Ф.С.Н. ЛОБО
Інститут астрофізики і космічних наук Лісабонського університету,
Кафедра фізики факультету наук Лісабонського університету
(Площа Кампо Гранде, Будівля C8, P-1749-016 Лісабон, Португалія; e-mail: fslobo@fc.ul.pt)

УДК 539

ЗА МЕЖАМИ ЗАГАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ ЕЙНШТЕЙНА: ГІБРИДНА ҐРАВІТАЦІЯ ІЗ МЕТРИКОЮ ПАЛАТІНІ [1]

Встановлено, що як метричні, так і варіанти Палатіні ґравітації $f(R)$, мають цікаві особливості і, водночас, також виявляють декілька недоліків. Гібридна комбінація теорій, що містить елементи обох формалізмів, виявляється дуже успішною у поясненні спостережуваної феноменології і здатна уникнути деяких недоліків первісних підходів. В цій статті досліджується формулювання цього гібридного підходу із метрикою Палатіні у динамічно еквівалентній скалярно-тензорній формі. Ми наводимо кілька основних досягнень цього підходу, таких як перевірка спостережуваних даних для Сонячної системи, навіть якщо скалярне поле є дуже легким або безмасовим, і окреслюємо кілька застосувань до астрофізичних і космологічних сценаріїв. Крім того, ми також досліджуємо життєздатність узагальнених гібридних теорій ґравітації із метрикою Палатіні.

Ключові слова: загальна теорія відносності, модифікована ґравітація, гібридна ґравітація із метрикою Палатіні.

1. Вступ

Досягнення загальної теорії відносності (ЗТВ) у малих масштабах, зокрема: Сонячна система, моделі зірок або компактні бінарні системи, стимулювали дослідження можливості модифікованої динаміки у більших масштабах. Протягом останніх років значна увага приділяється дослідженню теорій, у яких ґравітаційна дія описується більш широкими комбінаціями інваріантів кривизни за межами традиційного доданку Ейнштейна–Гільберта [1–9]. Ці дослідження виявили фундаментальну розбіжність між формулюванням стандартної метрики і її аналогом Палатіні [10]. Тоді як метричний підхід зазвичай відображає рівняння з похідними вищого порядку, формулювання Палатіні послідовно породжує рівняння поля другого порядку. Хоча простота рівнянь Палатіні другого порядку є привабливою, вони передбачають алгебраїчні співвідношення між полями матерії і афінним зв'язком, що визначається рівняннями, пов'язаними як з полями матерії, так і з метрикою.

Теорії $f(R)$ служать ілюстративними прикладами цих різних підходів. У метричному формулюванні величина $\phi \equiv df/dR$ діє як динамічне скалярне поле, яке задовольняє рівнянню другого порядку з самовзаємодіями, що залежать від форми Лагранжіана, $f(R)$. Щоб це скалярне поле впливало на астрофізичні і космологічні масштаби, воно

Цитування: Лобо Ф.С.Н. За межами загальної теорії відносності Ейнштейна: гібридна ґравітація із метрикою Палатіні. *Укр. фіз. журн.* **69**, №7, 439 (2024).
Citation: Lobo F.S.N. Beyond Einstein's general relativity: Hybrid metric-Palatini gravity. *Ukr. J. Phys.* **69**, No. 7, 439 (2024). https://doi.org/10.15407/ujpe69.7.439.

[1] Ця робота базується на результатах, які доповідалися на міжнародній конференції "XII Bolyai–Gauss–Lobachevsky (BGL-2024): Non-Euclidean Geometry in Modern Physics and Mathematics".

повинно мати надзвичайно малу масу, що передбачає великий радіус взаємодії. Однак присутність легких скалярів у менших масштабах стикається із суворими обмеженнями з боку лабораторних спостережень і спостережень в межах Сонячної системи, якщо тільки взаємодія не екранується якимось механізмом [11–14]. У підході Палатіні також можливе скалярно-тензорне представлення, хоча скалярне поле задовольняє алгебраїчне, а не диференційне рівняння. Отже, скаляр ϕ стає алгебраїчною функцією тензора енергії-імпульсу речовини, $\phi = \phi(T)$, що потенційно може призводити до небажаної градієнтної нестабільності у різних контекстах, про що свідчать дослідження космологічних збурень [15, 16] і дослідження в області атомної фізики [17,18].

Даний огляд зосереджується на гібридній варіації цих теорій, де суто метрична дія Ейнштейна-Гільберта доповнюється метрично-афінними коригуючими членами, пов'язаними із підходом Палатіні [19, 20]. Визнаючи, що метричні теорії і теорії Палатіні $f(R)$ пропонують прості розширення ЗТВ з інтригуючими властивостями, але страждають від явних недоліків, було розпочато програму поєднання цих підходів [21–23]. Завдяки гібридному поєднанню метричних елементів і елементів Палатіні при побудові Лагранжіана були виявлені життєздатні моделі, що мають атрибути обох формалізмів. Примітно, що ці гібридні теорії дозволяють генерувати сили великого радіусу дії без протиріччя з локальними ґравітаційними спостережуваними даними або із необхідностю існування механізмів екранування. Вираз цих гібридних $f(R)$ теорій із метрикою Палатіні за допомогою скалярно-тензорного представлення полегшує аналіз рівнянь поля і побудову розв'язків.

По суті, прийняття теорії на зразок $R + f(\mathcal{R})$ зберігає успішні результати ЗТВ, втілені в дії Ейнштейна–Гільберта (R), тоді як додаткові ґравітаційні ефекти криються в метрико-афінній компоненті $f(\mathcal{R})$, де $\mathcal{R}$ позначає скаляру кривину Палатіні, яка отримується від незалежного зв'язку. Хоча метрично-афінний і суто метричний формалізми збігаються в ЗТВ, вони відрізняються при розгляді більш загальних функцій $f(\mathcal{R})$ [10]. Розширення структури $f(\mathcal{R})$ змінює зв'язок матерії з ґравітацією лінійно [24] або нелінійно залежно від Лагранжіана матерії [25–32] або її сліду [33–35]. Ці модифікації часто викликають негеодезичний рух через додаткову силу, ортогональну до чотиришвидкості [36], що призводить до нестабільності в секторі матерії через нові нелінійні взаємодії [37, 38]. Однак у гібридному підході із метрикою Палатіні передбачається, що нестабільності в секторі матерії будуть відсутніми, якщо звичайні закони збереження виконуються.

У цьому огляді всебічно розглядаються формулювання і застосування гібридних моделей ґравітації із фокусуванням на границі слабкого поля і дослідженні більш загальних гібридних теорій із метрикою Палатіні. Структура статті наступна: у розділі 2 викладено основні характеристики гібридної моделі ґравітації із метрикою Палатіні включно із дією, рівнянням поля, еквівалентним скалярно-тензорним представленням і переходом до границі слабкого поля. У розділ 3 досліджуються довільні гібридні теорії ґравітації, побудовані з метричних і незалежних зв'язків, демонструючи конкретні моделі, які обходять типові патології. Нарешті, розділ 4 містить заключні зауваження.

2. Гібридна ґравітація із метрикою Палатіні: загальна структура

2.1. Дія і рівняння ґравітаційного поля

Дія, що породжує гібридну ґравітацію із метрикою Палатіні, записується як [20, 39]

$$S = \int \mathrm{d}^4x\sqrt{-g}\left\{\frac{1}{2\kappa^2}\left[R + f(\mathcal{R})\right] + \mathcal{L}_m(g^{\mu\nu}, \psi)\right\}, \quad (1)$$

де $\kappa^2 \equiv 8\pi G$, $\mathcal{L}_m$ позначає стандартний Лагранжіан матерії з мінімальним зв'язком, ψ представляє поля матерії, R означає метричний член Ейнштейна–Гільберта, а $\mathcal{R} \equiv g^{\mu\nu}\mathcal{R}_{\mu\nu}$ є кривиною Палатіні. Остання визначається через незалежний зв'язок $\hat{\Gamma}^{\alpha}{}_{\mu\nu}$:

$$\mathcal{R} \equiv g^{\mu\nu}\left(\hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\nu,\alpha} - \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\alpha,\nu} + \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\alpha\lambda}\hat{\Gamma}^{\lambda}_{\mu\nu} - \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\lambda}\hat{\Gamma}^{\lambda}_{\alpha\nu}\right), \quad (2)$$

який породжує тензор кривини Річчі $\mathcal{R}_{\mu\nu}$ у вигляді

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} \equiv \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\nu,\alpha} - \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\alpha,\nu} + \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\alpha\lambda}\hat{\Gamma}^{\lambda}_{\mu\nu} - \hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\lambda}\hat{\Gamma}^{\lambda}_{\alpha\nu}. \quad (3)$$

Варіація дії (1) відносно метрики дає рівняння ґравітаційного поля:

$$G_{\mu\nu} + F(\mathcal{R})\mathcal{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(\mathcal{R})g_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu}, \quad (4)$$

де $F(\mathcal{R}) = df(\mathcal{R})/d\mathcal{R}$, а тензор енергії-імпульса визначено як звичайно,

$$T_{\mu\nu} \equiv -\frac{2}{\sqrt{-g}}\frac{\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L}_m)}{\delta(g^{\mu\nu})}. \tag{5}$$

Варіація дії відносно незалежного зв'язку $\hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\nu}$ дає рівняння руху:

$$\hat{\nabla}_\alpha\left(\sqrt{-g}F(\mathcal{R})g_{\mu\nu}\right) = 0, \tag{6}$$

маючи на увазі, що $\hat{\Gamma}^{\alpha}_{\mu\nu}$ є зв'язком Леві-Чівіта метрики $h_{\mu\nu} = F(\mathcal{R})g_{\mu\nu}$. Отже, $h_{\mu\nu}$ є конформно пов'язаним із фізичною метрикою $g_{\mu\nu}$, з конформним фактором $F(\mathcal{R}) \equiv df(\mathcal{R})/d\mathcal{R}$.

2.2. Скалярно-тензорне представлення

Подібно до випадків чистої метрики чи варіантів Палатіні [40, 41], дію (1) для гібридної ґравітації із метрикою Палатіні можна переформулювати як скалярно-тензорну теорію шляхом введення допоміжного поля A,

$$S = \frac{1}{2\kappa^2}\int d^4x\sqrt{-g}\left[R + f(A) + f_A(\mathcal{R} - A)\right] + S_m, \tag{7}$$

де $f_A \equiv df/dA$, а S_m є дією матерії.

Поле A динамічно еквівалентне скалярній кривині Палатіні $\mathcal{R}$, якщо $f''(\mathcal{R}) \neq 0$. Якщо ввести

$$\phi \equiv f_A, \quad V(\phi) = Af_A - f(A), \tag{8}$$

дія (7) прийме вигляд:

$$S = \frac{1}{2\kappa^2}\int d^4x\sqrt{-g}\left[R + \phi\mathcal{R} - V(\phi)\right] + S_m. \tag{9}$$

Дія (9) еквівалентна початковій (1). Варіація вищевказаної дії відносно метрики, скаляра ϕ і зв'язку приводить до рівнянь поля:

$$R_{\mu\nu} + \phi\mathcal{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\left(R + \phi\mathcal{R} - V\right)g_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu}, \tag{10}$$

$$\mathcal{R} - V_\phi = 0, \tag{11}$$

$$\hat{\nabla}_\alpha\left(\sqrt{-g}\phi g^{\mu\nu}\right) = 0, \tag{12}$$

відповідно, де $V_\phi = V'(\phi)$.

Розв'язок рівняння (12) означає, що незалежний зв'язок є зв'язком Леві-Чівіта метрики $h_{\mu\nu} = \phi g_{\mu\nu}$. Таким чином, співвідношення між тензорами $\mathcal{R}_{\mu\nu}$ і $R_{\mu\nu}$ можна записати у вигляді (докладніше див. [20]):

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} + \frac{3}{2\phi^2}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - \frac{1}{\phi}\left(\nabla_\mu\nabla_\nu\phi + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\Box\phi\right), \tag{13}$$

який може бути використаний у дії (9) для виключечня незалежного зв'язку, що приводить до скалярно-тензорного представлення гібридної моделі ґравітації із метрикою Палатіні [42]. В результаті отримуємо таку дію:

$$S = \frac{1}{2\kappa^2}\int d^4x\sqrt{-g}\left[(1+\phi)R + \frac{3}{2\phi}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi)\right] + S_m. \tag{14}$$

Варто зазначити, що з урахуванням заміни $\phi \to -(\kappa\phi)^2/6$, дія (14) спрощується до знайомого сценарію конформно зв'язаного скалярного поля з потенціалом самовзаємодії. Ця заміна перетворює кінетичний член у дії (14) на вираз стандартної форми, перетворюючи дію на еквівалентну дію масивного скалярного поля, конформно пов'язану з ґравітацією Ейнштейна. Однак вона відрізняється від ґравітації Бранса–Дікке, де скалярне поле залишається безмасовим, і тепер ми вводимо ненульовий $V(\phi)$, як зазначено в (9).

Дійсно, ми дійшли до теорій типу теорій Бранса–Дікке, які визначаються нетривіальною функцією зв'язку:

$$\omega_{\mathrm{BD}} = \frac{3\phi}{2\phi - 2}. \tag{15}$$

Це формулювання виходить за межі конкретних випадків $\omega_{\mathrm{BD}} = 0$ і $\omega_{\mathrm{BD}} = -3/2$, які відповідають скалярно-тензорним представленням метричної $f(R)$ ґравітації і ґравітації Палатіні $f(\mathcal{R})$, відповідно, як це обговорюється в літературі [2].

Використовуючи отримані рівняння (11) і (13) у контексті рівняння (10), польове рівняння для метрики можна виразити таким чином:

$$(1+\phi)R_{\mu\nu} = \kappa^2\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\right) + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\left(V + \Box\phi\right) + \nabla_\mu\nabla_\nu\phi - \frac{3}{2\phi}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi, \tag{16}$$

або еквівалентно як:

$$(1+\phi)G_{\mu\nu} = \kappa^2 T_{\mu\nu} + \nabla_\mu\nabla_\nu\phi - \Box\phi\, g_{\mu\nu} - \frac{3}{2\phi}\nabla_\mu\phi\nabla_\nu\phi + \frac{3}{4\phi}\nabla_\lambda\phi\nabla^\lambda\phi\, g_{\mu\nu} - \frac{1}{2}V g_{\mu\nu}, \tag{17}$$

з якого видно, що кривина простору-часу породжується як матерією, так і скалярним полем.

До рівняння скалярного поля можна підійти двома різними способами, кожен з яких дає можливість зрозуміти, як гібридні моделі ілюструють фізичні характеристики скалярно-тензорних моделей $\omega_{\rm BD} = 0$ і $\omega_{\rm BD} = -3/2$. По-перше, обчислюючи згортку рівняння (10) з $g^{\mu\nu}$, ми знаходимо $-R - \phi\mathcal{R} + +2V = \kappa^2 T$, і, використовуючи рівняння (11), знаходимо:

$$2V - \phi V_\phi = \kappa^2 T + R. \tag{18}$$

Подібно до випадку Палатіні ($\omega_{\rm BD} = -3/2$), це рівняння означає, що поле ϕ можна представити як алгебраїчну функцію скаляра $X \equiv \kappa^2 T + R$, тобто як $\phi = \phi(X)$. Однак у чистому сценарії Палатіні ϕ залежить виключно від T. Зокрема, права частина рівняння (16) включає нові матеріальні доданки, пов'язані зі слідом T та його похідними, а також із кривиною R та її похідними. Отже, цю теорію можна інтерпретувати як теорію із вищими похідними, яка включає як поля матерії, так і метричні поля. Однак таке тлумачення можна обійти, якщо R замінити в рівнянні (18) за допомогою співвідношення:

$$R = \mathcal{R} + \frac{3}{\phi}\Box\phi - \frac{3}{2\phi^2}\,\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi, \tag{19}$$

разом з $\mathcal{R} = V_\phi$. Це дає еволюційне рівняння другого порядку для скалярного поля:

$$-\Box\phi + \frac{1}{2\phi}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \frac{\phi}{3}[2V - (1+\phi)V_\phi] = \frac{\phi\kappa^2}{3}T, \tag{20}$$

яке є ефективним рівнянням Кляйна–Гордона. Цей останній вираз показує, що, на відміну від випадку Палатіні ($\omega_{\rm BD} = -3/2$), скалярне поле є динамічним. Отже, на теорію не впливають мікроскопічні нестабільності, властиві моделям Палатіні з інфрачервоними поправками [10].

2.3. Лінеаризовані польові рівняння

Визначення постньютонівських параметрів теорії має вирішальне значення для оцінки її границі слабкого поля і сумісності з локальними прецизійними ґравітаційними тестами. Для аналізу постньютонівської поведінки в метричній теорії і теорії $f(R)$ Палатіні, ми посилаємося на роботи [40, 41]. Уніфікований аналіз можна знайти в таких джерелах, як у [43]. Тут ми головним чином зосереджуємося на параметрі γ, що представляє дробову різницю ньютонівських потенціалів, особливо коли ефектами космологічного розширення можна знехтувати.

Щоб розпочати цю спробу, нам потрібно вивчити збурення рівнянь (16) і (20) на фоні простору Мінковського. Як правило, це передбачає припущення $\phi = \phi_0 + \varphi(x)$, де ϕ_0 — асимптотичне значення поля далеко від локальних систем, яке зазвичай визначається космологічним фоновим розв'язком. Одночасно ми приймаємо квази-мінковську систему координат, де $g_{\mu\nu} \approx \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ з $|h_{\mu\nu}| \ll 1$. Замість того, щоб детально описувати цей аналіз, ми відсилаємо читача до [20, 39], щоб отримати додаткові відомості і зробити відповідні висновки.

Зокрема, ефективна стала Ньютона, постньютонівський параметр γ і маса скалярного поля виражаються як

$$G_{\rm eff} \equiv \frac{\kappa^2}{8\pi(1+\phi_0)}\left(1 + \frac{\phi_0}{3}e^{-m_\varphi r}\right), \tag{21}$$

$$\gamma \equiv \frac{[1 + \phi_0 \exp\left(-m_\varphi r\right)/3]}{[1 - \phi_0 \exp\left(-m_\varphi r\right)/3]}, \tag{22}$$

$$m_\varphi^2 \equiv \frac{1}{3}\left.[2V - V_\phi - \phi(1+\phi)V_{\phi\phi}]\right|_{\phi=\phi_0}, \tag{23}$$

відповідно. Ці результати представляють стандартну постньютонівську метрику до другого порядку для цього класу теорій.

Порівняємо ці результати з ґравітацією $f(R)$, де ми зазвичай маємо:

$$G_{\rm eff} \equiv \frac{G}{\phi_0}\left(1 + \frac{1}{3}e^{-m_f r}\right), \tag{24}$$

$$\gamma \equiv \frac{(1 - e^{-m_f r}/3)}{(1 + e^{-m_f r}/3)}, \tag{25}$$

що вимагає великої маси $m_f^2 \equiv (\phi V_{\phi\phi} - V_\phi)/3$, щоб зробити поправки типу Юкава незначними в локальних експериментах. Таким чином, досягнення $\gamma \approx 1$ залежить від однієї можливості [40, 41]: $m_\varphi r \gg 1$ від міліметрів до астрономічних масштабів, що означає, що діапазон скалярної взаємодії $1/m_\varphi$ має бути меншим за кілька міліметрів.

Однак у поточному гібридному сценарії до $\gamma \approx 1$ ведуть два шляхи. Перший віддзеркалює теорії $f(R)$, потребуючи дуже масивного скалярного поля. Другий варіант передбачає дуже мале значення ϕ_0. Якщо $\phi_0 \ll 1$, поправки типу Юкава стають незначними незалежно від величини m_φ. Це може дозволити існування далекосяжного скалярного поля, здатного змінювати космологічну і галактичну динаміку, не впливаючи на Сонячну систему. За оптимістичних обставин тонкі модифікації можуть бути виявлені як аномалії в локальному ґравітаційному полі [44].

3. Загальні гібридні теорії із метрикою Палатіні

Простір "гібридних" теорій досить великий. Поряд з метрикою і її зв'язком Леві-Чівіта існує додатковий незалежний зв'язок, який використовується для побудови інваріантів кривини [22]. Це розширення дозволяє розглядати різні нові члени, такі як:

$$\mathcal{R}R,\ \ \mathcal{R}^{\mu\nu}\mathcal{R}_{\mu\nu},\ \ R^{\mu\nu}\mathcal{R}_{\mu\nu},$$

$$\mathcal{R}^{\mu\nu\alpha\beta}\mathcal{R}_{\mu\nu\alpha\beta},\ \ R^{\mu\nu\alpha\beta}\mathcal{R}_{\mu\nu\alpha\beta},\ \ \text{тощо.}$$

Хоча комплексний аналіз цих гібридних теорій не проводився, є докази того, що гібридний клас теорій із метрикою Палатіні, на якому ми зосереджуємося, є унікальним класом життєздатних гібридних теорій ґравітації вищого порядку. У більш обмеженому контексті суто метричних теорій, клас теорій $f(R)$ виділяється тим, що уникає нестабільності Остроградського завдяки відокремленню додаткових ступенів свободи у нешкідливий скалярний ступінь свободи [45]. Подібним чином, як ми бачили, таке відокремлення можливе для гібридних теорій із метрикю Палатіні. Ця винятковa особливість поширюється на ширшу сферу метрично-афінних теорій, де загальні теорії часто містять у собі "духові" стани, надяскравість або інші нефізичні ступені вільності.

Як репрезентативний клас більш загальних теорій, розглянемо таку дію:

$$S = \frac{1}{2\kappa^2}\int \mathrm{d}^4x\sqrt{-g}, f(R,\mathcal{R},\hat{Q}_H), \tag{26}$$

де

$$\hat{Q}_H = R^{\mu\nu}\mathcal{R}_{\mu\nu}, \tag{27}$$

яка досліджувалася в [46]. Тут було визначено точний вміст полів у цій дії в границі слабкого поля. Варіація дії (26) відносно метрики дає такі рівняння поля:

$$\begin{aligned} &f_{,R}R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}f + g_{\mu\nu}\Box f_{,R} - \nabla_\mu\nabla_\nu f_{,R} + \\ &+ f_{,\mathcal{R}}\mathcal{R}_{\mu\nu} + 2f_{,\hat{Q}}R^\lambda_\mu\mathcal{R}_{\nu\lambda} + \frac{1}{2}\Box\left(f_{,\hat{Q}}\mathcal{R}_{\mu\nu}\right) + \\ &+ \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\nabla_\alpha\nabla_\beta\left(f_{,\hat{Q}}\mathcal{R}^{\alpha\beta}\right) - \nabla_\lambda\nabla_{(\nu}\left(f_{,\hat{Q}}\mathcal{R}^\lambda_{\mu)}\right) = \kappa^2 T_{\mu\nu}, \end{aligned} \tag{28}$$

де $f_{,R}$, $f_{,\mathcal{R}}$ і $f_{,\hat{Q}}$ є похідними від f відносно R, $\mathcal{R}$ і $\hat{Q}_H$, відповідно. Розв'язок рівняння руху для зв'язку вказує на те, що це зв'язок Леві-Чівіта метрики $\hat{g}_{\mu\nu}$, яка визначається як

$$\hat{g}^{\mu\nu} = \frac{\sqrt{-r}}{\sqrt{-g}}\,r^{\mu\nu}, \tag{29}$$

де

$$r^{\mu\nu} = f_{,\mathcal{R}}g^{\mu\nu} + f_{,\hat{Q}}R^{\mu\nu}. \tag{30}$$

Це дозволяє нам усунути допоміжну метрику $\hat{g}_{\mu\nu}$ в термінах фізичної метрики $g_{\mu\nu}$.

Розглядаючи збурення $h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu}$ по відношенню до простору Мінковського, де $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$, і згодом інвертуючи лінеаризовані рівняння поля для фізичної метрики, ми отримуємо пропагатори як для ґравітону, так і для будь-яких додаткових ступенів вільності, які можуть бути присутніми в $h_{\mu\nu}$. Пропагатор $\Pi^{\alpha\beta\gamma\delta}$ визначається як:

$$\Pi^{-1\gamma\delta}_{\alpha\beta}h_{\gamma\delta} = \kappa^2\tau_{\alpha\beta}, \tag{31}$$

де $\tau_{\alpha\beta}$ позначає лінеаризоване джерело енергії-імпульсу. Використовуючи формалізм операторів проекції спіну, як описано в [47] і далі роз'яснено в [48], результат може бути виражений у просторі Фур'є (де $\Box \to -k^2$) у формі двох функцій, a і c,

$$k^2\Pi_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{\mathcal{P}^2_{\alpha\beta\gamma\delta}}{a(-k^2)} - \frac{\mathcal{P}^0_{\alpha\beta\gamma\delta}}{a(-k^2) - 3c(-k^2)}, \tag{32}$$

де $\mathcal{P}^2_{\alpha\beta\gamma\delta}$ вибирає моди спіну-2, тоді як $\mathcal{P}^0_{\alpha\beta\gamma\delta}$ відповідає скалярним модам флуктуацій (за детальною інформацією ми відсилаємо читача до робіт [46–48]). Функції a і c можна легко визначити, якщо розглядається теорія вигляду (26), і вони спираються на комбінації

$$A = \frac{6f^{(0)}\mathcal{R}\mathcal{R} + f^{(0)},\hat{Q}}{2f^{(0)},\mathcal{R}},\quad B = \frac{f^{(0)},\hat{Q}}{f^{(0)}\mathcal{R}}, \tag{33}$$

у такий спосіб:

$$a(\Box) = f^{(0)}_{,R} + f^{(0)}_{,\mathcal{R}} - f^{(0)}_{,\hat{Q}} \frac{B}{4} \Box^2, \tag{34}$$

$$c(\Box) = f^{(0)}_{,R} + f^{(0)}_{,\mathcal{R}} - 2\left(f^{(0)}_{,RR} + 4f^{(0)}_{,R\mathcal{R}} + f^{(0)}_{,\hat{Q}}\right)\Box +$$
$$+\left[f^{(0)}_{,R\mathcal{R}}(6A+B) + f^{(0)}_{,\hat{Q}}\left(2A + \frac{B}{4}\right)\right]\Box^2. \tag{35}$$

Щоб отримати певне уявлення про цей метод, ми розглянемо кілька спеціальних випадків, і для спрощення аналізу припустимо, що $f^{(0)}_{\mathcal{R}\mathcal{R}} = 0$.

3.1. Метричні моделі $f(R)$

У випадку чистої метрики $f(R)$, маємо $f^{(0)}_{,R\mathcal{R}} = A = 0$ і отримуємо:

$$\Pi^{\alpha\beta\gamma\delta}_{f(R)} = \Pi^{\alpha\beta\gamma\delta}_{GR} + \frac{1}{2\left(k^2 + (3f^{(0)}_{,RR})^{-1}\right)} \mathcal{P}^{0\alpha\beta\gamma\delta}. \tag{36}$$

Отже, як і очікувалося, ми стикаємося з додатковим скалярним ступенем вільності, узгодженим з тим фактом, що моделі $f(R)$ еквівалентні теоріям Бранса–Дікке з параметром $\omega_{\mathrm{BD}} = 0$. Маса "скалярона" визначається як $m^2 = (3f^{(0)}_{,RR})^{-1}$, і поки $f''(R) > 0$, теорія стабільна; інакше тахіонна маса підриває стабільність поблизу простору Мінковського.

3.2. Моделі Палатіні $f(R)$

Як згадувалося вище, моделі $f(\mathcal{R})$ типу Палатіні еквівалентні теоріям Бранса-Дікке з $\omega_{\mathrm{BD}} = -3/2$. Це конкретне значення робить кінетичний член поля нульовим, що має на увазі його нединамічну природу. Отже, ми передбачаємо відсутність будь-якого додаткового скалярного ступеня вільності. Щоб забезпечити правильне нормування, припустимо $f^{(0)}_{,\mathcal{R}} = 1$, що дає $f^{(0)}_{,RR} = f^{(0)}_{,R\mathcal{R}} = f^{(0)}_{,\hat{Q}} = 0$. Отже, маємо:

$$\Pi^{\alpha\beta\gamma\delta}_{f(\mathcal{R})} = \Pi^{\alpha\beta\gamma\delta}_{GR}, \tag{37}$$

що підтверджує наші очікування.

3.3. Гібридні моделі із метрикою Палатіні

Як зазначено в роботі [42], у плоскому за Річчі просторі-часі гібридні теорії із метрикою Палатіні демонструють характеристики, подібні до теорій $f(\mathcal{R})$ Палатіні, які у вакуумі зводяться до ЗТВ з космологічною сталою. Отже, не дивно, що ми не ідентифікуємо жодних нових ступенів вільності у вакуумі Мінковського:

$$\Pi^{\alpha\beta\gamma\delta}_{f(X)} = \Pi^{\alpha\beta\gamma\delta}_{GR}. \tag{38}$$

Примітно, що цей клас теорій не еквівалентний жодному з попередніх сценаріїв. При дослідженні викривленого простору-часу виникає новий скалярний ступінь вільності. У цьому контексті гібридна ґравітація із метриою Палатіні виступає як мінімалістичне скалярно-тензорне розширення ЗТВ, причому скаляр поширюється виключно за наявності фонової кривини.

3.4. Гібридні моделі $f(R, \mathcal{R})$

Узагальнені гібридні скалярні теорії Річчі були вперше представлені в [49, 50], виявляючи якісно відмінні властивості порівняно з більш обмеженими гібридними моделями, які обговорювалися раніше. Зокрема, було продемонстровано, що теорії $f(R, \mathcal{R})$ еквівалентні класу біскалярно-тензорних теорій. Ці теорії передбачають додатковий $\mathcal{P}^{0\alpha\beta\gamma\delta}$ спін-0 пропагатор з подвійним полюсом, який свідчить про два розповсюджувані скалярні ступені вільності. Маси цих скалярних полів можна легко визначити, і вони знаходяться як

$$m^2_{\pm} = \frac{f^{(0)}_{,\mathcal{R}}}{18\left(f^{(0)}_{,R\mathcal{R}}\right)^2}\left(f^{(0)}_{,RR} + 4f^{(0)}_{,R\mathcal{R}} \pm S\right), \tag{39}$$

де для зручності величина S визначається як

$$S \equiv \sqrt{\left(f^{(0)}_{,RR} + 4f^{(0)}_{,R\mathcal{R}}\right)^2 - 12\frac{\left(f^{(0)}_{,R\mathcal{R}}\right)^2}{f^{(0)}_{,\mathcal{R}}}}\,. \tag{40}$$

Варто зазначити, що скалярна частинка з квадратом маси m^2_- відповідає скаларону, згаданому в (36) при аналізі чистої метричної ґравітації $f(R)$. Проте, в загальному випадку, його маса зараз змістилася. Інший скаляр є новою частинкою, що виникає внаслідок нетривіальної залежності від $\mathcal{R}$, і, на відміну від сценарію гібридної ґравітації із метрикою Палатіні, він поширюється навіть у плоских за Річчі просторах. Критерій, що забезпечує відсутність тахіонних нестабільностей для будь-якого скаляра, виражається як

$$f^{(0)}_{,\mathcal{R}} > 0, \quad \text{і} \quad f^{(0)}_{,RR} + 4f^{(0)}_{,R\mathcal{R}} - S > 0. \tag{41}$$

Щоб жоден із цих скалярів не був “духом”, ми повинні мати як $r_+ > 0$, так і $r_- > 0$. Друга умова повинна була б вимагати, щоб

$$f^{(0)}_{,RR} + 4f^{(0)}_{,R\mathcal{R}} - S < 0, \quad (42)$$

що суперечить умові (41). Отже, здається, що ми не можемо уникнути тахіонів і “духів” у цій теорії.

3.5. Квадратичні за Річчі гібридні теорії $f(\mathcal{R}, \hat{Q})$

На закінчення, розглянемо $\hat{Q}_H$-інваріант. Для простоти ми обмежуємося моделями без нелінійної залежності від скаляра метрики Річчі. В основному, пропагатор ґравітона отримує свою структуру від функції $a(\Box)$ (34), і тепер тільки член вищої похідної $\hat{Q}_H$ змінює його. Ми можемо записати результат для пропагатора у формі

$$\Pi^{\alpha\beta\gamma\delta}_{f(\mathcal{R},\hat{Q})} = \frac{\Pi^{\alpha\beta\gamma\delta}_{GR}}{\left(1 - \frac{1}{4}\left(f^{(0)}_{,\hat{Q}}\right)^2 k^4\right)} + \\ + \frac{3f^{(0)}_{,\hat{Q}}\left(1 + \frac{3}{4}f^{(0)}_{,\hat{Q}}k^2\right)}{2\left(1 - \frac{1}{4}\left(f^{(0)}_{,\hat{Q}}\right)^2 k^4\right)\left(1 + 3f^{(0)}_{,\hat{Q}}k^2 + 2\left(f^{(0)}_{,\hat{Q}}\right)^2 k^4\right)}\mathcal{P}^{0\alpha\beta\gamma\delta}. \quad (43)$$

Теорія шостого порядку, з якою ми маємо справу, дає модульований пропагатор ґравітону, який вносить два додаткових полюси. Більше того, існує скалярний пропагатор з п'ятьма полюсами. Це різко контрастує з метричною Q-теорією, яка включає лише одну додаткову частинку зі спіном 2 і дає рівняння поля четвертого порядку. Ми не будемо тут заглиблюватися в детальні властивостей цих нових ступенів вільності, оскільки очевидно, що теорія страждає від “духів”, що робить її нефізичною. Легко побачити, що це загальне явище при побудові дії з будь-якого інваріанта гібридної кривини, за винятком $\mathcal{R}$ у конкретному сценарії розділеної функціональної залежності $R + f(\mathcal{R})$.

Ці спостереження підтверджують наш висновок про те, що гібридні теорії із метрикою Палатіні мають особливе теоретичне значення.

4. Висновок

В цій статті пропонуються гібридні теорії ґравітації із метрикою Палатіні і перевіряються наслідки цих нових теорій щодо теоретичної узгодженості. З точки зору теорії поля, гібридний клас теорій із метрикою Палатіні або $f(X)$, де $X = R + \kappa^2 T$, має особливий статус, подібний до статусу теорій $f(R)$ у суто метричній ґравітації [45]. Ці теорії виділяються тим, що серед теорій ґравітації, позбавлених схожих на “духів” чи іншим чином проблематичних ступенів вільності, дії $f(X)$ є єдиними життєздатними конструкціями, що використовують як метрику, так і незалежний зв'язок Палатіні. Унікальність дії $f(X)$ полягає в її здатності відділяти вищі похідні в секторі ґравітації у скалярну моду, уникаючи нестабільності Остроградського.

Коли ми встановили теоретичну послідовність і значимість гібридних теорій із метрикою Палатіні, про що свідчить наш постньютонівський аналіз, ці теорії виявили багатообіцяючі можливості в модифікації космологічної динаміки у великих масштабах, одночасно обходячи обмеження локальної ґравітації [51]. Це пояснюється тим, що, як і скалярно-тензорна теорія, гібридна теорія має еволюцію зв'язку Бранса-Дікке, що допускає потенційно значні відхилення від загальної теорії відносності у минулому і майбутньому. Навпаки, у метричних моделях $f(R)$ зв'язок Бранса–Дікке залишається скінченною константою, що вимагає використання різноманітних “механізмів екранування”.

Космологічні збурення також були проаналізовані в цих моделях до лінійного порядку включно [20, 39, 52], припускаючи, що формування великомасштабної структури є можливим, хоча й з тонкими особливостями, які можна буде виявити в майбутніх експериментах. Важливо зауважити: чисельні дослідження показують, що різниця ґравітаційних потенціалів може виявляти осциляції при більших червоних зсувах, потенційно спостережуваних у крос-кореляціях спектрів матерії і лінзування.

На ефективному рівні модифікації $f(X)$ включають як слід енергії-імпульсу матерії, так і скаляр Річчі метричної кривини, що свідчить про актуальність підходу як для проблеми темної енергії, так і для проблеми темної матерії [19]. Обговорювалися різні аспекти феноменології темної матерії, від астрономічних до галактичних і позагалактичних масштабів [19, 53–55]. Крім того, геометрія кротової нори [56–59] і зірки [60, 61], розв'язки для космічних струн [62–65] і структури товстих бран [66] були досліджені в цих теоріях, але природа можливих розв'язків для чорних дір вимагає подальшого дослідження [67]. Обмеження, які накладають на ці теорії астрофізичні дані, такі як вимірювання подвійних пульсарів [68], також вимагають дослідження.

Підсумовуючи, зауважимо, що хоча фізика $f(R)$ ґравітації метричного варіанта і варіанта Палатіні широко вивчалася в різних контекстах, дослідження гібридної версії $f(X)$ теорії залишаються в основному незавершеними. Результати, наведені в цій роботі, є переконливою мотивацією для подальшого дослідження цих специфічних теорій.

Автор висловлює подяку за підтримку контракту про стимулювання наукової роботи з Фонду науки і техніки (FCT) із посиланням на CEECINST/00032/2018, а також фінансуванню за рахунок дослідницьких ґрантів UIDB/04434/2020, UIDP/04434/2020 і PTDC/FIS-AST/ 0054/2021.

1. S. Capozziello. Curvature quintessence. *Int. J. Mod. Phys. D* **11**, 483 (2002).
2. S. Capozziello, M. De Laurentis. Extended theories of gravity. *Phys. Rept.* **509**, 167 (2011).
3. S.M. Carroll, V. Duvvuri, M. Trodden, M.S. Turner. Is cosmic speed – up due to new gravitational physics? *Phys. Rev. D* **70**, 043528 (2004).
4. E.J. Copeland, M. Sami, S. Tsujikawa. Dynamics of dark energy. *Int. J. Mod. Phys. D* **15**, 1753 (2006).
5. A. De Felice, S. Tsujikawa. $f(R)$ theories. *Living Rev. Rel.* **13**, 3 (2010).
6. F.S.N. Lobo. The Dark side of gravity: Modified theories of gravity. [arXiv:0807.1640 [gr-qc]].
7. S. Nojiri, S.D. Odintsov. Unified cosmic history in modified gravity: From $f(R)$ theory to Lorentz non-invariant models. *Phys. Rept.* **505**, 59 (2011).
8. P. Avelino, T. Barreiro, C.S. Carvalho, A. da Silva, F.S.N. Lobo, P. Martin-Moruno, J.P. Mimoso, N.J. Nunes, D. Rubiera-Garcia, D. Saez-Gomez *et al.* Unveiling the Dynamics of the Universe. *Symmetry* **8** (8), 70 (2016).
9. E.N. Saridakis *et al.* [CANTATA]. *Modified Gravity and Cosmology: An Update by the CANTATA Network* (Springer, 2021) [ISBN: 978-3-030-83714-3, 978-3-030-83717-4, 978-3-030-83715-0]. [arXiv:2105.12582 [gr-qc]].
10. G.J. Olmo. Palatini approach to modified gravity: $f(R)$ theories and beyond. *Int. J. Mod. Phys. D* **20**, 413 (2011).
11. A. Joyce, B. Jain, J. Khoury, M. Trodden. Beyond the cosmological standard model. *Phys. Rept.* **568**, 1 (2015).
12. P. Brax. Screened modified gravity. *Acta Phys. Polon. B* **43**, 2307 (2012).
13. T.S. Koivisto, D.F. Mota, M. Zumalacarregui. Screening modifications of gravity through disformally coupled fields. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 241102 (2012).
14. P. Brax, A.C. Davis, B. Li, H.A. Winther. A unified description of screened modified gravity. *Phys. Rev. D* **86**, 044015 (2012).
15. T. Koivisto. The matter power spectrum in $f(R)$ gravity. *Phys. Rev. D* **73**, 083517 (2006).
16. T. Koivisto, H. Kurki-Suonio. Cosmological perturbations in the palatini formulation of modified gravity. *Class. Quant. Grav.* **23**, 2355 (2006).
17. G.J. Olmo. Violation of the equivalence principle in modified theories of gravity. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 061101 (2007).
18. G.J. Olmo. Hydrogen atom in Palatini theories of gravity. *Phys. Rev. D* **77**, 084021 (2008).
19. S. Capozziello, T. Harko, F.S.N. Lobo, G.J. Olmo. Hybrid modified gravity unifying local tests, galactic dynamics and late-time cosmic acceleration. *Int. J. Mod. Phys. D* **22**, 1342006 (2013).
20. T. Harko, T.S. Koivisto, F.S.N. Lobo, G.J. Olmo. Metric-Palatini gravity unifying local constraints and late-time cosmic acceleration. *Phys. Rev. D* **85**, 084016 (2012).
21. T. Harko, F.S.N. Lobo. Beyond Einstein's general relativity: Hybrid metric-Palatini gravity and curvature-matter couplings. *Int. J. Mod. Phys. D* **29** (13), 2030008 (2020).
22. S. Capozziello, T. Harko, T.S. Koivisto, F.S.N. Lobo, G.J. Olmo. Hybrid metric-Palatini gravity. *Universe* **1** (2), 199 (2015).
23. T. Harko, F.S.N. Lobo. *Extensions of $f(R)$ Gravity: Curvature-Matter Couplings and Hybrid Metric-Palatini Theory* (Cambridge University Press, 2018) [ISBN: 978-1-108-42874-3, 978-1-108-58457-9].
24. T. Koivisto. Covariant conservation of energy momentum in modified gravities. *Class. Quant. Grav.* **23**, 4289 (2006).
25. G. Allemandi, A. Borowiec, M. Francaviglia, S.D. Odintsov. Dark energy dominance and cosmic acceleration in first order formalism. *Phys. Rev. D* **72**, 063505 (2005).
26. O. Bertolami, C.G. Boehmer, T. Harko, F.S.N. Lobo. Extra force in $f(R)$ modified theories of gravity. *Phys. Rev. D* **75**, 104016 (2007).
27. O. Bertolami, J. Paramos, T. Harko, F.S.N. Lobo. Non-minimal curvature-matter couplings in modified gravity. [arXiv:0811.2876 [gr-qc]].
28. O. Bertolami, F.S.N. Lobo, J. Paramos. Non-minimum coupling of perfect fluids to curvature. *Phys. Rev. D* **78**, 064036 (2008).
29. O. Bertolami, J. Paramos. Do $f(R)$ theories matter? *Phys. Rev. D* **77**, 084018 (2008).
30. T. Harko, T.S. Koivisto, F.S.N. Lobo. Palatini formulation of modified gravity with a nonminimal curvature-matter coupling. *Mod. Phys. Lett. A* **26**, 1467 (2011).
31. T. Harko, F.S.N. Lobo. $f(R, L_m)$ gravity. *Eur. Phys. J. C* **70**, 373 (2010).
32. G.J. Olmo, D. Rubiera-Garcia. Brane-world and loop cosmology from a gravity–matter coupling perspective. *Phys. Lett. B* **740**, 73 (2015).
33. Z. Haghani, T. Harko, F.S.N. Lobo, H.R. Sepangi, S. Shahidi. Further matters in space-time geometry: $f(R, T, R_{\mu\nu}T^{\mu\nu})$ gravity. *Phys. Rev. D* **88** (4), 044023 (2013).
34. T. Harko, F.S.N. Lobo, S. Nojiri, S.D. Odintsov. $f(R, T)$ gravity. *Phys. Rev. D* **84**, 024020 (2011).
35. S.D. Odintsov, D. Sáez-Gómez. $f(R, T, R_{\mu\nu}T^{\mu\nu})$ gravity phenomenology and ΛCDM universe. *Phys. Lett. B* **725**, 437 (2013).

36. T. Harko, F.S.N. Lobo. Geodesic deviation, Raychaudhuri equation, and tidal forces in modified gravity with an arbitrary curvature-matter coupling. *Phys. Rev. D* **86**, 124034 (2012).
37. I. Ayuso, J. Beltran Jimenez, Á. de la Cruz-Dombriz. Consistency of universally nonminimally coupled $f(R, T, R_{\mu\nu}T^{\mu\nu})$ theories. *Phys. Rev. D* **91** (10), 104003 (2015).
38. N. Tamanini, T.S. Koivisto. Consistency of nonminimally coupled $f(R)$ gravity. *Phys. Rev. D* **88** (6), 064052 (2013).
39. S. Capozziello, T. Harko, T.S. Koivisto, F.S.N. Lobo, G.J. Olmo. Cosmology of hybrid metric-Palatini $f(X)$-gravity. *JCAP* **04**, 011 (2013).
40. G.J. Olmo. The Gravity Lagrangian according to solar system experiments. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 261102 (2005).
41. G.J. Olmo. Post-Newtonian constraints on $f(R)$ cosmologies in metric and Palatini formalism. *Phys. Rev. D* **72**, 083505 (2005).
42. T.S. Koivisto. Cosmology of modified (but second order) gravity. *AIP Conf. Proc.* **1206**, 79 (2010).
43. T.S. Koivisto. The post-Newtonian limit in C-theories of gravitation. *Phys. Rev. D* **84**, 121502 (2011).
44. L. Iorio. Gravitational anomalies in the solar system? *Int. J. Mod. Phys. D* **24** (6), 1530015 (2015).
45. R.P. Woodard. Avoiding dark energy with 1/r modifications of gravity. *Lect. Notes Phys.* **720**, 403 (2007).
46. T.S. Koivisto, N. Tamanini. Ghosts in pure and hybrid formalisms of gravity theories: A unified analysis. *Phys. Rev. D* **87** (10), 104030 (2013).
47. T. Biswas, E. Gerwick, T. Koivisto, A. Mazumdar. Towards singularity and ghost free theories of gravity. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 031101 (2012).
48. T. Biswas, T. Koivisto, A. Mazumdar. Nonlocal theories of gravity: The flat space propagator. [arXiv:1302.0532 [gr-qc]].
49. N. Tamanini, C.G. Boehmer. Generalized hybrid metric-Palatini gravity. *Phys. Rev. D* **87** (8), 084031 (2013).
50. E.E. Flanagan. Higher order gravity theories and scalar tensor theories. *Class. Quant. Grav.* **21**, 417 (2003).
51. J.L. Rosa, S. Carloni, J.P.d. Lemos, F.S.N. Lobo. Cosmological solutions in generalized hybrid metric-Palatini gravity. *Phys. Rev. D* **95** (12), 124035 (2017).
52. N.A. Lima. Dynamics of linear perturbations in the hybrid metric-Palatini gravity. *Phys. Rev. D* **89** (8), 083527 (2014).
53. S. Capozziello, T. Harko, T.S. Koivisto, F.S.N. Lobo, G.J. Olmo. The virial theorem and the dark matter problem in hybrid metric-Palatini gravity. *JCAP* **07**, 024 (2013).
54. S. Capozziello, T. Harko, T.S. Koivisto, F.S.N. Lobo, G.J. Olmo. Galactic rotation curves in hybrid metric-Palatini gravity. *Astropart. Phys.* **50–52**, 65 (2013).
55. P. M. Sá. Unified description of dark energy and dark matter within the generalized hybrid metric-Palatini theory of gravity. Universe **6** (6), 78 (2020).
56. S. Capozziello, T. Harko, T.S. Koivisto, F.S.N. Lobo, G.J. Olmo. Wormholes supported by hybrid metric-Palatini gravity. *Phys. Rev. D* **86**, 127504 (2012).
57. J.L. Rosa, J.P.S. Lemos, F.S.N. Lobo. Wormholes in generalized hybrid metric-Palatini gravity obeying the matter null energy condition everywhere. *Phys. Rev. D* **98** (6), 064054 (2018).
58. M. Kord Zangeneh, F.S.N. Lobo. Dynamic wormhole geometries in hybrid metric-Palatini gravity. *Eur. Phys. J. C* **81** (4), 285 (2021).
59. J.L. Rosa. Double gravitational layer traversable wormholes in hybrid metric-Palatini gravity. *Phys. Rev. D* **104** (6), 064002 (2021).
60. B. Danila, T. Harko, F.S.N. Lobo, M.K. Mak. Hybrid metric-Palatini stars. *Phys. Rev. D* **95** (4), 044031 (2017).
61. K.A. Bronnikov, S.V. Bolokhov, M.V. Skvortsova. Spherically symmetric space-times in generalized hybrid metric-Palatini gravity. *Grav. Cosmol.* **27** (4), 358 (2021).
62. T. Harko, F.S.N. Lobo, H.M.R. da Silva. Cosmic stringlike objects in hybrid metric-Palatini gravity. *Phys. Rev. D* **101** (12), 124050 (2020).
63. H.M.R. da Silva, T. Harko, F.S.N. Lobo, J.L. Rosa. Cosmic strings in generalized hybrid metric-Palatini gravity. *Phys. Rev. D* **104** (12), 124056 (2021).
64. H.M.R. da Silva, T. Harko, F.S.N. Lobo, J.L. Rosa. U(1) local strings in generalized hybrid metric-Palatini gravity. [arXiv:2112.05272 [gr-qc]].
65. T. Harko, F.S.N. Lobo, H.M.R. d. Silva. U(1) local strings in hybrid metric-Palatini gravity. [arXiv:2112.04496 [gr-qc]].
66. J.L. Rosa, D.A. Ferreira, D. Bazeia, F.S.N. Lobo. Thick brane structures in generalized hybrid metric-Palatini gravity. *Eur. Phys. J. C* **81** (1), 20 (2021).
67. B. Danila, T. Harko, F.S.N. Lobo, M.K. Mak. Spherically symmetric static vacuum solutions in hybrid metric-Palatini gravity. *Phys. Rev. D* **99** (6), 064028 (2019).
68. N. Avdeev, P. Dyadina, S. Labazova. Test of hybrid metric-Palatini $f(R)$-gravity in binary pulsars. *J. Exp. Theor. Phys.* **131** (4), 537 (2020).

Одержано 11.05.24.
Переклад на українську мову Ю.А. Куца

F.S.N. Lobo

BEYOND EINSTEIN'S GENERAL RELATIVITY: HYBRID METRIC-PALATINI GRAVITY

It has been established that both metric and Palatini versions of $f(R)$ gravity have interesting features, but also manifest several downsides. A hybrid combination of theories, containing elements from both formalisms, turns out to be very successful in accounting for the observed phenomenology and it is able to avoid some drawbacks of the original approaches. Here, we explore the formulation in a dynamically equivalent scalar-tensor form of this hybrid metric-Palatini approach. We present several of its main achievements, such as, passing the Solar System observational tests even if the scalar field is very light or massless, and outline several applications to astrophysical and cosmological scenarios. Furthermore, we also explore the viability of generalized hybrid metric-Palatini gravitational theories.

Keywords: general relativity, modified gravity, hybrid metric-Palatini gravity.