А. ПАТКОШ

Інститут фізики, Університет Етвеша
(Бульв. Петера Пазмані, 1/А, Будапешт 1117, Угорщина)

АКСІОННЕ ГАЛО НАВКОЛО ПОДВІЙНОЇ СИСТЕМИ КАРЛИКОВИХ ЗІРОК[1]

Розраховано ґравітаційне поле згустку надлегких аксіоноподібних частинок (ALP) з обертовою подвійною системою карликових зірок у його ядрі. Встановлено, що індукований квадрупольний момент маси згустку визначається параметром відношення мас M_a/M згустку аксіонів і бінарного ядра.

Ключові слова: надлегкі аксіоноподібні частинки, аксіонне гало, карликова зірка.

1. Вступ

Докази існування зірок, які складаються з ґравітуючих легких скалярних частинок, представляють серйозний виклик для астрофізичних досліджень [1, 2]. Різні аспекти стаціонарних рівноважних конфігурацій, де ґравітаційне тяжіння компенсується кінетичним тиском складових компонентів, досліджувалося багатьма авторами [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]. Динаміку утворення скалярних зірок було досліджено шляхом кінетичного моделювання ансамблів ґравітаційно взаємодіючих вільних частинок [10].

Особливо цікавим є напрямок досліджень, де галактичне гало, утворене надлегкими складовими, будується із суперпозицій квантових хвиль. У цьому випадку кінетичний тиск, що компенсує ґравітаційне тяжіння, має квантове походження і являє собою квантове когерентне явище в найбільшому відомому масштабі. Оригінальна пропозиція [11] була названа як ψDM [12], підкреслюючи роль квантової невизначеності у протидії ґравітації в області менше масштабу Джинса. Із застосуванням цієї вимоги балансу до карликових сфероїдальних галактик було отримано нижню межу для маси надлегких частинок темної матерії. Нещодавно було досягнуто прогресу в самоузгодженому визначенні квантової суперпозиції, що відтворює спостережуваний розподіл густини в гало темної матерії карликових сфероїдальних галактик [13, 14, 15].

З появою спостережень за чорними дірами активізувалися дослідження надмірної густини аксіоноподібних частинок (ALP), які могли б утворювати первісні чорні діри (ЧД) в епоху, що передувала стадії інфляції. Такі об'єкти не випарувалися б до сьогодні, якби їх маса перевищувала $10^{-15}\ M_{\odot}$. При ґравітаційному колапсі аксіонів також відмінна від нуля ймовірність виникнення пар чорних дір [16]. Навколо такого роду подвійних центрів ґравітаційного притягування навколишнє аксіонне міні-гало може додатково конденсуватися, зрештою створюючи скалярну зірку [17].

Рівноважна конфігурація аксіоноподібних частинок навколо однієї чорної діри є сферично симетричною. У разі нерелятивістичного руху частинок гало ґравітаційно зв'язаний згусток аксіонів утворює так званий ґравітаційний атом. Можуть виникати динамічно також конфігурації з більш високою енергією з ненульовим кутовим моментом. Один із сценаріїв розглядає іншу чорну діру, що падає на ґравітаційний атом, який резонансно індукує переходи до конфігурацій із ненульовим квадрупольним і, можливо, також вищими моментами [18, 19]. Такі переходи могли б спричинити характерні спостережувані ефекти в ґравітаційних хвилях, які випромінює система.

Цитування: Паткош А. Аксіонне гало навколо подвійної системи карликових зірок. *Укр. фіз. журн.* **69**, №7, 473 (2024).

Citation: Patkós A. Axion halo around a binary system of dwarf stars. *Ukr. J. Phys.* **69**, No. 7, 472 (2024). https://doi.org/10.15407/ujpe69.7.472.

[1] Ця робота базується на результатах, які доповідалися на міжнародній конференції "XII Bolyai–Gauss–Lobachevsky (BGL-2024): Non-Euclidean Geometry in Modern Physics and Mathematics".

У цій статті я хочу обговорити взаємодію аксіоноподібних частинок з іншою ґравітаційно зв'язаною компактною системою, а саме подвійними системами карликових зірок. Систематичні пошуки коричневих карликів були розпочаті в 1990-х роках із спостереження кривих блиску, які отримують під час проходження коричневих карликів перед світловипромінюючими зірками. Невдовзі були відкриті подвійні системи, що складаються зі звичайного білого карлика і супутнього йому коричневого карлика. Приблизно 5–6% відомих коричневих карликів мають сяючу зіркукомпаньйон [20]. Статистичний аналіз оцінює відстань між партнерами в межах 1,5–1000 астрономічних одиниць (а.о.). Розподіл співвідношення мас цих компонентів досягає максимуму біля одиниці. Зовсім нещодавно було оголошено про ще більш складне спостереження системи, що складається з двох коричневих карликів з відстанню між ними 1 а.о. [21]. Маси партнерів були оцінені в діапазоні 8–20 мас Юпітера. Період обертання становить від 5 до 9 років. Відповідна потужність ґравітаційного випромінювання становить $\approx 10^{11}$ ерг/с за простою оцінкою підручника [22], що безнадійно мало для сучасних приладів. Більш обнадійливим є дуже вражаюче нещодавнє повідомлення про досить масивний ($M_{BD} \approx 80$ мас Юпітера) коричневий карлик, що пролітає перед зіркою малої маси ($M_* \approx 0,13\ M_\odot$). Вони дуже сильно зв'язані і мають періодом обертання $\sim$2 години [23]. Орбіта Кеплера менше розміру нашого Сонця. У цьому випадку проста оцінка інтенсивності ґравітаційного випромінювання дає приблизно 4% потужності електромагнітного випромінювання Сонця. Ці відкриття спонукали нас дослідити структуру і динамічні особливості згустків аксіоноподібних частинок навколо бінарного ядра, що складається з двох коричневих карликів.

У нашому аналізі, викладеному нижче, подвійна ґравітаційна система буде розглядатися як точкове джерело, що характеризується найнижчими (можливо, залежними від часу) мультиполями свого розподілу густини. Очевидною умовою для цього є те, що комптонівська довжина хвилі аксіоноподібних частинок має бути набагато більшою за розмір бінарного ядра. Останні відкриття коричневих карликів пропонують реалістичний діапазон мас аксіоноподібних частинок, який може задовольнити цю умову. Радіус Сонця є $R_\odot \sim 10^6$ км, 1 а.о. $\sim 10^8$ км. Для аксіоноподібних частинок масою 10^{-n} еВ комптонівська довжина хвилі $(1/m)$ принаймні в 100 разів більша за характерний розмір джерела в першому випадку для $n \geq 18$, у другому для $n \geq 20$. Цей діапазон мас відповідає класу *надлегких* аксіоноподібних частинок. Після визначення розподілу густини, створеного подвійним джерелом, і ґравітаційної самовзаємодії аксіоноподібних частинок, необхідно також перевірити, чи виконується умова, що розмір згустку R перевищує комптонівську довжину хвилі частинки $1/m$, наприклад, виконується умова $mR > 1$.

Нижче ми визначимо функцію розподілу для згустку аксіоноподібних частинок у наближенні, в якому мультипольний розклад ґравітаційного поля (точкового) подвійного ядра обмежується його квадрупольним моментом. Розподіл частинок буде складатися з найнижчих енергетичних конфігурацій з моментами імпульсу $l = 0, 2$. Для оцінки енергії ґравітаційного зв'язку буде застосовано варіаційний метод [9] (див. також [24, 25]). Квадрупольне відхилення функції розподілу аксіоноподібних частинок від сферичної симетрії буде визначено в лінійному наближенні. Часова варіація елементів квадрупольного тензора подвійної системи коричневих карликів викликає часову залежність у квадрупольній частині функції розподілу аксіоноподібних частинок. Отримане додаткове ґравітаційне випромінювання може допомогти зрозуміти природу гіпотетичних надлегких складових матерії.

2. Визначення функції розподілу аксіонного гало

Наша спрощена модель для подвійної системи двох коричневих карликів складається з двох об'єктів маси $M/2$, які обертаються з кутовою швидкістю ω по колу радіуса d і розташовані в діаметрально протилежних положеннях. Ґравітаційний потенціал буде урізаний у квадрупольному наближенні:

$$V_N(\mathbf{x}) = -\frac{G_N M}{2}\left(\frac{1}{|\mathbf{x}-\mathbf{d}|} + \frac{1}{|\mathbf{x}+\mathbf{d}|}\right) \approx$$

$$\approx -\frac{G_N}{r}\left(M + \frac{1}{r^2}\Theta_{2m} Y_{2m}(\hat{\mathbf{x}})\right), \qquad (1)$$

$$\Theta_{2m} = \frac{4\pi}{5} M d^2 Y_{2,-m}(\hat{\mathbf{d}}(t)).$$

В одиницях $\hbar = c = 1$ квадрупольний момент має розмірність оберненої маси. Якщо вибирати площину орбіти у якості (x, y)-площини, тільки індекси $m = 0, 2, -2$ дадуть внесок у наведену вище суму за m. Залежність d від часу приводить до залежності $\Theta_{2,\pm 2}$ від часу. Також можна використовувати $Y^*_{22} = Y_{2,-2}$; $Y_{2m}(-\hat{\mathbf{d}}) = Y_{2m}(\hat{\mathbf{d}})$, $m = 0, 2, -2$. Одиничний вектор $\hat{\mathbf{d}}(t)$ вказує на одну з двох зірок з початку координат, $\hat{\mathbf{x}}$ вказує на напрямок спостереження. (Детальна структура бінарного карлика за межами даних M, Θ_{2m} не відіграє ніякої ролі у подальшому обговоренні.)

Енергія аксіонного "гало" навколо бінарного ядра має вигляд

$$H = \int d^3x \frac{1}{2}\left[\dot{a}^2(\mathbf{x}, t) + (\nabla a(\mathbf{x}, t))^2 + m^2 a^2(\mathbf{x}, t)\right] + \\ + \int d^2x \rho_a(\mathbf{x}, t) V_N(\mathbf{x}, t) - \\ - \frac{G_N}{2} \int d^3x \int d^3y \frac{\rho_a(\mathbf{x}, t)\rho_a(\mathbf{y}, t)}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}. \quad (2)$$

Доданок у другому рядку наведеного вище виразу відображає енергію частинок з густиною маси ρ_a, що рухаються в ґравітаційному потенціалі V_N, тоді як останній доданок відповідає енергії ґравітаційного притягування між аксіоноподібними частинками, які утворюють гало.

Припущення про нерелятивістичний рух частинок відображається в такій параметризації поля аксіону:

$$a(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2m}}\left(\psi(\mathbf{x}, t)e^{-imt} + \psi^*(\mathbf{x}, t)e^{imt}\right). \quad (3)$$

Повільно змінна функція ψ нормована на кількість частинок, з яких складається гало:

$$\int d^3x |\psi(\mathbf{x}, t)|^2 = N_a, \quad (4)$$

звідки випливає $\rho_a(\mathbf{x}, t) = m|\psi(\mathbf{x}, t)|^2$. Через припущення про повільну зміну $\psi(\mathbf{x}, t)$, у рівнянні руху зберігається лише перша похідна відносно часу:

$$\dot{\psi}(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{2m}\triangle\psi(\mathbf{x}, t) + V_N m\psi(\mathbf{x}, t) - \\ - G_N m^2 \int d^3y \frac{|\psi(\mathbf{y}, t)|^2}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}\psi(\mathbf{x}, t). \quad (5)$$

Квадрупольна частина (1) дає внесок у функцію розподілу, пропорційний $\sim Y_{2m}$. Ця частина буде визначена за теорією збурень з точністю до головного порядку, тому вона буде пропорційною також безрозмірній комбінації $m\Theta_{2m}$. В анзаці, вибраному для наближеного розв'язку (5), в обох каналах кутового моменту вводиться коефіцієнтна функція, залежна від радіальної координати, обезрозмірена параметром характерного розміру R:

$$\psi(\mathbf{x}, t) = e^{i\mu t}(\psi_0(\mathbf{x}) + \Delta\psi_0(\mathbf{x})) = \\ = e^{i\mu t} w(F_0(\xi) + \tilde{F}_{2m}(\xi) m\Theta_{2m}(d) Y_{2m}(\hat{\mathbf{x}})), \quad (6) \\ \xi = \frac{r}{R}, \quad \hat{\mathbf{x}} = \frac{\mathbf{x}}{r}, \quad r = |\mathbf{x}|.$$

Параметр R, що характеризує розмір згустку аксіонів, буде визначено варіаційно, а w – це константа, яку можна знайти з нормування (4).

У розрахунках, описаних нижче, приймається наближення, в якому квадрупольна частина ґравітаційного потенціалу діє як збурення на розподіл згустку аксіонів відносно сферично симетричної частини взаємодії. Це припущення означає, що в (4) ми працюємо в лінійному порядку відносно $\Delta\psi$. Тоді нормування виглядає як

$$w^2 R^3 \left(4\pi \int d\xi \xi^2 F_0^2(\xi)\right) \equiv w^2 R^3 C_2 = N_a. \quad (7)$$

Також радіальна залежність квадрупольної частини розподілу буде однаковою для всіх значень m: $\tilde{F}_{2m} = \tilde{F}_2$.

Наша мета полягає в тому, щоб обчислити додаткову частину ґравітаційного потенціалу подвійної зірки, створеної гало аксіоноподібних частинок далеко за межами його протяжності. Його вираз можна отримати за допомогою такої послідовності рівностей (нижче $\eta = y/R$):

$$\Delta V_N(\mathbf{x}) = -G_N \int d^3y \frac{\rho_a(\mathbf{y})}{|\mathbf{y} - \mathbf{x}|} \approx \\ \approx -G_N m w^2 \int d^3y \frac{1}{|\mathbf{y} - \mathbf{x}|} \times \\ \times \left[F_0^2(\eta) + 2F_0(\eta)\tilde{F}_2(\eta) m\Theta_{2m}(d) Y_{2m}(\hat{\mathbf{y}})\right] = \\ = -G_N m w^2 \left[\frac{1}{r}\int d^3y F_0^2(\eta) + \right. \\ \left. + \frac{8\pi R^5}{5r^3}\int d\eta \eta^4 F_0(\eta)\tilde{F}_2(\eta) m\Theta_{2m} Y_{2m}(\hat{\mathbf{r}})\right]. \quad (8)$$

Із самого останнього рядка зчитується внесок гало аксіоноподібних частинок у квадрупольний момент системи. Повний момент є сумою цього і початкового доданків:

$$\Theta_{2m}^{sum} = \Theta_{2m}\left(1 + \frac{8\pi N_a (mR)^2}{5C_2}\int d\eta\eta^4 F_0(\eta)\tilde{F}_2(\eta)\right). \tag{9}$$

Зрозуміло, що квадрат виразу в дужках збільшить потужність ґравітаційного випромінювання. Тому параметрична залежність $\tilde{F}_2$ від безрозмірних величин N_a, mR і $G_N m^2$ буде вирішальною в оцінці впливу гало на згадану потужність.

3. Визначення $\tilde{F}_2$

У цьому розділі ми знаходимо $\tilde{F}_2$, яка є домішкою із $l = 2$ до сферично-симетричної функції розподілу $F_0(\xi)$, що виникає під дією квадрупольної частини ґравітаційного потенціалу. Спочатку запишемо оператор у правій частині (5) як суму:

$$\begin{aligned} &H = H_0 + H_I, \quad H_0 = -\frac{1}{2m}\triangle - \frac{G_N M m}{r}, \\ &H_I = -\frac{G_N m}{r^3}\Theta_{2m}Y_{2m}(\hat{\mathbf{d}}(t)) - \\ &- G_N m^2 \int d^3y \frac{|\psi(y)|^2}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}. \end{aligned} \tag{10}$$

Проблема власних значень H_0 є ґравітаційним аналогом задачі на власні значення для атома водню в квантовій механіці. Відповідні власні значення і власні функції для $l = 0, 2$ позначаються як μ_0, F_0, і μ_2, $F_2 Y_{2m}$, відповідно. (Будьте уважні: функція F_2 не є домішкою $\tilde{F}_2$, яку ми шукаємо!)

Другий член H_I уточнює значення μ_0 у першому порядку теорії збурень. Під час його оцінки можна знехтувати в ядрі оператора домішкою до ψ_0 із $l = 2$, яка має вищий порядок за теорією збурень. Тоді можна легко отримати такий вираз:

$$\begin{aligned} &\mu_0 N_a = w^2 \int d^3x \left[\frac{1}{2m}(\nabla F_0(\xi))^2 - \frac{G_N M m}{|\mathbf{x}|}F_0^2(\xi) - \right. \\ &\left. - G_N w^2 m^2 \int d^3y \frac{F_0^2(\eta)}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}F_0^2(\xi)\right], \end{aligned} \tag{11}$$

де величини w, η, ξ були введені в попередньому розділі. Цей вираз відображає більш прозору залежність від характерних безрозмірних комбінацій параметрів N_a, mR і $G_N m^2$, якщо інтеграли записати через обезрозмірені змінні η, ξ:

$$\begin{aligned} &\mu_0 N_a = m N_a \frac{1}{C_2}\left[\frac{D_2}{2}\frac{1}{(mR)^2} - \right. \\ &\left. - \frac{G_N m^2}{mR}\left(\frac{B_4}{C_2}N_a + \frac{M}{m}C_1\right)\right], \end{aligned} \tag{12}$$

де з'являються такі інтеграли від функції розподілу:

$$\begin{aligned} &C_n = 4\pi\int_0^\infty d\xi\xi^n F_0^2(\xi), \quad D_n = 4\pi\int_0^\infty d\xi\xi^n F_0'^2(\xi), \\ &B_4 = 32\pi^2\int_0^\infty d\xi\xi F_0^2(\xi)\int_0^\xi d\eta\eta^2 F_0^2(\eta). \end{aligned} \tag{13}$$

Подібними чином можна знайти вираз μ_2 з точністю до першого порядку за теорією збурень:

$$\begin{aligned} &\mu_2 = \frac{m}{I_2}\left[\frac{1}{2(mR)^2}(K_2 + 6I_0) - \right. \\ &\left. - \frac{G_N m^2}{mR}\left(\frac{M}{m}I_1 + \frac{N_a}{C_2}I_{J1}\right)\right], \end{aligned} \tag{14}$$

де

$$\begin{aligned} &I_n = \int_0^\infty d\xi\xi^n F_2^2(\xi), \quad K_2 = \int_0^\infty d\xi\xi^2\left(F_2'(\xi)\right)^2, \\ &I_{J1} = 4\pi\int_0^\infty d\xi\xi\int_0^\xi d\eta\eta^2\left[F_2^2(\xi)F_0^2(\eta) + F_2^2(\eta)F_0^2(\xi)\right], \end{aligned} \tag{15}$$

Тут ми використовуємо таку саму радіальну функцію розподілу $F_2(\xi)$ для всіх п'яти компонентів квадрупольної власної функції, яка вибирається у вигляді $wF_2(\xi)Y_{2m}(\hat{\mathbf{x}})$.

Найкраща оцінка власного значення μ_0, скоригованого нелінійним членом H_I зі зручно обраною функцією розподілу нульового порядку $F_0(\xi)$, знайдена шляхом мінімізації правої частини (12) відносно mR при фіксованих N_a, $G_N m^2$, M/m [9, 24, 25]. Оптимальні оцінки mR і μ_0 є такими:

$$\begin{aligned} &(mR)_{\rm opt} = D_2\left[G_N m^2\left(\frac{B_4}{C_2}N_a + C_1\frac{M}{m}\right)\right]^{-1}, \\ &\mu_{0,\rm opt} = -\frac{m}{2C_2 D_2}\left[G_N m^2\left(\frac{B_4}{C_2}N_a + C_1\frac{M}{m}\right)\right]^2. \end{aligned} \tag{16}$$

Хоча в принципі можна оптимізувати μ_2 незалежно, ми задовольнятимемося використанням такого ж значення R, а також F_2.

Давайте обговоримо узгодженість застосованих наближень із діапазоном параметрів, представленим у вступній частині. Вибираючи $m \sim 10^{-17}$ еВ, у випадку $M \sim M_{\text{Jupiter}}$ ми знаходимо такий порядок величини:

$$G_N m^2 \sim 10^{-90}, \quad \frac{M}{m} \sim 10^{80}. \tag{17}$$

Порядок величини комбінації інтегралів функції розподілу (наприклад, D_2C_1) становить щонайбільше $\mathcal{O}(10^2)$. Отже

$$(mR)_{\text{opt}} \sim \mathcal{O}(10^{-2})10^{10}, \quad |\mu_{0\text{opt}}| \sim 10^{-16}\ m. \tag{18}$$

Виконуються умови узгодженості $mR > 1$ і $|\mu_0| \ll m$. Маса, яка міститься в гало навколо подвійної системи коричневих карликів розміром з Юпітер, добре апроксимується $N_a m$. Якщо вибрати N_a такого ж порядку величини, як M/m, отримаємо $M_{\text{halo}} \sim M_{\text{Jupiter}}$. Кожен може швидко перевірити, що умови узгодженості задовольняються навіть для транзитного коричневого карлика з великою масою ($\sim 10^2 M_{\text{Jupiter}}$), вказаного в статті [23].

Перший член оператора H_I, який відповідає квадрупольній частині ґравітаційного поля бінарного ядра, має ненульовий матричний елемент між F_0 і F_2Y_{2m}:

$$\langle l=2, m|H_I|0\rangle = w^2 \int d^3y F_2(\eta) Y^*_{2m}(\hat{\mathbf{y}}) \times \\ \times \left(-\frac{G_N m}{|\mathbf{y}|^3}\Theta_{2p}Y_{2p}(\hat{\mathbf{y}})\right) F_0(\eta). \tag{19}$$

Тому він породжує поправку першого порядку за теорією збурень для найнижчої за енергією конфігурації аксіоноподібних частинок. Головна квадрупольна поправка для функції розподілу $\Delta\psi_0$ визначається за допомогою (відомого з квантової теорії) співвідношення першого порядку за теорією збурень

$$\Delta\psi_0(\mathbf{x}) = \frac{wF_2(\xi)Y_{2m}(\hat{\mathbf{x}})}{\mu_0 - \mu_2} \frac{\langle l=2,m|H_I|0\rangle}{\langle l=2,m|l=2,m\rangle} = \\ = -w\frac{G_N m^2}{(mR)^3} \frac{I_{20}^{(-1)}}{I_2} \frac{m}{\mu_0-\mu_2} m\Theta_{2p}(\hat{\mathbf{d}})Y_{2p}(\hat{\mathbf{x}})F_2(\xi) \equiv \\ \equiv w\tilde{F}_{2m}(\xi)m\Theta_{2p}(d)Y_{2p}(\hat{\mathbf{x}}), \tag{20}$$

де

$$I_{20}^{(n)} = \int_0^\infty d\eta \eta^n F_2(\eta)F_0(\eta). \tag{21}$$

4. Обговорення результату

У цій статті ми обчислили ґравітаційний потенціал аксіонної хмари з її квадрупольним збуренням, спричиненим обертовою подвійною системою карликових зірок в її ядрі:

$$\Delta V_N = -\frac{G_N N_a m}{r} - \frac{G_N}{r^3}\Theta_{2p}Y_{2p} \times \\ \times \frac{8\pi}{5C_2}\frac{I_{20}^{(-1)}I_{20}^{(4)}}{I_2}\frac{m}{\mu_0-\mu_2}\frac{N_aG_Nm^2}{mR}. \tag{22}$$

Перший член – це внесок аксіонного згустку в потенціал Ньютона поза компактним об'єктом. Додавши другий член до квадрупольної частини ґравітаційного поля ядра, легко знайти коефіцієнт "посилення" квадрупольного потенціалу за рахунок аксіонного гало:

$$Z_{\text{axion}} = 1 - \frac{8\pi}{5C_2}\frac{I_{20}^{(-1)}I_{20}^{(4)}}{I_2}\frac{m}{\mu_0-\mu_2}\frac{N_aG_Nm^2}{mR}. \tag{23}$$

Якщо оптимізувати обидва власні значення μ_0 і μ_2, можна знайти $\mu_2 - \mu_0 \sim (mR)^{-2}$. Таку ж параметричну залежність дає аналогія з формулою Бальмера для атома водню. Тоді кожен може написати у параметричному вигляді:

$$Z_{\text{axion}} = 1 + \text{const} \times (mR)N_a(G_Nm^2), \tag{24}$$

що після оптимізації виразу mR приводить до

$$Z_{\text{axion}} = 1 + \text{const} \times \frac{N_a m}{(B_4/C_2)N_a m + C_1 M}. \tag{25}$$

Можна зробити висновок про те, що посилення квадрупольного моменту параметрично залежить в основному від співвідношення $M_a/M = (N_a m)/M$. Якщо маса аксіонного згустку досягає маси ядра, тоді він робить внесок у ґравітаційне випромінювання системи параметрично так само, як і саме ядро.

Для того, щоб представити кількісну оцінку величини додаткової ґравітації, породженої аксіонним гало навколо подвійної коричневої зіркової системи, потрібно оцінити (15) і (21) з деяким добре обґрунтованим вибором функцій розподілу F_0 і F_2. Фізично привабливою є тісна формальна аналогія найнижчих енергетичних конфігурацій ґравітаційного "атома" з рівнями $1s$ і $3d$ атома водню. Тоді можна застосувати підхід, наведений у статтях [26, 27], вибравши для функцій розподілу такі пробні вирази:

$$F_0(\xi) = Q_0 e^{-\xi}, \quad F_2(\xi) = Q_2\xi^2 e^{-\xi/3}. \tag{26}$$

Довільні нормувальні коефіцієнти Q_0, Q_2 не з'являються в жодній фізично важливій величині. Прямі елементарні інтегрування дають явні значення для цих коефіцієнтів. Цю вправу залишаємо для наших читачів.

Цей внесок у збірник матеріалів Міжнародної конференції "XII Bolyai–Gauss–Lobachevsky (BGL-2024): Non-Euclidean Geometry in Modern Physics and Mathematics", є скромною спробою висловити солідарність з усіма фізиками України, які намагаються продовжувати дослідницьку діяльність у нинішніх жахливих умовах війни. Це дослідження підтримано ґрантом K-143460 Наукового фонду NKFIH.

1. D.J. Kaup. Klein–Gordon geon. *Phys. Rev.* **172**, 1331 (1968).
2. R. Ruffini, S. Bonnazola. Systems of self-gravitating particles in general relativity and the concept of an equation of state. *Phys. Rev.* **187**, 1767 (1969).
3. I.I. Tkachev. Coherent scalar-field oscillations forming compact astrophysical object. *Sov. Astron. Lett.* **12**, 305 (1986).
4. I.I. Tkachev. On the possibility of Bose-star formation. *Phys. Lett. B* **261**, 281 (1991).
5. E.W. Kolb, I.I. Tkachev. Axion miniclusters and bose stars. *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3051 (1993).
6. E.W. Kolb, I.I. Tkachev. Nonlinear axion dynamics and formation of cosmological pseudosolitons. *Phys. Rev. D* **94**, 5040 (1994).
7. J. Eby, P. Suranyi, C. Vaz, L. Wijewardhana. Axion stars in the infrared limit. *J. High Energy Phys.* **03**, 080 (2015).
8. E. Braaten, A. Mohapatra, H. Zhang. Dense axion stars. *Phys. Rev. Lett.* **117**, 121801 (2016).
9. A.H. Guth, M.P. Hertzberg, C. Prescod-Weinstein. Do dark matter axion form a condensate with long range correlation? *Phys. Rev. D* **94**, 103513 (2015).
10. D.G. Levkov, A.G. Panin, I.I. Tkachev. Gravitational Bose-Einstein condensation in the kinetic regime. *Phys. Rev. Lett.* **121**, 151301 (2018).
11. L.M. Widrow, N. Kaiser. Using the Schrödinger equation to simulate collisionless matter. *Astrophys. J.* **416**, L71 (1993).
12. H.-Y. Schive, T. Chiueh, T. Broadhurst. Cosmic structure as the quantum interference of a coherent dark wave. *Nature Phys.* **10**, 496 (2014).
13. S.-C. Lin, H.-Y. Schive, S.-K. Wong, T. Chiueh. Self-consistent construction of virialized wave dark matter. *Phys. Rev. D* **97**, 103523 (2018).
14. T.D. Yavetz, X. Li, L. Hui. Construction of wave dark matter halos: Numerical algorithm and analytical constraints. *Phys. Rev. D* **105**, 023512 (2022).
15. T. Zimmermann, J. Alvey, D.J.E. Marsh, M. Fauirbairn, J.I. Read. Dwarf galaxies imply dark matter is heavier than 2.2×10^{-21} eV. arXiv:2405.20374.
16. M. Raidal, C. Spethmann, V. Vaskonen, H. Vermäe. Formation and evolution of primodial black hole binaries in the early universe. *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **02**, 018 (2019).
17. M.P. Hertzberg, E.D. Schiapparasse, T.T. Yanagida. Axion star condensation in dark minihalos around primordial black holes. *Phys. Rev. D* **102**, 023013 (2020).
18. D. Baumann, H.S. Chia, R.A. Porto, J. Stout. Gravitational collider physics. *Phys. Rev. D* **101**, 083019 (2020).
19. T. Takahashi, H. Omiya, T. Tanaka. Axion cloud evaporation during inspiral of black hole binaries: The effects of backreaction and radiation. *Progress Theor. Exper. Phys.* **2022**, 043E01 (2022).
20. C. Fontanive *et al.* Constraining the multiplicity statistics of the coolest brown dwarfs: binary fraction continues to decrease with spectral type. *Mon. Not. Royal Astron. Soc.* **479**, 2702 (2018).
21. P. Calissendorff *et al.* JWST/NIRCam discovery of the first Y + Y brown dwarf binary: WISE J033605.05-014350.4. *Astrophys. J. Lett.* **947**, L30 (2023).
22. J.B. Hartle. *Gravity, an Introduction to Einstein's General Relativity* (Addison Wesley, 2003), Ch. 23.6, Eq. (23.56).
23. K. El-Badry, K.B. Burdge, J.v. Roestel, A.C. Rodriguez. A transiting brwon dwarf in a 2 hour orbit. *Open J. Astrophys.* **6**, 33 (2023).
24. A. Patkós. Radiation backreaction in axon electrodynamics. *Symmetry* **14**, 1113 (2022).
25. A. Patkós. Elecromagnetic energy loss of axion stars. *Phys. Rev. D* **107**, 055017 (2023).
26. C.-M. Yoo, A. Naruko, Y.Sakurai. K. Takahashi, Y. Takaori, D. Yamauchi. Axion cloud decay due to the axion-photon conversion with background magnetic fields. *Publ. Astron. Soc. Japan* **74**, 64 (2022).
27. Y. Sakurai, C.-M. Yoo, A. Naruko, D. Yamauchi. Axion cloud decay due to the axion-photon conversion with multipole background magnetic fields. arXiv:2312.07058.

Одержано 24.06.24.
Переклад на українську мову Ю.А. Куца

A. Patkós

AXION HALO AROUND
A BINARY SYSTEM OF DWARF STARS

The gravitational field of a clump of ultralight axion like particles (ALPs) in its core with a rotating binary system of dwarf stars is computed. It is established that the induced quadrupole mass moment of the clump is controlled parametrically by the M_a/M mass ratio of the axion clump and the binary core.

Keywords: axion like particles, axion halo, dwarf star.