of the SkM force. *Nucl. Phys. A* **386**, 79 (1982).
33. S.A. Fayans, S.V. Tolokonnikov, E.L. Trykov, D. Zawischac. Nuclear isotope shifts within the local energy-density functional approach. *Nucl. Phys. A* **676**, 49 (2000).
34. J.W. Negele. The mean-field theory of nuclear structure and dynamics. *Rev. Mod. Phys.* **54**, 913 (1982).
35. O.I. Davydovska, V.A. Nesterov, V.Yu. Denisov. The nucleus-nucleus potential within the extended Thomas–Fermi method and the cross-sections of subbarrier fusion and elastic scattering for the systems  $^{16}\text{O} + ^{58,60,62,64}\text{Ni}$ . *Nucl. Phys. A* **1002**, 121994 (2020).
36. V.A. Nesterov, O.I. Davydovska, V.Yu. Denisov. Elastic scattering cross-sections obtained on the basis of the potential of the modified Thomas–Fermi method and taking the core into account. *Ukr. J. Phys.* **67** (9), 645 (2022).
37. A. Mukherjee, D.J. Hinde, M. Dasgupta, K. Hagino, J.O. Newton, R.D. Butt. Failure of the Woods–Saxon nuclear potential to simultaneously reproduce precise fusion and elastic scattering measurements. *Phys. Rev. C* **75**, 044608 (2007).
38. C.R. Morton, A.C. Berriman, M. Dasgupta, D.J. Hinde, J.O. Newton, K. Hagino, I.J. Thompson. Coupled-channels analysis of the  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  fusion barrier distribution. *Phys. Rev. C* **60**, 044608 (1999).
39. M. Dasgupta, D.J. Hinde, A. Diaz-Torres, B. Bouriquet, C.I. Low, G.J. Milburn, J.O. Newton. Beyond the coherent coupled channels description of nuclear fusion. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 192701 (2007).
40. S.Ya. Goroshenko, A.V. Nesterov, V.A. Nesterov. Complete numerical calculation of the interaction energy for two uniformly charged spheroids. Example of heavy ions. *Nucl. Phys. At. Energy* **21**, 13 (2020).

Одержано 01.02.23

V.A. Nesterov

POTENTIAL OF THE MODIFIED THOMAS–FERMI METHOD AND ITS ANALYTICAL REPRESENTATION BY THE EXAMPLE OF  $^{16}\text{O}$  NUCLEUS INTERACTION WITH  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$  ISOTOPES

Nucleon density distributions and nucleus-nucleus interaction potentials of the  $^{16}\text{O}$  nucleus with the  $^{56,58,60,62,64}\text{Ni}$  isotopes have been calculated in the framework of the modified Thomas–Fermi method, i.e., considering all terms up to the second order in  $\hbar$  in the quasi-classical series expansion of the kinetic energy. Skyrme forces dependent on the nucleon density are used as the nucleus-nucleus interaction. A successful parametrization of the obtained potential has been found, which allowed the latter to be presented in an analytical form.

*Keywords:* nucleus-nucleus interaction potential, modified Thomas–Fermi method, nucleon density distribution, repulsive core, analytical representation.