

О.А. БУРИЙ,<sup>1</sup> Д.М. ВИННИК,<sup>1</sup> Т.І. ВОРОНЯК,<sup>2</sup> І.В. СТАСИШИН,<sup>1,2</sup> А.Т. РАТИЧ,<sup>1</sup>  
А.С. АНДРУЩАК<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Національний університет "Львівська політехніка"  
(Вул. Степана Бандери, 12, Львів 79000)

<sup>2</sup> Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України  
(Вул. Наукова, 5, Львів 79060)

## РОЗПОВСЮДЖЕННЯ АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ У КРИСТАЛАХ ВОЛЬФРАМАТУ КАЛЬЦІЮ

УДК 539

На основі розв'язку рівняння Кристоффеля побудовано поверхні фазових швидкостей для квазіпоздовжньої, квазіпоперечної швидкої та квазіпоперечної повільної акустичних хвиль (АХ) у кристалі  $\text{CaWO}_4$ , визначено екстремальні значення швидкості для кожного типу АХ та напрямки, в яких вони реалізуються. Показано, що максимальне знесення АХ відбувається під час її розповсюдження в площині (001), при цьому для квазіпоперечних АХ значення кута знесення може досягати величини близько  $45^\circ$ , а для квазіпоздовжньої – близько  $18^\circ$ . Визначено квадратичні коефіцієнти анізотропії  $W_1$  та  $W_2$  для різних напрямків розповсюдження АХ. Показано, що в кристалі існують такі напрямки поширення квазіпоперечних АХ, для яких розбіжність (квадратичний коефіцієнт анізотропії  $|W_2|$ ) значно перевищує ту, яка мала б місце у випадку ізотропного середовища. Визначено напрям, в якому під час поширення квазіпоперечної повільної АХ анізотропія спричиняє додаткове фокусування акустичного пучка, тоді як для квазіпоперечної швидкої АХ, навпаки, – додаткову розбіжність. Наведено результати експериментальних значень швидкостей та кутів знесення АХ, які підтверджують достовірність отриманих розрахункових даних.

**Ключові слова:** акустична хвиля, рівняння Кристоффеля, знесення акустичної хвилі.

### 1. Вступ

Кристал вольфрамату кальцію  $\text{CaWO}_4$  із структурою шееліту (клас симетрії 4/m) є відомим матеріалом для застосувань у сцинтиляційній [1, 2] та люмінесцентній дозиметрії [3, 4], оптоелектронних пристроях [5, 6] та лазерах [7, 8]. Разом із тим, на основі досліджень п'єзооптичних, пружнооптичних та акустооптичних характеристик кристала  $\text{CaWO}_4$  у роботах [9, 10] можна зробити висновок про перспективність застосування цього матеріалу в акустооптичних пристроях, зокрема тих, що застосовуються у ультрафіолетовій області спектра (до 130 нм). Так, за оцінкою роботи [9], величина коефіцієнта акустооптичної якості для цього ма-

теріалу становить  $M_2 = 14,0 \cdot 10^{-15} \text{ с}^3/\text{кг}$ , що є співмірним із теоретично максимально досяжним значенням  $M_2$  для ніобату літію ( $15,9 \cdot 10^{-15} \text{ с}^3/\text{кг}$ ) та майже на порядок перевищує  $M_2$  для кварцу.

Для проектування акустооптичних пристроїв важливими є також властивості матеріалів, пов'язані з розповсюдженням у ньому акустичних хвиль (АХ), а саме: швидкості розповсюдження акустичних хвиль різної поляризації, величина затухання хвилі, кут зносу, дифракційна розбіжність акустичного пучка тощо. При аналізі процесів розповсюдження АХ в анізотропних середовищах слід враховувати, що дифракційна розбіжність в них може бути сильнішою за розбіжність у ізотропному середовищі. Так, розбіжність акустичного пучка у кристалі парателуриту  $\text{TeO}_2$  у 60 разів перевищує дифракційну границю [11]. Відомо також, що кути зносу акустичних хвиль для багатьох кристалів можуть досягати десятків градусів [12], що також обов'язково має бути враховано при розробці акустооптичного пристрою. Однак, для кристала  $\text{CaWO}_4$  докладний аналіз особливостей розповсю-

Цитування: Бурій О.А., Винник Д.М., Вороняк Т.І., Сташишин І.В., Ратич А.Т., Андрущак А.С. Розповсюдження акустичних хвиль у кристалах вольфрамату кальцію. *Укр. фіз. журн.* **68**, № 2, 92 (2023).

Citation: Buryi O.A., Vynnyk D.M., Vroniak T.I., Stasyshyn I.V., Ratych A.T., Andrushchak A.S. Propagation of acoustic waves in calcium tungstate crystals. *Ukr. J. Phys.* **68**, No. 2, 92 (2023). <https://doi.org/10.15407/ujpe68.2.92>.

дження акустичних хвиль не проводився (розрахунки роботи [9] хоча й включали в себе визначення швидкостей та кутів зносу, не мали загального характеру з точки зору опису акустичних властивостей кристала). Через це у даній роботі нами було проведено теоретичний розрахунок швидкостей розповсюдження акустичних хвиль, їх кутів зносу та дифракційної розбіжності в кристалах  $\text{CaWO}_4$ , і, крім того, для підтвердження цих розрахунків проведено експериментальні вимірювання швидкостей акустичних хвиль і кутів зносу для основних напрямків у цих кристалах.

## 2. Теоретичне дослідження особливостей поширення акустичних хвиль та їх аналіз

В основу аналізу особливостей поширення АХ у кристалі  $\text{CaWO}_4$  покладено рівняння Кристоффеля, яке визначає швидкості акустичної хвилі та одиничні вектори поляризації цієї хвилі  $\mathbf{f}_q$  для кожного напрямку її хвильової нормалі  $\mathbf{a}$  [12]:

$$(\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{c}}\hat{\mathbf{a}})\mathbf{f}_q = \rho V_q^2 \mathbf{f}_q. \quad (1)$$

Тут  $\rho$  – густина матеріалу,  $V$  – швидкість АХ,  $\hat{\mathbf{c}}$  – тензор коефіцієнтів пружності, ненульовими компонентами якого є (в од.  $10^{11}$  Па):  $c_{11} = c_{22} = 1,43$ ,  $c_{12} = 0,554$ ,  $c_{13} = c_{23} = 0,504$ ,  $c_{16} = -c_{26} = 0,221$ ,  $c_{33} = 1,28$ ,  $c_{44} = c_{55} = 0,340$ ,  $c_{66} = 0,449$  і зв'язані з ними шляхом перестановки індексів [13].

Кут знесення АХ  $\gamma_a$  а розраховується згідно з [12]:

$$\cos \gamma_a = \frac{\mathbf{a}\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}, \quad (2)$$

де  $\mathbf{u}$  – вектор променевої швидкості пружної хвилі,

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{f}_q \hat{\mathbf{c}} \mathbf{f}_q \mathbf{a}}{\rho V_q}. \quad (3)$$

### 2.1. Швидкості поширення акустичних хвиль

Як відомо, [12], просторовий розподіл швидкостей акустичних хвиль  $V$  представляють у вигляді поверхонь фазових швидкостей, при побудові яких у кожному з напрямків, що задається радіусом-вектором поверхні, відкладається відповідна йому величина фазової швидкості. При цьому для загальності аналізу слід розглянути три стани поляризації хвиль, що розповсюджуються в кожно-

му напрямку, а саме квазіпоздовжню (QL), квазіпоперечну швидку (QTF) та квазіпоперечну по-вільну (QTS) акустичних хвиль. Поверхні фазових швидкостей для кристала  $\text{CaWO}_4$ , розраховані на основі рівняння Кристоффеля (1), представлено у табл. 1. У таблиці також зазначено максимальну та мінімальну швидкості для акустичної хвилі кожного з типів поляризації, а також (у дужках) значення кутів сферичної системи координат  $\theta_a$  та  $\phi_a$ , які визначають відповідний напрямок поширення акустичної хвилі.

Оскільки симетрія поверхні фазової швидкості відповідає симетрії кристала ( $4/m$ ), то в цій таблиці наводяться значення кутів лише для одного з напрямків; інші можуть бути встановлені за допомогою використання відповідних операцій симетрії.

В табл. 2 наведено розраховані значення швидкостей акустичних різної поляризації для деяких вибраних напрямків їх розповсюдження.

### 2.2. Кути знесення акустичних хвиль

Поверхні кутів знесення акустичних  $\gamma$  будувалися нами за аналогією до поверхонь фазових швидкостей. Максимальні кути знесення, а також величини кутів сферичної системи координат  $\theta_\gamma$  та  $\phi_\gamma$ , що визначають відповідний напрямок розповсюдження акустичної хвилі, наведено в табл. 3.

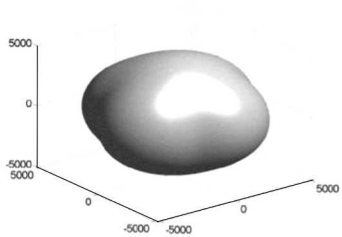
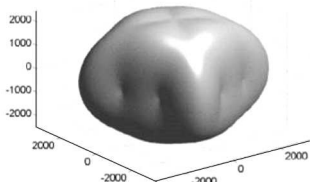
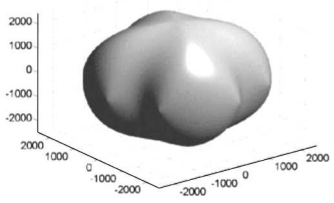
Як свідчать дані, наведені у табл. 3, максимальне знесення акустичної хвилі має місце під час її поширення в площині (001), при цьому для квазіпоперечних АХ значення кута зносу може досягати приблизно  $45^\circ$ , тоді як для квазіпоздовжньої хвилі знесення є суттєво меншим, хоча й значним за абсолютною величиною ( $\sim 18^\circ$ ).

Перерізи поверхонь, наведених у табл. 3, площиною (001) наведено на рис. 1. Значення кутів знесення акустичних хвиль для деяких вибраних напрямків їх розповсюдження наведено в табл. 4.

### 2.3. Розбіжність акустичної хвилі

Відомо, що анізотропія середовища, в якому поширюється акустичний пучок, може викликати значну дифракційну розбіжність у порівнянні з тою, яка має місце в ізотропному середовищі [11, 14]. Кількісно вплив анізотропії на розбіжність пучка визначають через квадратичні коефіцієнти анізо-

Таблиця 1. Поверхні фазових швидкостей для кристала CaWO<sub>4</sub> та їх екстремальні значення для хвиль різної поляризації

Тип хвилі	Поверхня (ізометрія та вигляд згори)	$V_{\max}$ , м/с, $\theta_a$ , $\phi_a$ , град.	$V_{\min}$ , м/с, $\theta_a$ , $\phi_a$ , град.
QL		5227 (90; 22)	4462 (60; 68)
QTF		3311 (90; 68)	2368 (0; 0) та (90; 60)
QTS		2475 (46; 68)	1917 (90; 22)

Таблиця 2. Поверхні фазових швидкостей для кристала CaWO<sub>4</sub> та їх екстремальні значення для хвиль різної поляризації

Тип хвилі	Напрямок				
	[001]	[100]	[110]	[101]	[111]
QL	4595	4937	4954	4593	4598
QTF	2368	2574	2541	2820	2818
QTS	2368	2368	2368	2329	2321

тропії  $W_{1,2} = K_{1,2}/V_q$ , де  $K_{1,2}$  – власні значення планарного тензора  $\hat{K} = \partial \mathbf{u} / \partial \mathbf{a}$  (одне з трьох власних значень цього тензора завжди є нульовим, тому розглядають не три, а два коефіцієнта анізотропії  $W_1$  та  $W_2$  [14]). За своїм фізичним змістом абсолютні значення величин  $W_1$  та  $W_2$  показують, у скільки разів дифракційна розбіжність у

напрямах головних кривин пучка є більшою за розбіжність в ізотропному середовищі. Згідно із [14], компоненти тензора  $\hat{K}$  розраховуються так:

$$K_{ik} = -B^{-1}(B_{ik} - B_i u_k - u_i B_k + B' u_i u_k). \quad (4)$$

У (4)  $u_i$  – компоненти вектора променевої швидкості, а інші величини дорівнюють:

$$B = 2V_q(3V_q^4 - 2V_q^2 \Gamma_I + \Gamma_{II}), \quad (5)$$

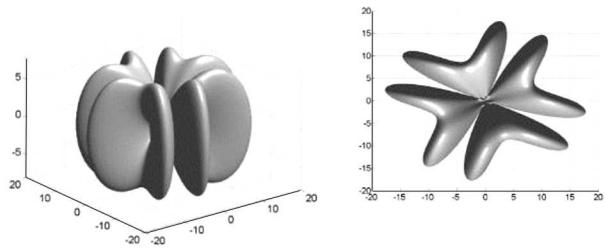
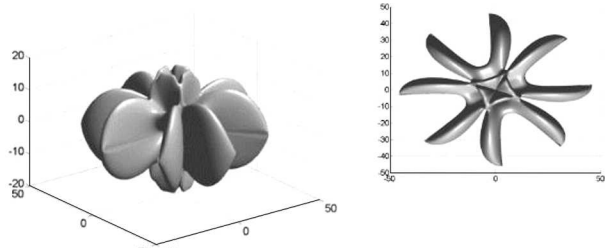
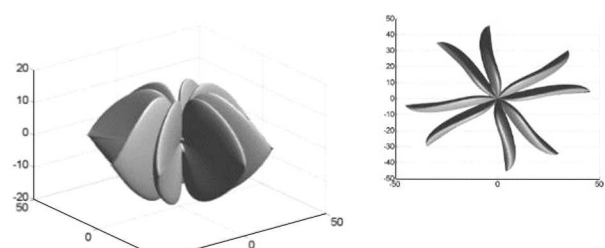
$$B' = 2V_q(15V_q^4 - 6V_q^2 \Gamma_I + \Gamma_{II}), \quad (6)$$

$$B_i = 2V_q \left( 2V_q^2 \frac{\partial \Gamma_I}{\partial a_i} - \frac{\partial \Gamma_{II}}{\partial a_i} \right), \quad (7)$$

$$B_{ik} = -V_q^4 \frac{\partial^2 \Gamma_I}{\partial a_i \partial a_k} + V_q^2 \frac{\partial^2 \Gamma_{II}}{\partial a_i \partial a_k} - \frac{\partial^2 \Gamma_{III}}{\partial a_i \partial a_k}, \quad (8)$$

де  $\Gamma_I$ ,  $\Gamma_{II}$ ,  $\Gamma_{III}$  – відповідно, перший, другий та третій інваріанти тензора з компонентами

Таблиця 3. Поверхні кутів знесення для кристала  $\text{CaWO}_4$  та їх максимальні значення для хвиль різної поляризації

Тип хвилі	Поверхня (ізометрія та вигляд згори)	$\gamma_{\max}$ , м/с, $\theta_\gamma$ , $\phi_\gamma$ , град.
QL		17,9 (90; 54)
QTF		45,9 (90; 42)
QTS		45,5 (90; 40)

Таблиця 4. Кути знесення АХ (градуси) для деяких напрямків в кристалі  $\text{CaWO}_4$

Тип хвилі	Напрямок				
	[001]	[100]	[110]	[101]	[111]
QL	0	15,4°	15,1°	8,9°	9,0°
QTF	0	45,4°	45,6°	6,0°	5,5°
QTS	0	0	0	21,6°	21,8°

$\Gamma_{ik} = \rho^{-1} c_{ijkl} a_j a_l$ ,  $c_{ijkl}$  – компоненти тензора модулів пружності в чотириіндексних позначеннях.

Модулі квадратичних коефіцієнтів анізотропії  $W_1$  та  $W_2$ , визначені для різних напрямків поширення акустичних хвиль, наведено у табл. 5 (для

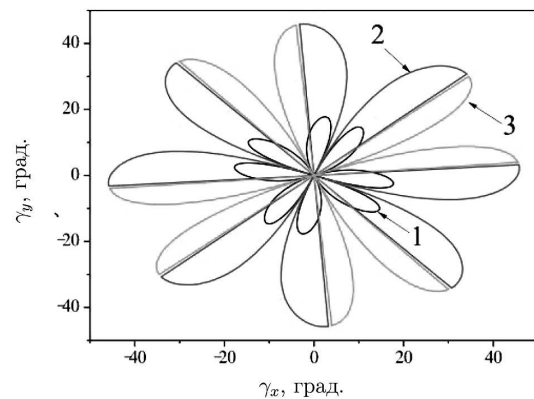
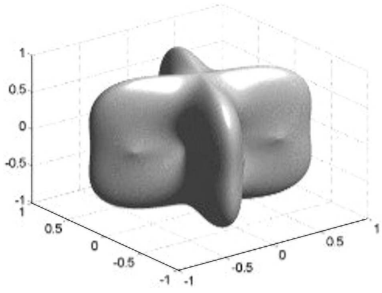
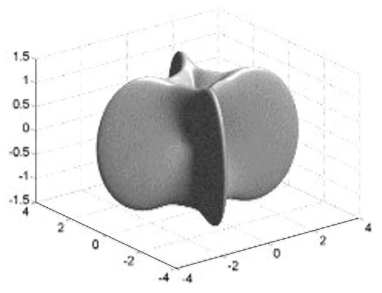
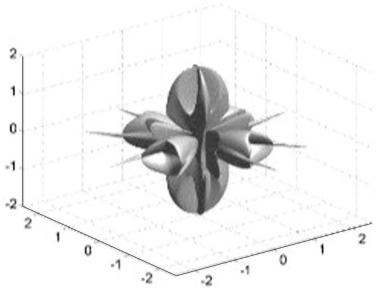
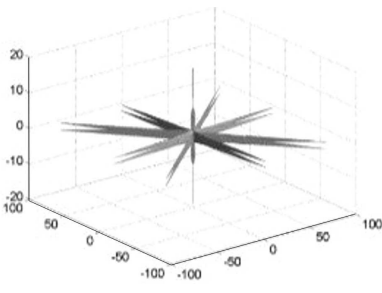
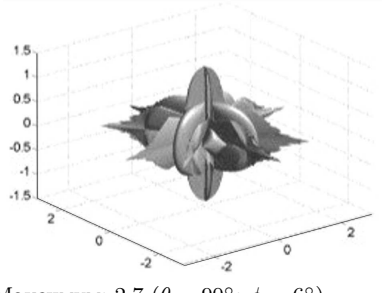
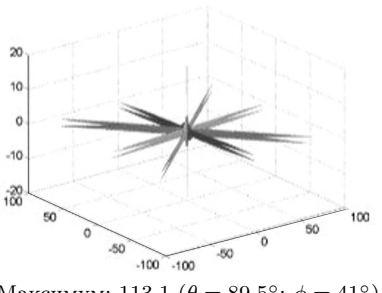


Рис. 1. Перерізи поверхонь, що представляють просторовий розподіл кута знесення у площині (001); 1 – квазіпоzdовжня, 2 – квазіпоперечна швидка, 3 – квазіпоперечна повільна АХ

Таблиця 5. Поверхні квадратичних коефіцієнтів анізотропії для хвиль різної поляризації у кристалі  $\text{CaWO}_4$

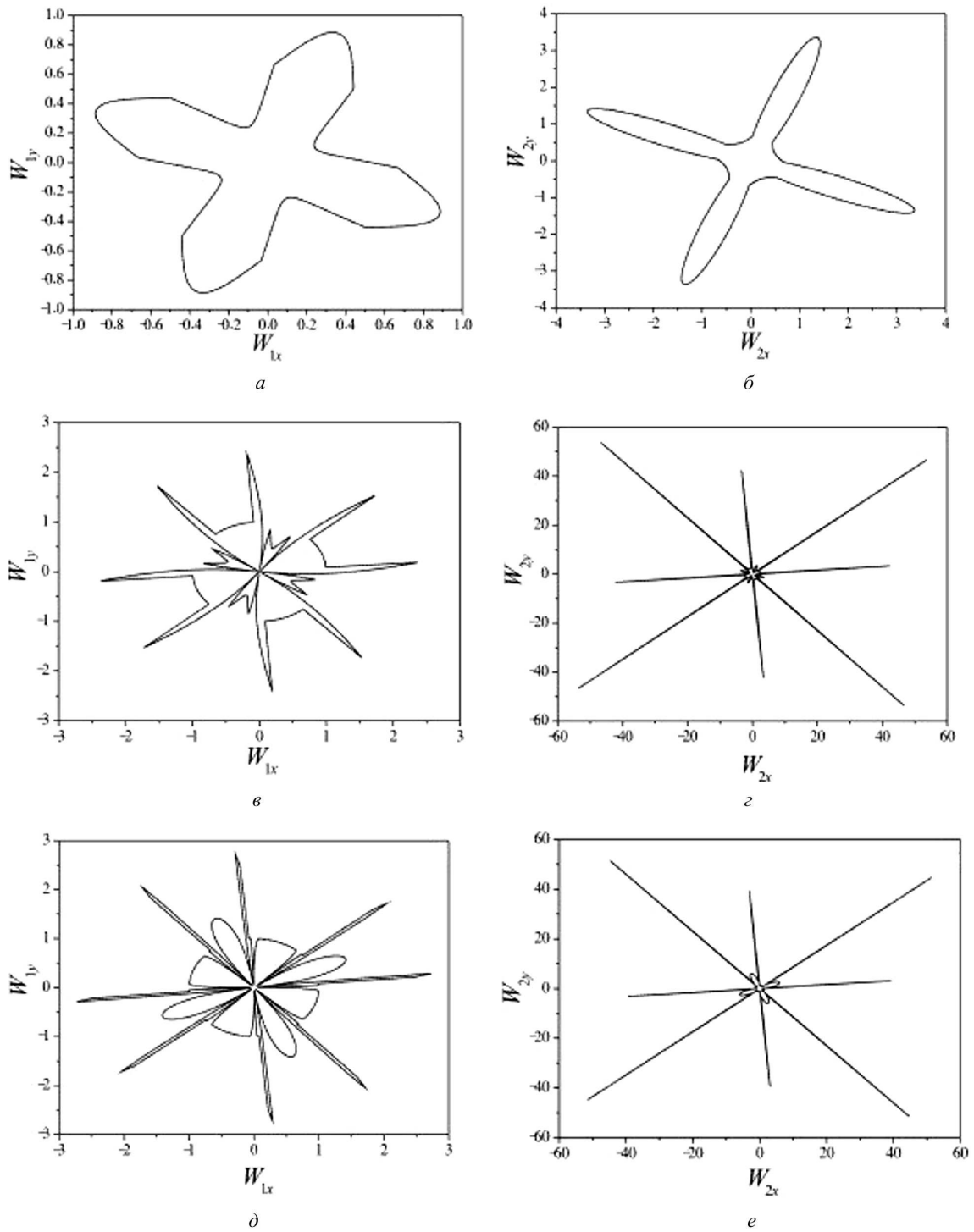
Тип хвилі	$ W_1 $	$ W_2 $
QL	 <p>Максимум: 1,1 (<math>\theta = 49,5^\circ</math>; <math>\phi = 68^\circ</math>) Мінімум: 0,26 (<math>\theta = 89,5^\circ</math>; <math>\phi = 23^\circ</math>)</p>	 <p>Максимум: 3,6 (<math>\theta = 90^\circ</math>; <math>\phi = 68^\circ</math>) Мінімум: 0,53 (<math>\theta = 90^\circ</math>; <math>\phi = 22,5^\circ</math>)</p>
QTF	 <p>Максимум: 2,4 (<math>\theta = 90^\circ</math>; <math>\phi = 4,5^\circ</math>) Мінімум: <math>3,2 \cdot 10^{-5}</math> (<math>\theta = 32^\circ</math>; <math>\phi = 9,5^\circ</math>)</p>	 <p>Максимум: 116,1 (<math>\theta = 89,5^\circ</math>; <math>\phi = 41^\circ</math>) Мінімум: 0,78 (<math>\theta = 51,5^\circ</math>; <math>\phi = 68^\circ</math>)</p>
QTS	 <p>Максимум: 2,7 (<math>\theta = 90^\circ</math>; <math>\phi = 6^\circ</math>) Мінімум: <math>7,8 \cdot 10^{-5}</math> (<math>\theta = 10^\circ</math>; <math>\phi = 56,5^\circ</math>)</p>	 <p>Максимум: 113,1 (<math>\theta = 89,5^\circ</math>; <math>\phi = 41^\circ</math>) Мінімум: 0,65 (<math>\theta = 46^\circ</math>; <math>\phi = 68^\circ</math>)</p>

визначеності при побудові прийнято, що завжди має місце нерівність  $|W_2| > |W_1|$ ).

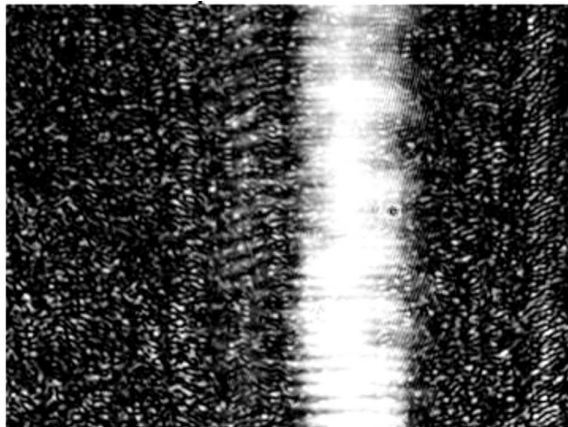
На рис. 2 наведено перетини представлених у табл. 5 поверхонь площиною (001). Як видно з рисунків (табл. 5 та рис. 2), у кристалі  $\text{CaWO}_4$  існують такі напрямки поширення квазіпоперечних АХ, для яких розбіжність (квадратичний коефіцієнт анізотропії  $|W_2|$ ) значно перевищує ту, яка мала б місце у випадку ізотропного середовища. Для обох типів квазіпоперечних АХ ці

напрямки співпадають ( $\theta = 89,5^\circ$  та  $\phi = 41^\circ$ , див. табл. 5), при цьому вони не відповідають напрямкам осей кристалофізичної системи координат. Для квазіпоперечних АХ, що поширюються у площині (001), зазначена велика розбіжність (рис. 2, *г*, *е*) має місце в площинах, перпендикулярних до (001).

Проте, важлива різниця полягає в тому, що в максимумах квадратичні коефіцієнти  $W_2$  для швидкої та повільної квазіпоперечних АХ різняться за



**Рис. 2.** Перерізи поверхонь квадратичних коефіцієнтів (див. табл. 5) площиною (001): а, б – поверхонь  $W_1$  та  $W_2$  для квазіподовжньої АХ, в, г – поверхонь  $W_1$  та  $W_2$  для квазіпоперечної швидкої АХ, д, е – поверхонь  $W_1$  та  $W_2$  для квазіпоперечної повільної АХ



а



б

**Рис. 3.** Приклади візуалізації акустичних хвиль у досліджуваних зразках: *a* – для поздовжньої хвилі, що розповсюджується в напрямку [001]; *б* – для поздовжньої хвилі, що розповсюджується в напрямку [100]

**Таблиця 6.** Швидкості акустичних хвиль (м/с), визначених експериментально для деяких напрямків в кристалах  $\text{CaWO}_4$

Тип хвилі	Напрямок		
	[001]	[100]	[110]
Поздовжня хвиля	4366	4856	4867
Поперечна хвиля (поляризація QTS)	2231	2222	2328

знаком: для швидкої  $W_2 > 0$ , тоді як для повільної  $W_2 < 0$ . Від’ємний знак останньої величини вказує на те, що під час поширення квазіпопере-

чної повільної АХ в даному напрямку анізотропія спричиняє її додаткове фокусування, тоді як для квазіпоперечної швидкої навпаки – розбіжність.

### 3. Результати експериментального визначення швидкості та кутів знесення акустичних хвиль

Для експериментальних досліджень були виготовлені зразки кристалів  $\text{CaWO}_4$  прямих зрізів. Паралельність граней виготовлених зразків була  $\approx 10'$ . При механічній обробці (шліфуванні і поліруванні) зразків проводився інтерферометричний контроль цих зразків згідно з технологією, що описана у роботі [15].

#### 3.1. Експериментальні дослідження швидкості звуку

Швидкість звуку в досліджуваних кристалах вимірювалася за методом Пападакіса [16], при цьому для збудження поздовжніх акустичних хвиль було використано п’єзо-перетворювачі, виготовлені з кристала  $\text{LiNbO}_3$   $Y + 36^\circ$  зрізу, а у випадку збудження поперечних хвиль – п’єзоперетворювачі  $Y + 163^\circ$  зрізу цього ж кристала. Виміряні значення швидкостей акустичних хвиль наведено у табл. 6. Як впливає із порівняння значень, наведених у табл. 2 і 5, експериментальні і теоретичні результати для швидкостей акустичних хвиль співпадають з точністю, не гіршою за 6%.

#### 3.2. Експериментальне дослідження кутів зносу акустичних хвиль

Експериментальне дослідження кутів зносу акустичних хвиль проводилося тіньовим методом (метод Теплера) [9]. Під час експериментів акустичний пучок спочатку генерувався у буфері (комірці Брега), світлозвукопровід якого виготовлений із плавленого  $\text{SiO}_2$ . До вільної грані цього світлозвукопроводу за допомогою спеціального клею кріпився зразок, що досліджувався. Акустичний пучок, досягнувши вільної грані буфера, частково відбивався, а частково проходив у досліджуваний зразок. Візуалізували обидва акустичні пучки в буфері та у зразку за допомогою розширеного паралельного лазерного променя, що продифрагував на акустичних пучках. При цьому частота поперечної АХ становила 150 МГц (саме на таку центральну частоту узгоджений п’єзоперетво-

Таблиця 7. Експериментально визначені кути знесення для деяких напрямків в кристалах  $\text{CaWO}_4$ 

Тип хвилі	Напрямок		
	[001]	[100]	[110]
Поздовжня хвиля	0	15,1°	15,1°
Поперечна хвиля	0	0	0

ривач використаного буфера). Для реєстрації дифрагованого лазерного променя (див. рис. 3) використовували цифрову ПЗЗ-фотокамеру. У буфері акустичний пучок поширювався вздовж нормалі до вільної грані світлозвукпроводу. Дослідження проводили на трьох зразках. Середні значення експериментально визначених кутів зносу наведено у табл. 7.

Як видно з таблиці, результати експериментально визначених кутів знесення повністю узгоджуються з розрахунковими даними.

#### 4. Висновки

На основі розв'язання рівняння Кристоффеля побудовано поверхні фазових швидкостей для квазіпоздовжньої, квазіпоперечної швидкої та квазіпоперечної повільної АХ у кристалі  $\text{CaWO}_4$ , визначено екстремальні значення швидкості для кожного типу АХ, та напрямки, в яких вони реалізуються. Показано, що максимальна та мінімальна швидкості квазіпоздовжньої АХ рівні 5227 та 4462 м/с відповідно, для квазіпоперечної швидкої ті самі величини дорівнюють 3311 та 2368 м/с, для квазіпоперечної повільної – 2475 та 1917 м/с. Максимальне знесення АХ відбувається при її поширенні в площині (001), при цьому для квазіпоперечних АХ значення кута знесення може досягати величини близько 45°, а для квазіпоздовжньої – близько 18°.

Для трьох типів АХ в кристалах  $\text{CaWO}_4$  визначено квадратичні коефіцієнти анізотропії  $W_1$  та  $W_2$  для різних напрямків їх поширення. Показано, що в цьому кристалі існують такі напрямки поширення квазіпоперечних АХ, для яких розбіжність (квадратичний коефіцієнт анізотропії  $|W_2|$ ) значно перевищує розбіжність, яка мала б місце у випадку ізотропного середовища. Максимум величини

$|W_2|$  рівний  $\sim 116$  для квазіпоперечної швидкої, та  $\sim 113$  для квазіпоперечної повільної в напрямках, що визначаються однаковими для обох АХ кутами сферичної системи координат  $\theta = 89,5^\circ$ ,  $\phi = 41^\circ$ , і зв'язаних із ними елементами симетрії класу 4/m. Показано, що максимумами квадратичних коефіцієнтів  $W_2$  для швидкої та повільної квазіпоперечних АХ є протилежні за знаком:  $W_2 > 0$  для швидкої та  $W_2 < 0$  для повільної. Це вказує на те, що під час поширення квазіпоперечної повільної АХ в даному напрямку анізотропія спричиняє додаткове фокусування акустичного пучка, тоді як для квазіпоперечної швидкої АХ, навпаки – додаткову розбіжність.

Наведено також результати експериментального визначення швидкостей та кутів для всіх трьох типів акустичних хвиль, які в межах точності експерименту співпадають із розрахованими відповідними величинами, що підтверджує достовірність отриманих розрахункових даних.

1. M.V. Sivers, M. Clark, P.C.F. Di Stefano, A. Erb, A. Gutlein, J.-C. Lanfranchi, A. Munster, P. Nadeau, M. Piquemal, W. Potzel, S. Roth, K. Schreiner, R. Strauss, S. Wawoczny, M. Willers, A. Zoller. Low-temperature scintillation properties of  $\text{CaWO}_4$  crystals for rare-event searches. *J. Appl. Phys.* **118**, 164505 (2015).
2. A. Phuruangrata, T. Thongtomb, S. Thongtoma. Synthesis, characterisation and photoluminescence of nanocrystalline calcium tungstate. *J. Experimental Nanoscience* **5**, 263 (2010).
3. A. Shmilevich, D. Weiss, R. Chen, N. Kristianpoller. Phototransferred thermoluminescence of  $\text{CaWO}_4$  crystals. *Radiation Protection Dosimetry* **84**, 131 (1999).
4. C. Michail, I. Valais, G. Fountos, A. Bakas, C. Fountzoula, N. Kalyvas, A. Karabotsos, I.A. Sianoudis, I. Kandarakis. Luminescence efficiency of calcium tungstate ( $\text{CaWO}_4$ ) under X-ray radiation: Comparison with  $\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S:Tb}$ . *Measurement* **120**, 213 (2018).
5. F.B. Xiong, H.F. Lin, L.J. Wang, H.X. Shen, Y.P. Wang, W.Z. Zhu. Luminescent properties of red-light-emitting phosphors  $\text{CaWO}_4:\text{Eu}^{3+}, \text{Li}^+$  for near UV LED. *Bulletin of Mater. Sci.* **38**, 1 (2015).
6. H.P. Barbosa, I.G.N. Silva, C.M.F.C. Felinto, E.E.S. Teotonio, O.L. Malta, H.F. Brito. Photoluminescence of single-phased white light emission materials based on simultaneous  $\text{Tb}^{3+}$ ,  $\text{Eu}^{3+}$  and  $\text{Dy}^{3+}$  doping in  $\text{CaWO}_4$  matrix. *J. Alloys and Compounds* **696**, 820 (2017).
7. N. Faure, C. Borel, M. Couchaud, G. Basset, R. Templier, C. Wyon. Optical properties and laser performance of neodymium doped scheelites  $\text{CaWO}_4$  and  $\text{NaGd}(\text{WO}_4)_2$ . *Appl. Phys. B* **63**, 593 (1996).



8. J. Chen, L. Dong, F. Liu, H. Xu, J. Liu. Investigation of Yb:CaWO<sub>4</sub> as a potential new self-Raman laser crystal. *Cryst. Eng. Comm.* **23**, 427 (2021).
9. A.S. Andrushchak, O.A. Buryy, N.M. Demyanyshyn, Z.Yu. Hotra, B.G. Mytsyk. Global maxima of the acousto-optic effect in CaWO<sub>4</sub> crystals. *Acta Physica Polonica A* **133**, 928 (2018).
10. B.G. Mytsyk, Ya.P. Kost, N.M. Demyanyshyn, A.S. Andrushchak, I.M. Solskii. Piezooptical coefficients of CaWO<sub>4</sub> crystals. *Crystall. Rep.* **60**, 130 (2015).
11. J.S. Kastelik, M.J. Gazalet, C. Bruneel, E. Bridox. Acoustic shear wave propagation in paratellurite with reduced spreading. *J. Appl. Phys.* **74** (4), 2813 (1993).
12. Yu. Sirotnin, M. Shaskolskaja. *Fundamentals of Crystal Physics* (Imported Pubn, 1983).
13. J.M. Farley, G.A. Saunders. The elastic constants of CaWO<sub>4</sub>. *Solid State Comm.* **9**, 965 (1971).
14. А.Г. Хаткевич. Дифракция и распространение пучков ультразвукового излучения в монокристаллах. *Акустический журнал* **24**, 108 (1978).
15. A.S. Andrushchak, T.I. Voronyak, O.V. Yurkevych, N.A. Andrushchak, A.V. Kityk. Interferometric technique for controlling wedge angle and surface flatness of optical slabs. *Opt Laser Eng.* **51**, 342 (2013).
16. E.P. Papadakis Ultrasonic phase velocity by the pulse-echo overlap method incorporating diffraction phase correction. *J. Acoust. Soc. Amer.* **42**, 1045 (1967).
17. S. Kino. *Acoustic Waves* (Prentice Hall, 1987).

Одержано 14.09.21

O.A. Buryi, D.M. Vynnyk, T.I. Voroniak,  
I.V. Stasyshyn, A.T. Ratych, A.S. Andrushchak

#### PROPAGATION OF ACOUSTIC WAVES IN CALCIUM TUNGSTATE CRYSTALS

On the basis of the solution of Christoffel equation, the phase-velocity surfaces for a quasi-longitudinal acoustic wave (AW) and the fast and slow quasi-transverse AWs in the CaWO<sub>4</sub> crystals have been plotted, and the extreme velocity value for each AW type and the direction of its realization have been determined. It is shown that the maximum shear angle occurs for the AW propagating in the (001) plane; in the case, the shear angle can reach a value of about 45° for the quasi-transverse AW, and about 18° for the quasi-longitudinal one. The quadratic anisotropy coefficients  $W_1$  and  $W_2$  for various AW propagation directions are determined. It is shown that there exist such directions of the quasi-transverse AW propagation in the CaWO<sub>4</sub> crystal for which the divergence (the quadratic anisotropy coefficient  $|W_2|$ ) significantly exceeds the divergence that would occur in the case of isotropic medium. A direction in which the crystal anisotropy induces an additional focusing of the acoustic beam of the slow quasi-transverse AW or an additional divergence of the acoustic beam of the fast quasi-transverse AW is determined. The experimental values of the velocities and shear angles of the AWs are presented, which confirm the reliability of the obtained calculation results.

*Keywords:* acoustic wave, Christoffel equation, acoustic wave shear.