

І.І. ЯКОВКІН, М.Ф. ЛЕДНЕЙ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, фізичний факультет
(Вул. Володимирська, 60, Київ 01601; e-mail: yakovkinii@gmail.com)**ЕЛЕКТРОКЕРУВАННЯ ПОВЕРХНЕВИМИ ПЛАЗМОННИМИ КОЛИВАННЯМИ В ГОМЕОТРОПНІЙ КОМІРЦІ НЕМАТИЧНОГО РІДКОГО КРИСТАЛА**

УДК 539

Теоретично вивчається індукована електричним полем орієнтаційна нестійкість директора в комірниці гомеотропно орієнтованого нематичного рідкого кристала (НРК) за наявності переднахилу директора на поверхні підкладки. Встановлено, що орієнтаційні переходи поля директора НРК з вихідного однорідного стану в суттєво неоднорідний з наступним переходом в планарний стан, зумовлені зміною величини напруженості електричного поля, можуть супроводжуватися гістерезисами. За наявності останніх розраховано значення їх параметрів і встановлено області їх існування в залежності від величин параметрів НРК-комірки. Встановлено, що збільшення переднахилу директора на поверхні та зростання енергії зчеплення НРК з похилою легкою віссю приводять до звуження ширини петлі гістерезису, а в подальшому і до зникнення гістерезису зазначених орієнтаційних переходів. Досліджено поширення плазмонного поляритона на поверхні комірки НРК у випадку обмеженості однієї з її полімерних підкладок з іншого боку шаром золота. Розраховано величину ефективного показника заломлення поверхневого плазмонного поляритона (ППП) та встановлено, що вона зменшується зі збільшенням напруженості електричного поля. Встановлено, що діапазон керування величиною ефективного показника заломлення PPP розширюється зі зменшенням значень кута орієнтування похилої легкої осі та товщини полімерного шару, а також зі збільшенням довжини звилі PPP та оптичної анізотропії НРК.

Ключові слова: нематичний рідкий кристал, орієнтаційна нестійкість, гістерезис орієнтаційного переходу, переднахил директора, енергія зчеплення, поверхневий плазмонний поляритон.

1. Вступ

Інтенсивні наукові дослідження в області фізики рідких кристалів протягом останніх десятиліть призвели до широкого практичного використання останніх у фізиці, медицині та промисловості [1, 2]. Використання в ролі елементної бази різного роду електронно оптичних пристроїв комірок рідких кристалів, зокрема нематичних (НРК), пов'язане з відносною дешевизною останніх та їх унікальними електро- та магнітооптичними властивостями [3–6]. Останні тісно пов'язані з орієнтаційним впо-

рядкуванням мезофази, яке суттєво залежить від умов для директора на обмежуючій поверхні комірки [7–9]. Завдяки взаємодії молекул НРК між собою їх взаємодія з поверхнею поширюється в об'єм зразка, створюючи в ньому певне орієнтаційне впорядкування [10–14]. Цим впорядкуванням можна відносно легко керувати за допомогою зовнішніх полів (електричного, магнітного або електромагнітного) [15–20]. Як наслідок, можна керувати змінювати оптичні властивості всього об'ємного зразка. Це робить НРК-системи перспективним інструментом на шляху ефективного і легкого керування поширенням та контролем передачі електромагнітних сигналів. Зокрема, сучасні лабораторні та технологічні застосування відкрили можливість ефективного керування оптичними та спектральними властивостями фотонних кристалів [21, 22], хвилеводів [23] та інших застосувань шляхом використання в них НРК-шарів у ролі керуючих еле-

Цитування: Яковкін І.І., Ледней М.Ф. Електрокерування поверхневими плазмонними коливаннями в гомеотропній комірниці нематичного рідкого кристала. *Укр. фіз. журн.* **69**, № 6, 417 (2024).

Citation: Yakovkin I.I., Ledney M.F. Electrocontrol over surface plasmon oscillations in a homeotropic nematic liquid crystal cell. *Ukr. J. Phys.* **69**, No. 6, 417 (2024). <https://doi.org/10.15407/ujpe69.6.417>.

ISSN 0372-400X. *Укр. фіз. журн.* 2024. Т. 69, № 6

ментів. У ряді практичних застосувань НРК на обмежувачих поверхнях комірки часто створюють умови для переднахилу директора [24, 25]. Переднахил директора зменшує імовірність утворення неплоских деформацій та дефектів у об'ємі НРК [26–28], а також забезпечує більш плавне керування оптичними властивостями системи за допомогою зовнішніх полів.

Зазначимо, що електроіндуковані орієнтаційні переходи в комірках НРК з переднахилом директора на поверхні часто розглядалися аналітично, проте у наближенні сталого електричного поля. Таке наближення допускає, що розподіл директора в коміріці не впливає на величину електричного поля в об'ємі НРК, що суттєво спрощує аналіз та дозволяє аналітично досліджувати як стаціонарні стани директора, так і динаміку переорієнтації. Так, у [29] зазначеним методом досліджено орієнтаційні переходи коміріці НРК з переднахилом директора на поверхні із планарного стану в гомеотропний в сталому електричному полі, перпендикулярному до поверхні комірки. Вплив величин переднахилу та енергії зчеплення на орієнтаційну нестійкість директора в гомеотропній коміріці НРК з від'ємною діелектричною анізотропією при прикладенні різниці потенціалів до підкладинки комірки досліджено в [30–32].

При цьому індуковані зовнішнім полем орієнтаційні переходи в системі можуть супроводжуватись гістерезисами, які проявляються у бістабільності [33–36] та мультистабільності [37, 38] поля директора. Такі особливості орієнтаційної перебування НРК можуть проявлятися як у світловому [39, 40], так і в постійному електричному [41] полі, якщо останнє здебільшого орієнтоване вздовж поверхні підкладинки. Це розширює перспективи використання НРК-систем на шляху створення високоефективних бістабільних дисплеїв, оптичних затворів тощо. Дослідження таких тонких ефектів, як наявність в системі бістабільних станів, вимагає врахування впливу орієнтації директора як на амплітуду, так і на напрям вектора локального електричного поля в об'ємі НРК. Як наслідок, рівняння для директора необхідно розв'язувати узгоджено з рівняннями електродинаміки для електричного чи світлового поля. Загальні теоретичні засади такого підходу окреслені в [42] та [43] для переходів Фредерікса в стаціонарному електричному та світловому полях відповідно.

Широко відомим є використання НРК з метою керування характеристиками плазмонних структур [44–48]. Так, за певних умов на межі поділу метал – полімерний шар можуть збуджуватися поверхневі плазмонні поляритони (ППП). Підвищена чутливість останніх до малих змін діелектричної проникності середовища, з одного боку, та висока чутливість НРК до впливу зовнішніх полів, з іншого боку, знайшли вдаль поєднання в трипаровій системі НРК – полімерний шар – метал. Така структура дозволяє керувати характеристиками поширення ППП, зокрема, величиною його ефективного показника заломлення шляхом зміни орієнтування директора НРК зовнішнім полем [49–52]. Можливість керування характеристиками поширення просторових світлових модуляторів [53, 54], спектральних фільтрів [55–57], модуляторів інтенсивності світла [58, 59], ґраток з контрольованим коефіцієнтом пропускання [60] тощо.

У даній роботі теоретично вивчається орієнтаційна нестійкість поля директора в гомеотропній коміріці НРК з переднахилом директора на поверхні у зовнішньому електричному полі. Встановлено, що індуковані зміною величини напруженості електричного поля, орієнтаційні переходи директора із вихідного однорідного стану в неоднорідний і навпаки та з неоднорідного в планарний і навпаки можуть супроводжуватись гістерезисами. Розраховані величини параметрів гістерезисів зазначених орієнтаційних переходів та встановлені умови їх виникнення в залежності від значень параметрів системи. Розглянуто поширення плазмонних поляритонів на поверхні обмежувачої НРК полімерної підкладинки за умови додавання до неї з іншого боку тонкого шару золота. Розраховано величину ефективного показника заломлення ППП у залежності від значень напруженості електричного поля, товщини полімерної підкладинки та кута осі легкого орієнтування директора на поверхні останньої.

2. Стаціонарні розподіли поля директора

Нехай маємо плоскопаралельну комірку НРК, обмежену площинами $z = 0$ та $z = L$, з вихідною переважно гомеотропною однорідною орієнтацією директора, яка задається двома осями e та ν легкого орієнтування директора на поверхні [61, 62]. Вісь e задає гомеотропну (в напрямку нормалі до

поверхні) орієнтацію директора, а вісь ν — похилу. Комірka знаходиться у постійному однорідному електричному полі з вектором напруженості \mathbf{E}_0 , який орієнтований вздовж поверхні комірки в площині осей \mathbf{e} та ν (див. рис. 1).

Вільну енергію комірки НРК запишемо в вигляді:

$$\begin{aligned} F &= F_{el} + F_E + F_S, \\ F_{el} &= \frac{1}{2} \int_V \left\{ K_1 (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + K_2 (\mathbf{n} \cdot \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + \right. \\ &+ \left. K_3 [\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n}]^2 \right\} dV, \\ F_E &= -\frac{1}{8\pi} \int_V \mathbf{E} \hat{\epsilon} \mathbf{E} dV, \\ F_S &= -\frac{W_e}{2} \int_{S_{1,2}} (\mathbf{en})^2 dS - \frac{W_\nu}{2} \int_{S_{1,2}} (\nu \mathbf{n})^2 dS. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут F_{el} — пружна енергія НРК, F_E — анізотропний внесок у вільну енергію взаємодії НРК з електричним полем, F_S — поверхнева вільна енергія НРК, K_1, K_2, K_3 — пружні сталі, \mathbf{n} — директор НРК, \mathbf{E} — вектор напруженості електричного поля в об'ємі НРК, $\hat{\epsilon} = \epsilon_\perp \mathbf{1} + \epsilon_a \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$, $\epsilon_a = \epsilon_\parallel - \epsilon_\perp > 0$ — тензор та анізотропія статичної діелектричної проникності НРК відповідно, W_e, W_ν — відповідно енергії зв'язку директора з осями \mathbf{e} і ν його легкого орієнтування на поверхнях комірки. Зазначимо, що при записі поверхневої вільної енергії F_S ми обмежилися простою, проте найбільш часто вживаною моделлю Рапіні [63] з двома осями \mathbf{e} та ν легкого орієнтування директора [61, 62] на обмежуючих поверхнях комірки.

Розглядатимемо плоскі деформації поля директора НРК, що лежать у площині xOz . Остання суміщена з площиною осей \mathbf{e}, ν та вектора \mathbf{E}_0 . Унаслідок однорідності системи в напрямку осі Oy , директор \mathbf{n} в об'ємі НРК можна записати у вигляді

$$\mathbf{n} = \mathbf{i} \sin \theta(z) + \mathbf{k} \cos \theta(z), \quad (2)$$

де \mathbf{i} та \mathbf{k} — орти декартової системи координат, θ — кут відхилення директора від осі Oz .

Рівноважні розподіли поля директора відповідують стаціонарним точкам функціонала (1) вільної енергії F . Для знаходження останніх варіаційні рівняння для директора \mathbf{n} необхідно розв'язувати сумісно з рівняннями для електричного поля \mathbf{E} в об'ємі НРК. Вважаючи розглядувану систему

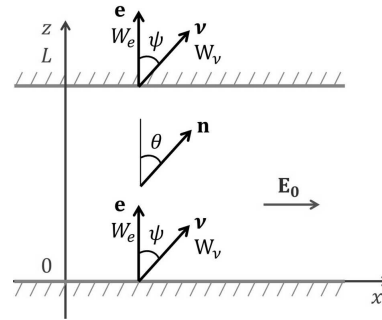


Рис. 1. Геометрія задачі

однорідною в напрямку осі Ox , вектор напруженості електричного поля в об'ємі НРК запишемо в вигляді $\mathbf{E} = (E_x(z), 0, E_z(z))$. З рівняння $\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$ випливає, що складова E_x вектора \mathbf{E} не залежить від координати z . Використовуючи межові умови електростатики, зазначена компонента набуває вигляду $E_x = E_0$.

З рівняння $\operatorname{div} \mathbf{D} = 0$ випливає, що складова D_z вектора індукції електричного поля є сталою та рівною 0 згідно з межовими умовами електростатики. З цієї умови знаходимо складову $E_z = -\epsilon_{xz} E_0 / \epsilon_{zz}$ вектора напруженості \mathbf{E} електричного поля. З врахуванням вище наведеного, функціонал F (1) вільної енергії може бути записаний у вигляді

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \int_0^L (K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta) \theta_z'^2 dz - \\ &- \frac{\epsilon_\parallel \epsilon_\perp E_0^2}{8\pi} \int_0^L \frac{dz}{\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta} - \\ &- \frac{W_e}{2} (\cos^2 \theta_0 + \cos^2 \theta_L) - \\ &- \frac{W_\nu}{2} (\cos^2(\theta_0 - \psi) + \cos^2(\theta_L - \psi)), \end{aligned} \quad (3)$$

де $\theta_0 = \theta(z=0)$, $\theta_L = \theta(z=L)$ — кути орієнтування директора на нижній та верхній поверхнях комірки відповідно, ψ — кут відхилення осі ν від напрямку Oz , тут і далі штрихи біля θ позначають похідні по координаті z .

Мінімізація функціонала (3) за кутом θ приводить до рівняння

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (K_1 - K_3) \sin 2\theta \theta_z'^2 + (K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta) \theta_{zz}'' + \\ + \frac{\epsilon_\parallel \epsilon_\perp \epsilon_a E_0^2}{4\pi} \frac{\sin \theta \cos \theta}{(\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta)^2} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

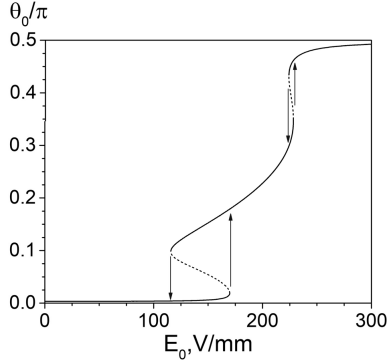


Рис. 2. Залежність кута θ_0 директора на поверхні $z = 0$ від напруженості E_0 електричного поля. Суцільні лінії позначають стійкі розв'язки, а пунктирні – не стійкі. Стрілки позначають орієнтаційні переходи в системі

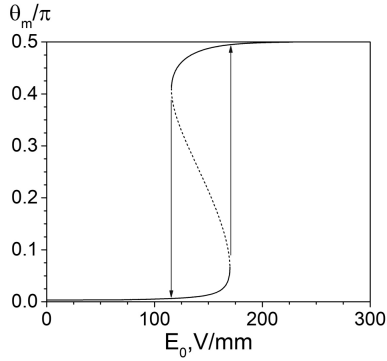


Рис. 3. Залежність максимального кута θ_m директора від напруженості E_0 електричного поля. Суцільні лінії позначають стійкі розв'язки, а пунктирні – не стійкі. Стрілки позначають орієнтаційні переходи в системі

та межових умов

$$\begin{aligned} &[-2(K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta) \theta'_z + W_e \sin 2\theta + \\ &+ W_\nu \sin 2(\theta - \psi)]_{z=0} = 0, \\ &[2(K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta) \theta'_z + W_e \sin 2\theta + \\ &+ W_\nu \sin 2(\theta - \psi)]_{z=L} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

У силу симетрії задачі відносно перетворення координат $z \rightarrow L - z$, стаціонарні розподіли директора повинні задовольняти умову $\theta(z) = \theta(L - z)$. Тоді одна з межових умов (5) може бути замінена на умову $\theta'(z = L/2) = 0$ або рівнозначну їй умову $\theta(z = L/2) = \theta_m$, де θ_m – максимальне значення кута директора. Проінтегрувавши два рази рівняння (4) по змінній z , та враховуючи межові умови (5), отримаємо рівняння для визначення

залежності $\theta(z)$:

$$z = \frac{1}{E_0} \sqrt{\frac{4\pi(\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta_m)}{\epsilon_\parallel \epsilon_\perp \epsilon_a}} \times \int_{\theta_0}^{\theta} \sqrt{\frac{(K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta)(\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta)}{\cos^2 \theta - \cos^2 \theta_m}} d\theta, \quad (6)$$

де кут θ_0 орієнтування директора на поверхні $z = 0$ та максимальний кут θ_m директора визначаються системою рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{L}{2} &= \frac{1}{E_0} \sqrt{\frac{4\pi(\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta_m)}{\epsilon_\parallel \epsilon_\perp \epsilon_a}} \times \\ &\times \int_{\theta_0}^{\theta_m} \sqrt{\frac{(K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta)(\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta)}{\cos^2 \theta - \cos^2 \theta_m}} d\theta, \quad (7) \\ \frac{(K_1 \sin^2 \theta_0 + K_3 \cos^2 \theta_0)(\cos^2 \theta_0 - \cos^2 \theta_m)}{(\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta_m)(\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta_0)} &= \\ &= \frac{\pi}{\epsilon_\parallel \epsilon_\perp \epsilon_a E_0^2} (W_e \sin 2\theta_0 + W_\nu \sin 2(\theta_0 - \psi))^2, \quad (8) \end{aligned}$$

яка допускає лише числове вирішення.

За відсутності зовнішнього електричного поля ($E_0 = 0$) розв'язок рівняння (4) з межовими умовами (5) є тривіальним і дається виразом

$$\theta(z) = \theta_0 = \frac{1}{2} \arctan \frac{W_\nu \sin 2\psi}{W_e + W_\nu \cos 2\psi}, \quad (9)$$

у якому значення \arctan має бути приведено до першого квадранту. Видно, що кут директора в об'ємі комірки не залежить від координати z і співпадає з його значенням на поверхні підкладки. Як наслідок – поле директора є однорідним.

На рис. 2 та 3 наведено розрахункові залежності значень кута θ_0 директора на поверхні комірки та максимального кута θ_m директора в об'ємі НРК від величини напруженості E_0 зовнішнього електричного поля. Розрахунки виконані при безрозмірних величинах енергій зчеплення $w_e = W_e L / K_3 = 4$ і $w_\nu = W_\nu L / K_3 = 6$, куту $\psi = 1^\circ$ орієнтування легкої осі ν , товщини комірки $L = 10$ мкм та значеннях параметрів НРК $\epsilon_\parallel = 19$, $\epsilon_\perp = 5$, $K_1 = 1,1 \cdot 10^{-6}$ дин, $K_3 = 1,5 \cdot 10^{-6}$ дин, близьких до типових [64]. Зокрема, наведені значення параметрів НРК відповідають широко використовуваній рідкокристалічній суміші Merck E7 [50, 65, 66].

Як показують розрахунки, при збільшенні від нуля величини напруженості E_0 електричного поля величини кутів θ_0 та θ_m директора починають неперервно збільшуватися від їх початкового значення (9). Втрата стійкості вихідним станом (9) директора є безпороговою за наявності переднахилу директора на обмежуючій поверхні та пороговою за відсутності такого [67]. Подібно до випадку відсутності переднахилу директора на поверхні [67] при подальшому збільшенні величини напруженості E_0 електричного поля в системі можуть виникати стрибкоподібні орієнтаційні переходи спочатку з однорідно орієнтованого стану близького до гомеотропного в неоднорідний, а потім з неоднорідного в слабо неоднорідний близький до планарного стан. Ці переходи мають пороговий характер та супроводжуються гістерезисом (див. рис. 2, 3). За наявності останнього при досягненні напруженістю E_0 критичних значень E_{0th} система стрибком переходить із стану близького до однорідного в суттєво неоднорідний або навпаки. Зазначимо, що при зменшенні величини напруги, обернені переходи також є пороговими, проте відбуваються за менших значень критичної напруженості $E'_{0th} < E_{0th}$ електричного поля, ніж при її збільшенні. У цілому при зміні величини напруженості електричного поля в системі можуть спостерігатися два гістерезиси орієнтаційних переходів, а саме, з гомеотропно та планарно орієнтованих станів в неоднорідний.

Стаціонарні розв'язки, для яких $\partial\theta/\partial E_0 < 0$ (див. рис. 2 та 3) є нестійкими відносно малих деформацій поля директора, що можна показати таким чином. Часова поведінка кута θ директора в об'ємі НРК визначається модифікованим рівнянням (4) з похідною $\eta_V \partial\theta/\partial t$ у правій частині, де $\eta_V > 0$ – коефіцієнт об'ємної в'язкості НРК. Нехай θ_1 та $\theta_2 = \theta_1 + \delta\theta$ – нескінченно близькі стаціонарні розв'язки, що відповідають нескінченно близьким величинам напруженості E_{01} та $E_{02} = E_{01} + dE_0$ електричного поля. Тут малі величини $\delta\theta < 0$ і $dE_0 > 0$ відповідають випадку $\partial\theta/\partial E_0 < 0$. Розглянемо еволюцію стаціонарного розв'язку θ_2 при величині напруженості E_{01} електричного поля. Оскільки $E_{02} > E_{01}$, то з модифікованого рівняння (4) випливає, що похідна $\partial\theta/\partial t < 0$, тобто розв'язок з часом віддаляється від стаціонарного значення θ_1 . Таким чином, розв'язок θ_1 є нестійким відносно малого збурення $\theta_1 \rightarrow \theta_1 + \delta\theta$. Отже,

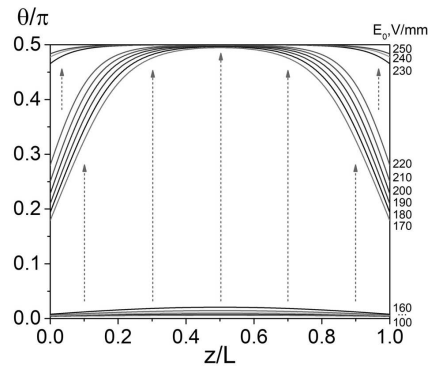


Рис. 4. Стаціонарні залежності кута θ директора по товщині комірки при збільшенні величини E_0 . Стрілки позначають орієнтаційні переходи в комірці

ділянки з похідною $\partial\theta/\partial E_0 < 0$ (див. рис. 2 та 3) відповідають нестійким стаціонарним розв'язкам.

При збільшенні величини напруженості зовнішнього електричного поля та досягненні нею значення $E_0 \approx 170$ В/мм (рис. 2), величини кута θ_0 відхилення директора на поверхні і максимального кута θ_m директора в об'ємі НРК стрибкоподібно збільшуються приблизно на $\Delta\theta_0 \approx 0,15\pi$ та $\Delta\theta_m \approx 0,45\pi$ відповідно. Обернений перехід відбувається при меншій величині напруженості, $E_0 \approx 120$ В/мм, та з меншими амплітудами стрибкоподібної переорієнтації директора, а саме, $\Delta\theta_0 \approx 0,1\pi$ та $\Delta\theta_m \approx 0,4\pi$, відповідно. В області напруженостей зовнішнього електричного поля близько 230 В/мм, переорієнтація директора супроводжується ще одним гістерезисом поблизу значень $\theta(z) = \pi/2$. Для типових величин параметрів НРК-комірок цей гістерезис є значно меншим як по ширині (різниця критичних значень напруженостей прямого та оберненого переходів), так і по амплітуді $\Delta\theta_m$ зміни максимального кута директора. Однак амплітуди зміни $\Delta\theta_0$ кута директора на поверхні є величинами одного порядку для обох гістерезисів.

На рис. 4 наведено розрахункові залежності кута θ директора по товщині комірки при збільшенні величини напруженості зовнішнього електричного поля в інтервалі значень від 100 В/мм до 250 В/мм. У електричних полях напруженості менше 160 В/мм значення кута θ директора локалізовані поблизу його початкового значення (9) з максимальним відхиленням, що не переважає величини $\Delta\theta \approx 0,02\pi$. При досягненні напружені-

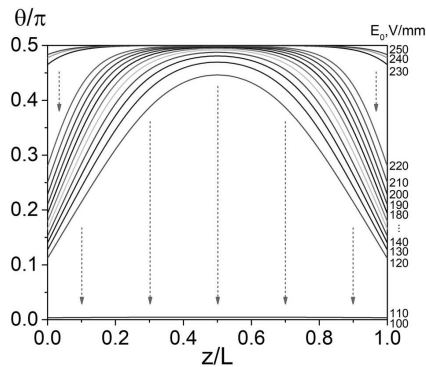


Рис. 5. Стационарні залежності кута θ директора по товщині комірки при зменшенні величини E_0 . Стрілки позначають орієнтаційні переходи в комірці

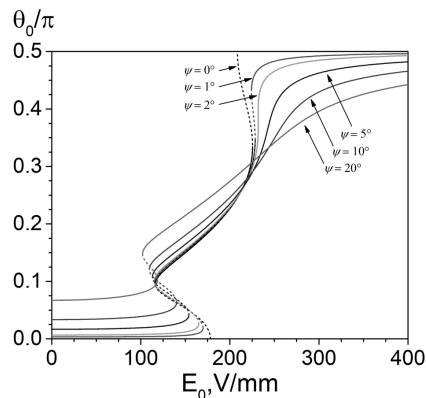


Рис. 6. Стационарні залежності кута θ_0 директора на поверхні від величини напруженості електричного поля для різних значень кута ψ орієнтування легкої осі ν

стю електричного поля величини $E_0 \approx 170$ В/мм система стрибкоподібно переходить зі слабо неоднорідного гомеотропного стану в суттєво неоднорідний. При цьому ніяким плавним збільшенням величини напруженості E_0 не можна досягти значень кутів директора в інтервалі від $0,02\pi$ до $0,18\pi$. Подальше збільшення величини напруженості E_0 призводить до плавного зростання значень кута θ директора в області зміни координати $z/L \in [0, 0,3]$ та $[0,7, 1]$. При досягненні напруженістю величини критичного значення (близько 230 В/мм) другого гістерезисного переходу поле директора зазнає стрибкоподібної переорієнтації поблизу обмежуючих поверхонь, так що система переходить в слабо неоднорідний планарний стан. Зазначимо, що, за відсутності переднахилю директора на поверхні, планарний стан строго кажучи досягається тільки в наближенні $E_0 \rightarrow \infty$ [67].

При зменшенні величини напруженості електричного поля від значення 250 В/мм до 100 В/мм (рис. 5) має місце релаксація поля директора зі слабо неоднорідного планарного стану ($\theta(z) \approx \pi/2$) у вихідний (9) однорідний стан. Зазначимо, що критичні величини напруженостей прямого та оберненого гістерезисних переходів системи зі слабо неоднорідного планарного стану в суттєво неоднорідний і навпаки є близькими (ширина петлі гістерезису становить близько 10 В/мм). Тому значення кута θ директора, що реалізуються при зменшенні величини напруженості електричного поля в області 170–250 В/мм є близькими до таких, що досягаються при збільшенні останньої. Однак, ширина петлі гістерезису переходу системи із суттєво неоднорідного стану в вихідний слабо неоднорідний гомеотропний і навпаки становить близько 60 В/мм. Зазначимо, що при зменшенні величини напруженості електричного поля нижче 170 В/мм вдається досягти значень кута θ директора в інтервалі $0,12\pi$ – $0,18\pi$, які неможливо реалізувати виключно збільшенням величини напруженості.

Збільшення переднахилю директора на поверхні підкладки, що забезпечується кутом ψ орієнтування легкої осі ν , призводить до згладження залежностей кутів $\theta_0(E_0)$ та $\theta_m(E_0)$ (див. рис. 6) і, як наслідок, до зменшення ширини та амплітуди обох гістерезисних переходів у системі. Вже при величині кута $\psi \approx 2^\circ$ зникає гістерезис переходу системи із неоднорідного стану в планарний і навпаки ($E_{0th} \approx 240$ В/мм). Зі збільшенням значень кута ψ гістерезис переходу системи з гомеотропно-го стану в неоднорідний і навпаки зсувається в бік менших значень критичних напруженостей.

Згідно з розрахунками, не залежно від типу орієнтаційного переходу в системі область існування гістерезису визначається не тільки величиною напруженості E_0 електричного поля, а й значеннями енергій зчеплення w_e , w_ν , відношенням параметрів K_1/K_3 та величиною кута ψ орієнтування легкої осі ν . На рис. 7 наведені чисельно отримані залежності критичного значення кута ψ_{th} від величини енергії зчеплення w_ν директора з похилою легкою віссю ν для декількох значень відношення K_1/K_3 . Тут в області значень $\psi < \psi_{th1}$ та $\psi < \psi_{th2}$ гістерезисом супроводжуються орієнтаційні переходи між гомеотропним і неоднорідним та планарним і неоднорідним станами відповідно. При зна-

ченнях $\psi > \psi_{th1}$ та $\psi > \psi_{th2}$ відповідні орієнтаційні переходи проходять без гістерезису. Не залежно від типу орієнтаційного переходу в системі зменшення значень енергії зчеплення w_ν приводить до розширення області гістерезису по величині кута ψ . Очевидно в області менших значень енергії зчеплення w_ν для руйнування гістерезису відповідного орієнтаційного переходу потрібні більші значення кута ψ нахилу легкої осі ν з метою локалізації впливу легкої осі \mathbf{e} . За великих значень енергії зчеплення $w_\nu \gtrsim 6$ достатньо відносно малої величини кута $\psi \gtrsim 0,05\pi$ нахилу легкої осі ν для зникнення гістерезису орієнтаційного переходу системи із планарного стану в неоднорідний. При цьому зі зменшенням значень відношення K_1/K_3 область гістерезису звужується за величиною кута ψ .

На відміну від випадку орієнтаційного переходу системи з планарного стану в неоднорідний, гістерезис переходу системи із гомеотропного стану в неоднорідний існує в значно ширшому діапазоні значень кута ψ нахилу легкої осі ν . В останньому випадку зі збільшенням величини відношення K_1/K_3 критичні значення ψ_{th1} монотонно спадають при значеннях енергії зчеплення $w_\nu \gtrsim 8$ та змінюються немонотонно у протилежному випадку.

Зазначимо, що область значень кута $\psi < \psi_{th2}$ є областю “подвійного” гістерезису. В області значень кута $\psi_{th2} < \psi < \psi_{th1}$ наявний тільки один з гістерезисів, а саме орієнтаційного переходу системи з гомеотропного стану в неоднорідний.

Загалом, збільшення величин енергії зчеплення w_ν та кута ψ орієнтування легкої осі ν приводить до звуження петлі гістерезису та подальшого зникнення останнього у випадках обох орієнтаційних переходів. У той самий час збільшення величини відношення K_1/K_3 призводить до розширення діапазону зміни кута θ директора при гістерезисному переході системи з планарного стану в неоднорідний та до його звуження у випадку гістерезисного переходу системи з гомеотропного в неоднорідний стан, що узгоджується з результатами [67].

3. Плазмонні коливання на поверхні комірки НРК

Нехай одна з підкладинок комірки, що є тонким полімерним шаром товщини L_d , ззовні межує з шаром металу, наприклад, золота. Тоді на межі поділу полімерний шар – метал за відповідних умов

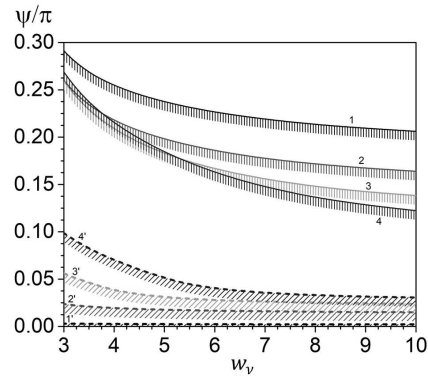


Рис. 7. Залежності критичних значень ψ_{th} від величини енергії зчеплення $w_\nu = W_\nu L/K_3$. ψ_{th1} – суцільні лінії, ψ_{th2} – пунктирні. Штриховка позначає область гістерезису орієнтаційного переходу. $K_1/K_3 = 0,5 (1, 1'), 1 (2, 2'), 1,5 (3, 3'), 2 (4, 4')$. $K_3 = 1,5 \cdot 10^{-6}$ дин, $w_e = W_e L/K_3 = 2$

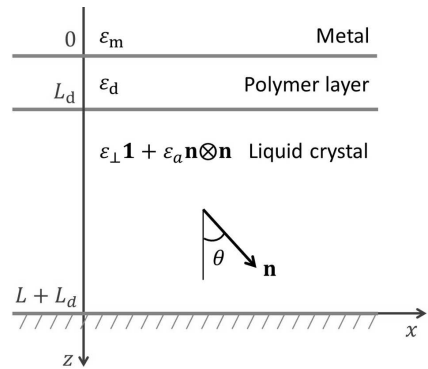


Рис. 8. Геометрія структури рідкий кристал–полімерний шар–метал. На межі поділу полімерний шар–метал можуть поширюватися поверхневі плазмонні поляритони

можуть збуджуватися поверхневі плазмонні поляритони (ППП). У такій системі розглянемо поширення ППП у напрямку осі Ox (див. рис. 8). Вісь Oz спрямуємо в бік НРК, сумістивши площину $z = 0$ з межею поділу полімерний шар – метал.

Електромагнітне поле ППП запишемо в вигляді монохроматичної хвилі частоти ω , $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$. Оскільки ППП є локалізованою модою, то амплітуда коливань його електричного та магнітного полів експоненційно затухає при віддаленні від площини поширення цієї моди. Якщо полімерний шар є достатньо тонким, то електромагнітне поле ППП потрапляючи в НРК, відповідно, відчуватиме орієнтування поля директора. Через експоненційне затухання еле

ктромагнітного поля ППП, вплив підкладинки з іншого боку НРК ($z \geq L + L_d$) на параметри поширення останнього є нехтовно малим. Тому в межах розгляду електромагнітного поля ППП вважатимемо НРК необмеженим в напрямку осі Oz . Таким чином, середовище поширення ППП моделюємо як тришарову оптичну систему, що складається з ізотропного однорідного полімерного шару, обмеженого з обох боків напівнескінченими шарами металу та НРК. Для врахування впливу анізотропії та неоднорідності НРК на поширення ППП скористаємось теорією збурень [50, 67]. У нульовому наближенні цієї теорії вектори напруженості електричного $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ і магнітного $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ полів ППП шукаються як розв'язки системи рівнянь Максвелла в однорідному ізотропному середовищі з діелектричною проникністю

$$\varepsilon_0(z) = \varepsilon_m \chi(-z) + \varepsilon_d \chi(z), \quad (10)$$

де $\varepsilon_m, \varepsilon_d$ – діелектричні проникності металу та полімеру на частоті ω поширення ППП відповідно. Тут $\chi(t)$ – функція Гевісайда: $\chi(t) = 0$ при $t < 0$ і $\chi(t) = 1$, якщо $t > 0$. Розв'язок для векторів напруженості електричного і магнітного поля ППП у нульовому наближенні теорії збурень має вигляд:

$$\mathbf{E}_0^{m,d}(\mathbf{r}) = \frac{cA_0}{\omega\varepsilon_{m,d}} (\pm i\beta_{m,d}, 0, -k_{0x}) e^{ik_0^{m,d}\mathbf{r}}, \quad (11)$$

$$\mathbf{H}_0^{m,d}(\mathbf{r}) = A_0(0, 1, 0) e^{ik_0^{m,d}\mathbf{r}}, \quad (12)$$

де A_0 – амплітудний множник, індекси m, d позначають відповідно середовища металу ($z < 0$) та полімеру ($z > 0$). Компоненти хвильового вектора $\mathbf{k}_0^{m,d} = (k_{0x}, 0, \pm i\beta_{m,d})$ мають такий вигляд:

$$k_{0x} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon_d \varepsilon_m}{\varepsilon_d + \varepsilon_m}}, \quad \beta_{m,d} = \frac{\omega}{c} \sqrt{-\frac{\varepsilon_{m,d}^2}{\varepsilon_d + \varepsilon_m}}. \quad (13)$$

Наступним кроком є врахування анізотропії та неоднорідності НРК як збурення розв'язку нульового порядку. Для цього діелектричну проникність розглядуваної структури запишемо у вигляді:

$$\hat{\varepsilon}(z) = \varepsilon_0(z) \hat{\mathbf{1}} + \eta \Delta \hat{\varepsilon}(z), \quad (14)$$

де

$$\Delta \hat{\varepsilon}(z) = [\varepsilon_a (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n} - \mathbf{1}/3) + \varepsilon_c \mathbf{1}] \chi(z - L_d). \quad (15)$$

Тут $\varepsilon_a = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$, $\varepsilon_c = (2\varepsilon_{\perp} + \varepsilon_{\parallel})/3 - \varepsilon_d$, де ε_{\parallel} , ε_{\perp} – відповідно паралельна і перпендикулярна директору компоненти тензора діелектричної проникності однорідного НРК на частоті ω , $\eta \ll 1$.

Знайдемо розв'язок системи рівнянь Максвелла в середовищі з тензором діелектричної проникності $\hat{\varepsilon}(z)$ (14). Для цього вектори напруженості електричного та магнітного полів ППП запишемо в вигляді розкладу по малому параметру η :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \eta \mathbf{E}_1 + o(\eta), \quad (16)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \eta \mathbf{H}_1 + o(\eta). \quad (17)$$

Тут вектори $\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0$ відповідають знайденому вище розв'язку (11), (12) нульового порядку в межах ізотропного наближення, а поправки \mathbf{E}_1 і \mathbf{H}_1 враховують наявність шару НРК. Розв'язуючи рівняння для \mathbf{E}_1 і \mathbf{H}_1 , в лінійному по η наближенні знаходимо поправку до нульового наближення $n_{\text{eff}}^0 = ck_{0x}/\omega$ ефективного показника заломлення ППП. Звідки останній набуває вигляду

$$n_{\text{eff}} = n_{\text{eff}}^0 + \frac{c}{\omega} k_{0x} K e^{-2\beta_d L_d}, \quad (18)$$

де

$$K = \frac{\varepsilon_m \varepsilon_c}{2(\varepsilon_d + \varepsilon_m) \varepsilon_d} - \frac{(\varepsilon_d + 2\varepsilon_m) \varepsilon_m \varepsilon_a}{6\varepsilon_d (\varepsilon_d^2 - \varepsilon_m^2)} + \frac{\varepsilon_m \varepsilon_a}{2\varepsilon_d (\varepsilon_d - \varepsilon_m)} - \frac{\varepsilon_m \varepsilon_a \beta_d e^{2\beta_d L_d}}{\varepsilon_d (\varepsilon_d - \varepsilon_m)} \times \int_{L_d}^{\infty} \sin^2 \theta(z - L_d) e^{-2\beta_d z} dz. \quad (19)$$

Наведені вирази (18), (19) дозволяють розрахувати величину ефективного показника заломлення ППП для довільного профілю директора в об'ємі НРК.

На рис. 9 наведена розрахункова залежність величини ефективного показника заломлення n_{eff} ППП від значень напруженості E_0 зовнішнього електричного поля для довжин хвилі $\lambda = 2\pi c/\omega$ рівних 700, 800 та 900 нм. Розрахунки зроблено для таких значень параметрів НРК-комірки: $w_e = W_e L/K_3 = 2$ та $w_\nu = W_\nu L/K_3 = 8$, $\psi = 1^\circ$, $\varepsilon_{\parallel} = 19$, $\varepsilon_{\perp} = 5$, $K_1 = 1,1 \cdot 10^{-6}$ дин, $K_3 = 1,5 \cdot 10^{-6}$ дин, $L = 10$ мкм, $L_d = 100$ нм. Були враховані оптичні частотні залежності діелектричних сталей золота [51], полівінілкарбазолу [51] в ролі полімерного шару підкладинки та суміші E7 [68] в ролі НРК. Зокрема, для $\lambda = 800$ нм

були отримані такі значення: $\varepsilon_m = -26,43$, $\varepsilon_d = 2,81$, $\varepsilon_c = -0,32$ та $\varepsilon_a = 0,64$.

У цілому, збільшення величини напруженості E_0 електричного поля призводить до зменшення значень ефективного показника заломлення n_{eff} ППП. В області величин напруженості електричного поля $E_0 \lesssim 170$ В/мм залежність n_{eff} від значень E_0 є слабкою, оскільки поле директора є слабо деформованою гомеотропною структурою. Область величин напруженостей 170–230 В/мм є областю підвищеної чутливості величини n_{eff} до значень E_0 . Так, збільшення значень E_0 у зазначеній області супроводжується стрибкоподібними зменшеннями величини n_{eff} , що є прямим наслідком відповідної стрибкоподібної переорієнтації поля директора. При перевищенні напруженості електричного поля значення, близького до 230 В/мм ефективний показник заломлення ППП практично перестає залежати від значень E_0 , оскільки в цьому випадку директор НРК орієнтований у напрямку електричного поля майже по всій товщині комірки. При зменшенні величини напруженості E_0 стрибкоподібні зміни значення n_{eff} ППП відбуваються за менших значень напруженості, ніж при її збільшенні. Як видно, зміни значень n_{eff} , зумовлені зміною величини напруженості E_0 електричного поля, можуть супроводжуватись гістерезисами. Зазначені гістерезиси є прямим проявом відповідних гістерезисів орієнтаційної перебування поля директора НРК. Аналогічно до розглянутої вище залежності величини кута θ директора від значень напруженості E_0 електричного поля, ділянки залежності $n_{\text{eff}}(E_0)$ з похідною $\partial n_{\text{eff}}/\partial E_0 < 0$ відповідають нестійким розв'язкам (див. рис. 4). Згідно з розрахунками, збільшення довжини хвилі λ призводить до зменшення значень ефективного показника заломлення n_{eff} ППП та розширення діапазону їх зміни.

На рис. 10 наведено залежності величини ефективного показника заломлення n_{eff} ППП від значень напруженості E_0 електричного поля для різних значень кута ψ нахилу легкої осі ν . Збільшення величини кута ψ призводить до звуження діапазону зміни значень n_{eff} (які досягаються зміною напруженості E_0 електричного поля), а також до звуження петлі гістерезисів залежності $n_{\text{eff}}(E_0)$ з подальшим їх зникненням.

Оскільки залежність величини ефективного показника заломлення n_{eff} ППП від значень напру-

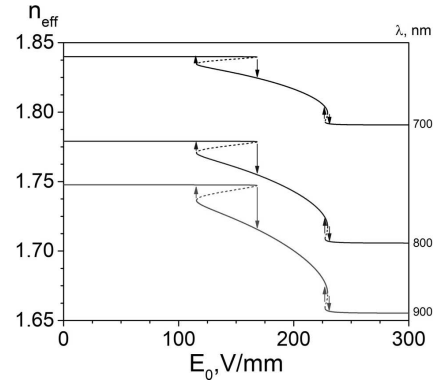


Рис. 9. Залежності ефективного показника заломлення n_{eff} ППП від величини напруженості електричного поля для кількох значень довжини хвилі λ

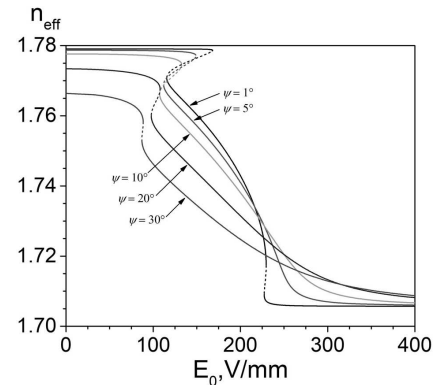


Рис. 10. Залежності ефективного показника заломлення n_{eff} ППП від величини напруженості електричного поля для кількох значень кута ψ

женості E_0 електричного поля є монотонно спадаючою функцією, то можна знайти діапазон зміни значень n_{eff} враховуючи явний вигляд поля директора НРК у граничних випадках $E_0 = 0$ та $E_0 \rightarrow \infty$. У першому випадку кут директора визначається рівнянням (9), тоді як у другому $\theta(z) \rightarrow \pi/2$, тобто поле директора є планарно орієнтованим. Підставляючи зазначені розв'язки в (18), (19), та використовуючи явні вирази для компонент хвильового вектора (13), отримуємо вираз для діапазону керування величиною ефективного показника заломлення ППП:

$$\Delta n_{\text{eff}} = R_\varepsilon R_{PL} R_{LC}, \quad (20)$$

де

$$R_\varepsilon = \sqrt{\frac{\varepsilon_d \varepsilon_m}{\varepsilon_d + \varepsilon_m}} \frac{|\varepsilon_m| \varepsilon_a}{\varepsilon_d (\varepsilon_d - \varepsilon_m)},$$

$$R_{PL} = \exp\left(-\frac{2\omega\varepsilon_d L_d}{c|\varepsilon_d + \varepsilon_m|}\right),$$

$$R_{LC} = \cos^2\left(\frac{1}{2} \arctan \frac{W_\nu \sin 2\psi}{W_e + W_\nu \cos 2\psi}\right),$$
(21)

як і в виразі (9), значення \arctan приводяться до першого квадранту. Як видно, вираз для діапазону зміни Δn_{eff} величини ефективного показника заломлення ППП є добутком трьох окремих множників. Тут R_e описує внесок в Δn_{eff} діелектричних сталей складових структури НРК – полімерний шар–метал. R_{PL} враховує послаблення полімерним шаром чутливості ППП до переорієнтації НРК. Фактор R_{LC} враховує вплив величини кута ψ орієнтування легкої осі ν та значень енергій зчеплення W_e, W_ν на діапазон зміни величини кута θ директора в комірці НРК.

Як видно з вигляду (20), (21), частота ω поширення ППП явно входить у вираз для діапазону Δn_{eff} керування ефективним показником заломлення ППП лише через множник R_{PL} . Зменшення значення частоти ω сповільнює затухання поля ППП при віддаленні від межі поділу полімерний шар–метал, що, в свою чергу, покращує можливість до керування оптичними властивостями ППП шляхом переорієнтації НРК. За відсутності полімерного шару ($L_d = 0$), значення частоти ω ППП впливає на величину діапазону керування Δn_{eff} лише опосередковано, а саме, через частотні залежності діелектричних сталей складових компонентів структури. Діапазон керування Δn_{eff} очікувано розширюється зі зменшенням товщини L_d по-

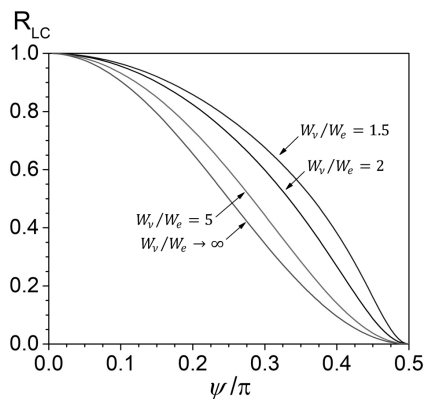


Рис. 11. Залежності фактора R_{LC} у виразі для діапазону керування Δn_{eff} ефективним показником заломлення поверхневого плазмонного поляритона від кута ψ нахилу осі e для різних значень відношення W_ν/W_e енергій зчеплення

лімерного шару та зі збільшенням величини оптичної анізотропії ε_a НРК.

Збільшення значення кута ψ орієнтування легкої осі ν та збільшення величини відношення W_ν/W_e енергій зчеплення НРК з осями ν та e відповідно призводить до звуження діапазону Δn_{eff} керування величиною ефективного показника заломлення ППП (див. рис. 11). У граничному випадку $\psi \rightarrow 0$ залежність величини Δn_{eff} від значення відношення W_ν/W_e енергій зчеплення зникає через співпадіння осей ν та e . При $\psi \rightarrow \pi/2$ за умови $W_\nu > W_e$ область керування величиною n_{eff} звужується до нуля, оскільки директор вирівнюється планарно по всій товщині комірки незалежно від величини напруженості E_0 електричного поля.

4. Обговорення результатів та висновки

Теоретично досліджено електроіндуковану орієнтаційну нестійкість директора НРК в гомеотропно орієнтованій комірці з переднахилом директора на її поверхні. Встановлено, що при збільшенні від нуля величини напруженості E_0 зовнішнього електричного поля деформації поля директора в об'ємі НРК наростають неперервно, тобто має місце безпороговий орієнтаційний перехід з вихідного однорідного майже гомеотропного стану в неоднорідний. Зазначимо, що за відсутності переднахилу директора на поверхні зазначений орієнтаційний перехід є пороговим. Подальше збільшення величини E_0 приводить до орієнтаційного переходу системи із слабо неоднорідного гомеотропного стану в суттєво неоднорідний з подальшим переходом в практично однорідний планарний стан. За певних умов зазначені орієнтаційні переходи можуть супроводжуватися гістерезисами. За наявності останніх при досягненні напруженості E_0 електричного поля певних критичних значень $E_{0\text{th}}$ орієнтаційні переходи поля директора проходять стрибкоподібно. При зменшенні напруженості E_0 електричного поля обернені переходи також проходять стрибкоподібно, проте за менших величин $E'_{0\text{th}} < E_{0\text{th}}$ критичних напруженостей. Встановлено умови існування та величини параметрів гістерезисів орієнтаційних переходів при зміні значень напруженості E_0 електричного поля. Встановлено існування критичних значень ψ_{th1} і ψ_{th2} (тут $\psi_{\text{th1}} > \psi_{\text{th2}}$) кута ψ орієнтування похи-

лої легкої осі ν , таких що при $\psi < \psi_{th1}$ і $\psi < \psi_{th2}$ відповідно орієнтаційні переходи між слабо неоднорідним гомеотропним станом і суттєво неоднорідним та слабо неоднорідним планарним і суттєво неоднорідним супроводжуються гістерезисом. Відповідно, область значень кута $\psi < \psi_{th2}$ є областю “подвійного” гістерезису, а при величинах $\psi > \psi_{th1}$ обидва орієнтаційні переходи проходять без гістерезису. Збільшення величини кута ψ орієнтування легкої осі ν призводить до зменшення ширини та амплітуди гістерезисів обох орієнтаційних переходів з подальшим їх зникненням і, як наслідок, до згладжування залежності $\theta(E_0)$ для всіх значень координати z . Встановлено, що за типових значень параметрів НРК-комірки при збільшенні величини переднахилу ψ директора на поверхні гістерезис орієнтаційного переходу системи зі слабо неоднорідного планарного стану в суттєво неоднорідний зникає першим. Подальше збільшення значень ψ приводить до зникнення і гістерезису орієнтаційного переходу системи зі слабо неоднорідного гомеотропного стану в суттєво неоднорідний. Зі збільшенням величини енергії зчеплення W_ν директора з похилою легкою віссю області існування гістерезису обох орієнтаційних переходів звужуються по величині кута ψ . При збільшенні величини відношенні K_1/K_3 область існування гістерезису орієнтаційного переходу системи зі слабо неоднорідного гомеотропного стану в суттєво неоднорідний розширюється, тоді як область гістерезису орієнтаційного переходу зі слабо неоднорідного планарного стану в суттєво неоднорідний навпаки – звужується.

Розглянуто вплив зовнішнього електричного поля на параметри та умови поширення плазмонних поляритонів на поверхні комірки НРК за умови обмеженості однієї з полімерних підкладінок з іншого боку тонким шаром золота. Розраховано величину ефективного показника заломлення n_{eff} ППП та досліджено її залежність від значень напруженості E_0 електричного поля, товщини полімерного шару L_d та параметрів НРК-комірки. Встановлено, що зі збільшенням значень напруженості E_0 електричного поля величина ефективного показника заломлення n_{eff} ППП зменшується. Діапазон зміни величини Δn_{eff} ефективного показника заломлення ППП розширюється зі зменшенням значень кута ψ орієнтування похилої легкої осі ν , товщини L_d полімерного шару, відношення

енергій зчеплення W_ν/W_e , а також зі збільшенням довжини хвилі λ ППП та оптичної анізотропії НРК ϵ_a .

ДОДАТОК

Зазначимо, що підінтегральний вираз у (7) прямує до $+\infty$ поблизу верхньої межі інтегрування θ_m . Це значно ускладнює процес обчислення такого інтегралу числовими методами. Ця проблема усувається шляхом представлення підінтегрального виразу у вигляді суми двох доданків:

$$\sqrt{\frac{(K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta)(\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta)}{\cos^2 \theta - \cos^2 \theta_m}} = A + B,$$

де

$$A = \sqrt{\frac{(K_1 \sin^2 \theta_m + K_3 \cos^2 \theta_m)(\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta_m)}{\sin 2\theta_m(\theta_m - \theta)}},$$

$$B = \sqrt{\frac{(K_1 \sin^2 \theta + K_3 \cos^2 \theta)(\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta)}{\cos^2 \theta - \cos^2 \theta_m}} - \sqrt{\frac{(K_1 \sin^2 \theta_m + K_3 \cos^2 \theta_m)(\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta_m)}{\sin 2\theta_m(\theta_m - \theta)}}.$$

У такому представленні сингулярність підінтегрального виразу в (7) виокремлена у доданку A , який допускає аналітичне інтегрування:

$$\int_{\theta_0}^{\theta_m} A d\theta = 2\sqrt{(K_1 \sin^2 \theta_m + K_3 \cos^2 \theta_m)} \times \sqrt{\frac{(\epsilon_\perp + \epsilon_a \cos^2 \theta_m)(\theta_m - \theta_0)}{\sin 2\theta_m}},$$

в той час як доданок B є обмеженою функцією θ без особливих точок, яка прямує до нуля при $\theta \rightarrow \theta_m$, та допускає інтегрування числовими методами.

1. I.-C. Khoo. *Liquid Crystals* (John Wiley & Sons, 2022) [ISBN: 978-1-119-70582-6].
2. T. Kato, J. Uchida, T. Ichikawa, T. Sakamoto. Functional liquid crystals towards the next generation of materials. *Angewandte Chemie International Edition* **57** (16), 4355 (2018).
3. S. Sato. Applications of liquid crystals to variable-focusing lenses. *Optical Review* **6**, 471 (1999).
4. M. Schadt. Liquid crystal materials and liquid crystal displays. *Annual Rev. Mater. Sci.* **27** (1), 305 (1997).
5. P.-G. De Gennes, J. Prost. *The Physics of Liquid Crystals* (Oxford university press, 1993) [ISBN: 9780198517856].
6. J.P. Lagerwall, G. Scalia. A new era for liquid crystal research: Applications of liquid crystals in soft matter nano-, bio- and microtechnology. *Current Appl. Phys.* **12** (6), 1387 (2012).

7. J.A. Castellano. Surface anchoring of liquid crystal molecules on various substrates. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **94** (1–2), 33 (1983).
8. I. Yakovkin, A. Lesiuk, M. Ledney, V. Reshetnyak. Director orientational instability in a planar flexoelectric nematic cell with easy axis gliding. *J. Mol. Liq.* **363**, 119888 (2022).
9. O. Tarnavskyy, M. Ledney. Orientational instability of the director in a nematic cell caused by electro-induced anchoring modification. *Condensed Matter Physics* **24** (1), 13601 (2021).
10. A. Ellison, I. A. Cornejo. Glass substrates for liquid crystal displays. *Intern. J. Appl. Glass Sci.* **1** (1), 87 (2010).
11. O. Tarnavskyy, A. Savchenko, M. Ledney. Two-dimensional director configurations in a nematic-filled cylindrical capillary with the hybrid director alignment on its surface. *Liquid Crystals* **47** (6), 851 (2020).
12. O. Tarnavskyy, M. Ledney. Equilibrium locations of defects in two-dimensional configurations of the nlc director field. *Liquid Crystals* **50** (1), 21 (2023).
13. A. Lesiuk, M. Ledney, O. Tarnavskyy. Orientational instability of nematic liquid crystal in a homeotropic cell with boundary conditions controlled by an electric field. *Liquid Crystals* **46** (3), 469 (2019).
14. A. Lesiuk, M. Ledney, O. Tarnavskyy. Orientational instability induced by the electric field in a cell of a nematic liquid crystal with negative dielectric anisotropy. *Ukr. J. Phys.* **62** (9), 779 (2017).
15. B.Y. Zel'dovich, N. Tabiryan, Y.S. Chilingaryan. Fredericksz transitions induced by light fields. *Sov. Phys. JETP* **54** (1), 32 (1981).
16. S. Durbin, S. Arakelian, Y. Shen. Optical-field-induced birefringence and fredericksz transition in a nematic liquid crystal. *Phys. Rev. Lett.* **47** (19), 1411 (1981).
17. A. Zolot'ko, V. Kitaeva, N. Kroo, N. Sobolev, L. Chillag. The effect of an optical field on the nematic phase of the liquid crystal ocbp. *Jetp Lett* **32** (2), 158 (1980) [ISSN: 0021-3640].
18. E. Brasselet, A. Lherbier, L.J. Dubé. Transverse nonlocal effects in optical reorientation of nematic liquid crystals. *JOSA B* **23** (1), 36 (2006).
19. M. Ledney, I. Pinkevych. Influence of anchoring at a nematic cell surface on threshold spatially periodic reorientation of a director. *Liquid Crystals* **34** (5), 577 (2007).
20. A. Lesiuk, M. Ledney, O. Tarnavskyy, *et al.* Electro-optical effect in a planar nematic cell with electric field sensitive boundary conditions. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **647** (1), 320 (2017).
21. U.A. Laudyn, A.E. Miroshnichenko, W. Krolikowski, *et al.* Observation of light-induced reorientational effects in periodic structures with planar nematic-liquid-crystal defects. *Appl. Phys. Lett.* **92** (20) (2008).
22. A.E. Miroshnichenko, E. Brasselet, Y.S. Kivshar. Light-induced orientational effects in periodic photonic structures with pure and dye-doped nematic liquid crystal defects. *Phys. Rev. A* **78** (5), 053823 (2008).
23. M. Ledney, O. Tarnavskyy, A. Lesiuk, V.Y. Reshetnyak. Interaction of electromagnetic waves in nematic waveguide. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **638** (1), 1 (2016).
24. G. Barbero, N. Madhusudana, G. Durand. Weak anchoring energy and pretilt of a nematic liquid crystal. *J. Phys. Lett.* **45** (12), 613 (1984).
25. K.-W. Lee, A. Lien, J.H.S. Paek. Control and modification of nematic liquid crystal pretilt angles on polyimides. *Japanese J. Appl. Phys.* **36** (6R), 3591 (1997).
26. B. Cerrolaza, M.A. Geday, J. Oton, X. Quintana, N. Benis. Measuring thickness and pretilt in reflective vertically aligned nematic liquid crystal displays. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **494** (1), 222 (2008).
27. D. Seo, H. Matsuda, T. Oh-Ide, S. Kobayashi. Alignment of nematic liquid crystal (5cb) on the treated substrates: Characterization of orientation films, generation of pretilt angles, and surface anchoring strength. *Mol. Cryst. Liq. Cryst. Sci. Technology. Section A. Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **224** (1), 13 (1993).
28. F.K. Lee, B. Zhang, P. Sheng, H.S. Kwok, O. K. Tsui. Continuous liquid crystal pretilt control through textured substrates. *Appl. Phys. Lett.* **85** (23), 5556 (2004).
29. W.-T. Wu. *Liquid Crystal Pretilt Angle Control. Mechanism, Electro-Optical Properties and Numerical Analysis.* Ph.D. thesis, SI: sn (2016) [ISBN: 9789402804348].
30. L. Weng, P.-C. Liao, C.-C. Lin *et al.* Anchoring energy enhancement and pretilt angle control of liquid crystal alignment on polymerized surfaces. *AIP advances* **5** (9), 097218 (2015).
31. X. Nie, R. Lu, H. Xianyu, T.X. Wu, S.-T. Wu. Anchoring energy and cell gap effects on liquid crystal response time. *J. Appl. Phys.* **101** (10), 103110 (2007).
32. X. Nie, H. Xianyu, R. Lu, T.X. Wu, S.-T. Wu. Pretilt angle effects on liquid crystal response time. *J. Display Technology* **3** (3), 280 (2007).
33. H.L. Ong. Optically induced fredericksz transition and bistability in a nematic liquid crystal. *Phys. Rev. A* **28** (4), 2393 (1983).
34. A. Vella, B. Piccirillo, E. Santamato. Coupled-mode approach to the nonlinear dynamics induced by an elliptically polarized laser field in liquid crystals at normal incidence. *Phys. Rev. E* **65** (3), 031706 (2002).
35. E. Brasselet, B. Piccirillo, E. Santamato. Three-dimensional model for light-induced chaotic rotations in liquid crystals under spin and orbital angular momentum transfer processes. *Phys. Rev. E* **78** (3), 031703 (2008).
36. I. Budagovsky, D. Pavlov, S. Shvetsov, *et al.* First-order light-induced orientation transition in nematic liquid crystal in the presence of low-frequency electric field. *Appl. Phys. Lett.* **101** (2), 021112-1 (2012).
37. G. D'Alessandro, A.A. Wheeler. Bistability of liquid crystal microcavities. *Phys. Rev. A* **67** (2), 023816 (2003).

38. V. Ilyina, S. Cox, T. Sluckin. A computational approach to the optical freedericksz transition. *Opt. Commun.* **260** (2), 474 (2006).
39. M.F. Ledney, O.S. Tarnavskyy. Influence of the anchoring energy on hysteresis at the freedericksz transition in confined light beams in a nematic cell. *Liquid Crystals* **39** (12), 1482 (2012).
40. M. Ledney, O. Tarnavskyy, V. Khimich. Influence of dc electric field on the hysteresis of light-induced freedericksz transition in a nematic cell. *Ukr. J. Phys.* **61** (2), 117 (2016).
41. B. Frisken, P. Palffy-Muhoray. Electric-field-induced twist and bend freedericksz transitions in nematic liquid crystals. *Phys. Rev. A* **39** (3), 1513 (1989).
42. I.W. Stewart. *The Static and Dynamic Continuum Theory of Liquid Crystals: A Mathematical Introduction* (Crc Press, 2019).
43. H. Zhou, E.P. Choate, H. Wang. Optical fredericks transition in a nematic liquid crystal layer. In: *Liquid Crystalline Polymers: Vol. 2 – Processing and Applications* (2015), pp. 265–295.
44. G. Sprokel, R. Santo, J. Swalen. Determination of the surface tilt angle by attenuated total reflection. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **68** (1), 29 (1981).
45. G. Sprokel. The reflectivity of a liquid crystal cell in a surface plasmon experiment. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **68** (1), 39 (1981).
46. K. Welford, J. Sambles. Detection of surface director reorientation in a nematic liquid crystal. *Appl. Phys. Lett.* **50** (14), 871 (1987).
47. K. Welford, J. Sambles, M. Clark. Guided modes and surface plasmon-polaritons observed with a nematic liquid crystal using attenuated total reflection. *Liquid Crystals* **2** (1), 91 (1987).
48. A. Lesiuk, M. Ledney, V.Y. Reshetnyak. Light-induced fredericks transition in the nematic liquid crystal cell with plasmonic nanoparticles at a cell bounding substrate. *Phys. Rev. E* **106** (2), 024706 (2022).
49. K.R. Daly. *Light-Matter Interaction in Liquid Crystal Cells*. Ph.D. thesis (University of Southampton, 2011).
50. K.R. Daly, S. Abbott, G. D'Alessandro, D.C. Smith, M. Kaczmarek. Theory of hybrid photorefractive plasmonic liquid crystal cells. *JOSA B* **28** (8), 1874 (2011).
51. S.B. Abbott. *Energy Transfer between Surface Plasmon Polariton Modes with Hybrid Photorefractive Liquid Crystal Cells*. Ph.D. thesis (University of Southampton, 2012).
52. S.B. Abbott, K.R. Daly, G. D'Alessandro, M. Kaczmarek, D.C. Smith. Photorefractive control of surface plasmon polaritons in a hybrid liquid crystal cell. *Opt. Lett.* **37** (13), 2436 (2012).
53. M.E. Caldwell, E.M. Yeatman. Surface-plasmon spatial light modulators based on liquid crystal. *Applied optics* **31** (20), 3880 (1992).
54. U. Bortolozzo, S. Residori, J. Huignard. Beam coupling in photorefractive liquid crystal light valves. *J. Phys. D: Appl. Phys.* **41** (22), 224007 (2008).
55. F. Yang, J. Sambles. Microwave liquid crystal wavelength selector. *Appl. Phys. Lett.* **79** (22), 3717 (2001).
56. Y. Wang. Voltage-induced color-selective absorption with surface plasmons. *Appl. Phys. Lett.* **67** (19), 2759 (1995).
57. Y. Wang, S.D. Russell, R.L. Shimabukuro. Voltage-induced broad-spectrum reflectivity change with surface-plasmon waves. *J. Appl. Phys.* **97** (2), 023708 (2005).
58. O. Buchnev, A. Dyadyusha, M. Kaczmarek, V. Reshetnyak, Y. Reznikov. Enhanced two-beam coupling in colloids of ferroelectric nanoparticles in liquid crystals. *J. Opt. Soc. Am. B* **24** (7), 1512 (2007).
59. G. Cook, A. Glushchenko, V. Reshetnyak, et al. Nanoparticle doped organic-inorganic hybrid photorefractives. *Optics Express* **16** (6), 4015 (2008).
60. W. Dickson, G.A. Wurtz, P.R. Evans, R.J. Pollard, A.V. Zayats. Electronically controlled surface plasmon dispersion and optical transmission through metallic hole arrays using liquid crystal. *Nano Lett.* **8** (1), 281 (2008).
61. L. Komitov, G. Barbero, I. Dahl, B. Helgee, N. Olsson. Controllable alignment of nematics by nanostructured polymeric layers. *Liquid Crystals* **36** (6–7), 747 (2009).
62. E. Ouskova, Y. Reznikov, S. Shiyonovskii, et al. Photo-orientation of liquid crystals due to light-induced desorption and adsorption of dye molecules on an aligning surface. *Phys. Rev. E* **64** (5), 051709 (2001).
63. A. Rapini, M. Papoular. Distorsion d'une lamelle nématique sous champ magnétique conditions d'ancrage aux parois. *Le Journal de Physique Colloques* **30** (C4), C4 (1969).
64. L.M. Blinov, V.G. Chigrinov. *Electrooptic Effects in Liquid Crystal Materials* (Springer Science & Business Media, 2012).
65. H. Warlimont, W. Martienssen. Eds. *Springer Handbook of Materials Data* (Springer, 2018).
66. P.C.-P. Chao, Y.-Y. Kao, C.-J. Hsu. A new negative liquid crystal lens with multiple ring electrodes in unequal widths. *IEEE Photonics J.* **4** (1), 250 (2012).
67. I. Yakovkin, M. Ledney. Electrically induced orientational instability of the director in a homeotropic nematic liquid crystal cell and its effect on surface plasmon oscillations. *Phase Transitions* **1** (2023).
68. V. Tkachenko, G. Abbate, A. Marino, et al. Nematic liquid crystal optical dispersion in the visible-near infrared range. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **454** (1), 263 (2006).

Одержано 04.04.24

I.I. Yakovkin, M.F. Ledney

ELECTROCONTROL OVER SURFACE PLASMON OSCILLATIONS IN A HOMEOTROPIC NEMATIC LIQUID CRYSTAL CELL

The electric-field-induced orientational instability of the director in a cell of homeotropically oriented nematic liquid crystal (NLC) in the presence of a pretilt of the director on the substrate surface has been theoretically studied. It is found that

the orientational transitions of the NLC director field from the initial homogeneous state to a significantly inhomogeneous one and the following transition into the planar state are induced by changes in the electric field strength and can be accompanied by hysteresis phenomena. The parameters of the latter are calculated, and conditions required for the hysteresis phenomena to exist, as well as their dependences on the NLC cell parameters, are determined. It is found that an increasing in the director pretilt at the substrate and/or the anchoring energy of the NLC with the inclined easy axis makes the hysteresis loop narrower, which may lead to the hysteresis disappearance in those orientational transitions. The propagation of the surface plasmon polariton (SPP) along the NLC cell surface in the

case where one of the cell's polymer substrates is covered on the outer side with a gold layer has also been investigated. The magnitude of the effective refractive index for the SPP is calculated, and it is found that its value decreases as the electric field strength increases. It is also found that the range of control over the SPP effective refractive index expands for smaller values of the tilt angle of the inclined easy axis and the polymer layer thickness, as well as for larger values of the SPP wavelength and the NLC optical anisotropy.

Keywords: nematic liquid crystal, orientational instability, hysteresis of orientational transition, director pretilt, anchoring energy, surface plasmon polariton.