

Б. ЛЕВ

Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголобова НАН України
(Вул. Метрологічна, 14-б, Київ 03143)

УДК 539

**КУЛОНОПОДІБНА ПРУЖНА
ВЗАЄМОДІЯ В КОЛОЇДАХ РІДИННИХ КРИСТАЛІВ**

Ця стаття присвячена пам'яті мого вчителя П.М. Томчука та містить огляд його важливих результатів, отриманих в одній з багатьох галузей теоретичної фізики, де були запропоновані нові рішення та підходи, а саме, в теорії колоїдів рідинних кристалів. Запропоновано теоретичний підхід до опису далекоюсяжної пружної взаємодії між частинками, зануреними в рідинний кристал. Показано, що характер взаємодії між частинками визначається порушенням симетрії розподілу пружного поля директора навколо кожної частинки. Порушення симетрії спричинене деформаціями поля директора поверхнею частинки, введеної в рідинний кристал. У випадках, коли частинки викликають деформацію з ненульовим обертовим моментом, передбачається кулоноподібна взаємодія між ними. Крім того, визначено, що кулонівська взаємодія відбувається у випадках взаємодії частинки з областю деформації, що характеризується певним розподілом пружного поля. У статті представлено експериментальні дані, що підтверджують теоретичні передбачення кулонівської взаємодії макроскопічних частинок, занурених у рідинний кристал.

Ключові слова: рідиннокристалічні колоїди, кулонівська взаємодія, пружна взаємодія, м'яка речовина.

1. Вступ

Рідкі кристали – це матеріали, які порушують свою симетрію основного стану в розподільчому пружному полі директора під дією слабких зовнішніх впливів. Іншим способом порушення неперервної симетрії в рідинних кристалах є введення частинки іншої речовини в рідинний кристал. Такі занурені частинки спотворюють поле директора рідинного кристала на відстанях, що значно більші за розмір частинки. Як показано нижче, будь-яка взаємодія між зануреними в рідинний кристал частинками пов'язана з деяким порушенням симетрії в основному стані. Пружні взаємодії між частинками через деформацію пружного поля директора приводять до нетривіальної поведінки з утворенням різних нових упорядкованих або неупорядкованих структур [1–8]. Спостерігалися лінійні лан-

цюжки з малих крапель води в рідинному кристалі або у великих нематичних краплях [9, 10], високпорядковані масиви крапель кремнієвої олії в нематичному рідинному кристалі [11], двовимірна гексагональна решітка крапель гліцерину в нематичній коміріці з гібридними граничними умовами [6, 7], та тривимірна структура в системі твердих макрочастинок, занурених у рідинні кристали. У цій галузі вже опубліковано багато статей [7–24], в яких можна знайти багато цікавого як з погляду фундаментальної, так і прикладної науки.

Симетрія порушується з двох причин: форма частинки та міцність зв'язку між молекулами рідинного кристала та поверхнею частинки. У випадку слабого зчеплення це насамперед визначається формою частинки. У випадку сильного зчеплення важливі обидва фактори, оскільки розподіл напрямку поблизу частинки визначається топологічними дефектами в її околі. Для того, щоб універсально описати ці два випадки, було введено поняття деформаційної оболонки навколо частинки [2]. Деформаційний шар охоплює пов'язані топологічні дефекти та має таку ж симетрію, як і сумарне поле директора навколо частинки. Розподіл поля директора поза деформаційною оболонкою зазнає

Цитування: Лев, Б. Кулоноподібна пружна взаємодія в колоїдах рідинних кристалів. *Укр. фіз. журн.* **70**, № 10, 692 (2025).

© Видавець ВД “Академперіодика” НАН України, 2025. Стаття опублікована за умовами відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

лише плавних змін і не містить жодних топологічних дефектів. Тоді можна стверджувати, що взаємодія на великих відстанях між частинками визначається симетрією деформаційної оболонки та може бути виражена через її фізичні характеристики, такі як форма та величина зв'язку з поверхнею.

Іншим способом порушення неперервної симетрії основного стану розподілу директора в рідинних кристалах є спонтанна поява області деформації. Зовнішній вплив або граничні умови на поверхні комірки можуть викликати деформацію рівномірного розподілу поля директора. У цьому випадку ми повинні враховувати суперпозицію поля деформації навколо частинки та глобальну деформацію рівноважного розподілу поля директора. Суперпозиція різних деформацій приводить до ефективної взаємодії частинок, занурених у рідинний кристал. Ця взаємодія викликає рух частинки в деформованому полі директора. У цьому випадку може бути реалізована нетривіальна поведінка частинок у деформованому пружному полі директора та спостерігатися інший тип пружної взаємодії.

Взаємодія між частинками, зануреними в рідинний кристал, відбувається через зміну вільної енергії деформацій поля директора самими зануреними частинками. Вільна енергія рідинного кристала з введеними частинками за таких умов залежатиме від відстані між ними. Мінімізація цієї вільної енергії визначатиме характер взаємодії між частинками, введеними в пружне середовище. Таким чином, можна також розглянути поведінку окремої частинки в спотвореному полі директора. Припустимо, що пружне поле директора є неоднорідним через глобальні граничні умови, і що довжина деформації директора значно більша за розмір частинки. У цьому випадку ми маємо лише вільну енергію частинки в деформованому полі директора, і ця енергія змінюється від точки до точки в цій області деформації. Частинка рухатиметься, доки не досягне мінімуму сумарної вільної енергії. Умови зчеплення на поверхні частинок та глобальна симетрія рідинного кристала впливають на значення пружних міжчастинкових взаємодій та на колективну поведінку частинок, занурених у рідинні кристали [1, 2].

Наразі існує два підходи до опису природи взаємодії між частинками різної форми, введеними

в рідинний кристал. Перший стосується частинок, які мають сильне зчеплення з поверхнею [12, 13]. Частинка з сильним планарним зчепленням створює парні топологічні дефекти, відомі як буджуми. Частинки з сильними гомеотропними граничними умовами створюють дисклінаційне кільце на екваторі або гіперболічний їжак поблизу поверхні як супутник для радіального їжака в центрі частинки. Використовуючи аналогію з електростатикою, Лубенський та ін. [12] отримали приблизний розподіл поля директора поблизу краплі з гомеотропними граничними умовами, а також потенціал парної взаємодії на великих відстанях між частинками. У цьому випадку взаємодія між частинками має диполь-дипольний та квадруполь-квадрупольний характер. Диполь-дипольна взаємодія пояснює утворення ланцюгів, які вишиковуються вздовж директора в нематичному рідинному кристалі. Про такий характер взаємодії та формування лінійних ланцюжків з малих крапель води в нематичному рідинному кристалі або у великих нематичних краплях було описано у статтях [9, 10].

Другий підхід був запропонований спільно з П.М. Томчуком у статтях [1, 2], де розглядався випадок слабкого зчеплення для частинок різної форми. Аналітично було знайдено потенціал взаємодії з урахуванням різних констант Франка, і цей потенціал було виражено через тензорні характеристики форми частинки. Коли розподіл поля директора поблизу частинки має три площини симетрії, парні потенціали взаємодії є квадрупольними та залежать від відстані d між частинками як d^{-5} . Коли одна площина симетрії порушується, виникає дипольний момент, що приводить до диполь-дипольної взаємодії між частинками. Якщо деформаційний шар має лише одну площину симетрії (директор \mathbf{n} або коли він взагалі не має площин симетрії), то виникає кулонівська взаємодія між частинками на великих відстанях [2]. Головним досягненням цих досліджень є те, що було показано, що ця взаємодія значно перевищує теплову енергію і може бути основною причиною створення структур у системі макроскопічних частинок, занурених у рідинний кристал. Характер і величина взаємодії між частинками різної форми були перевірені експериментально з великою точністю, і, крім того, спостерігалися відповідні, передбачені теоретично структури.

2. Взаємодія між частинками в рідинному кристалі

Перейдемо тепер до основних положень запропонованого теоретичного підходу, який дає змогу розкрити причини взаємодії між колоїдними частинками через деформації пружного поля директора. Нематичний рідинний кристал (НРК) – це анізотропна рідина, в якій витягнуті молекули мають однакову середню орієнтацію, що описується одиничним вектором \mathbf{n} , який називається директором. У нерозподіленому стані, нематик має просто-риво однорідну орієнтацію \mathbf{n}_0 , і ми припускаємо, що вона паралельна осі z ($\mathbf{n}_0 = (0, 0, 1)$). Занурені частинки руйнують однорідну орієнтацію директора в об'ємі. Ці деформації спричинені граничними умовами на поверхні частинок, занурених у рідинний кристал. Об'ємні орієнтації поля директора накладаються на поверхні частинки таким чином, що молекули нематика лежать або нормально, або тангенціально до цієї поверхні. Феноменологічну вільну енергію зчеплення на поверхні частинок можна записати у добре відомій формі Рапіні–Папуляра,

$$F_s = \sum_p \oint ds (\nu(\mathbf{s}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{s}))^2, \quad (1)$$

де W – це коефіцієнт енергії зчеплення. Для гомотропного зчеплення $W < 0$, а для планарного – $W > 0$. Підсумовування об'ємної деформації поля директора слід проводити за всіма частинками у рідинному кристалі для визначення вільної енергії.

Об'ємна енергія просторових спотворень поля директора, яка називається енергією Франка, записується у вигляді

$$F_b = \frac{1}{2} \int d^3r \left\{ K_{11} (\text{div } \mathbf{n})^2 + K_{22} (\mathbf{n} \text{ rot } \mathbf{n})^2 + K_{33} (\mathbf{n} \times \text{rot } \mathbf{n})^2 \right\}. \quad (2)$$

Щоб знайти можливі конфігурації директора, слід розв'язати рівняння Ейлера–Лагранжа (ЕЛ), що отримується з мінімізації вільної енергії Франка, та урахувати граничні умови (ГУ), які знаходяться з мінімізації об'ємної та поверхневої енергій. Але може виникнути ситуація, коли існує кілька розподілів поля директора з різною симетрією, які задовольняють як рівняння ЕЛ в об'ємі, так і ГУ на поверхні.

Порушення симетрії в ближній області досягається або силою зчеплення, або формою частинок, і приводить до різних рішень у дальній області. На великих відстанях від частинки поле директора $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ прямує до однорідного $\mathbf{n}_0 = (0, 0, 1)$ і може бути записано у вигляді $\mathbf{n} = (n_x, n_y, 1)$. У наближенні з однією константою вільна енергія Франка визначається формулою

$$F_b = \frac{1}{2} K \int d^3 \{ (\nabla n_x)^2 + (\nabla n_y)^2 \}. \quad (3)$$

Рівняння рівноваги, що виходять з мінімуму вільної енергії, є рівнянням Лапласа для поперечних компонент n_μ ($\mu = x, y$),

$$\Delta n_\mu = 0. \quad (4)$$

Розв'язок цього рівняння на великих відстанях r можна розкласти в мультипольному представленні

$$n_\mu = \frac{A_\mu}{r} + \frac{\mathbf{p}_\mu \mathbf{r}}{r^3} + \frac{c_\mu^{ij} r_i r_j}{r^5} + \dots \quad (5)$$

Тут чітко видно, що поперечні компоненти можна розглядати в потенціалі пружного поля за аналогією з електростатичним, де частинки є джерелами можливої деформації. Перший доданок пов'язаний з “зарядом”, другий – з дипольним моментом, а останній пов'язаний з квадрупольним моментом, що створюється частинками.

Три доданки пов'язані з різними порушеннями симетрії поля директора навколо частинки i , як буде показано нижче, відповідають за три різні закони взаємодії між частинками. Перший доданок існує, коли розподіл директора взагалі не має площини симетрії або має лише одну вертикальну площину симетрії. Він з'являється, коли частинка поблизу неї втрачає дзеркальну симетрію в горизонтальній площині й в одній вертикальній площині. Іншими словами, він існує, коли на частинку діє ненульовий момент кручення $\mathbf{\Gamma}$ нематика [26], а за відсутності моменту кручення $\mathbf{\Gamma}$ його немає. Другий доданок представляє порушену симетрію в одній площині, і дипольний момент \mathbf{p} є мірою асиметрії. Останній доданок існує в будь-якому випадку, оскільки він має таку ж квадрупольну симетрію, як і розподіл однорідного поля директора.

Мультипольний розклад дійсний лише в області, де нелінійністю можна знехтувати. Для частинок

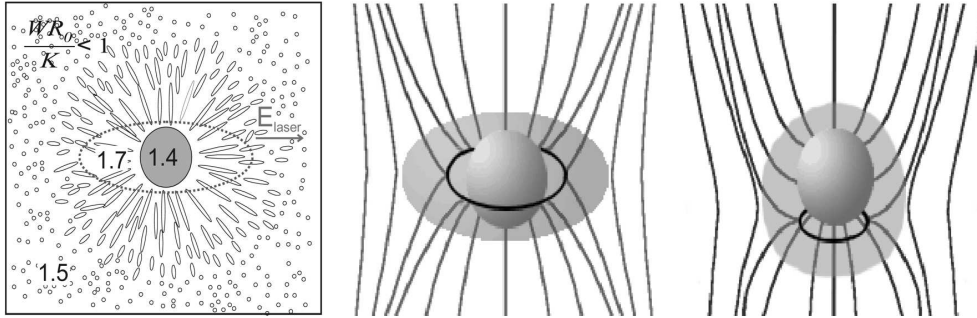


Рис. 1. Вигляд області деформації пружного поля директора при слабкому та сильному зчепленні

із сильним зчепленням це далека область через сильні деформації директора в ближній області. Але для слабо зчеплених частинок ці спотворення малі, і багаточленний розклад може застосовуватися в ближній області. Загалом, чим менша сила зчеплення, тим менший розмір області, де мультипольний розклад не застосовується. Ці численні варіанти представлені на рис. 1.

У нашій першій статті з теорії колоїдів рідинних кристалів [1] ми запропонували підхід, який дозволяє знайти потенціал взаємодії для частинок звичайної форми зі слабким зчепленням на поверхні. Він справедливий для різних констант Франка і тому перевершує результати електростатичної аналогії. Для слабкої сили зчеплення не існують топологічні дефекти, а деформації директора $\delta \mathbf{n}$ скрізь малі, тому багаточленний розклад справедливий також і на поверхні частинки. Невідомі коефіцієнти можна виразити через тензорні характеристики поверхні частинки та її орієнтації. Стаття [1] з'явилася майже одночасно зі статтею [12], де феноменологічно отримано потенціал взаємодії для колоїдних частинок у випадку сильного зчеплення на поверхні.

Використовувалося наближення поведінки директора самоузгодженості, де деформації пружного поля директора, створені іншими частинками, підлаштовуються під граничні умови директора, що задаються формою окремої частинки. Це було фізичне припущення, за якого результати є справедливими, та яке дає нам змогу знайти потенціал взаємодії між частинками. Математично це може бути правильним у випадку $\delta \mathbf{n} \ll 1$ далеко від поверхні частинки. Згідно зі статтями [1, 3], потенціал взаємодії між двома макроскопічними частинками, розділеними відстанню \mathbf{R} , у загальному ви-

падку можна записати таким чином:

$$U(\mathbf{R}) = -\frac{1}{8\pi} \sum_{m,m'=1,2,3} \hat{A}_m^p \hat{A}_{m'}^{p'} \sum_{\mu=1,2} \frac{1}{\sqrt{K_{\mu\mu}}} \times \left\{ \frac{Q_{m,m'}^+}{\sqrt{K_{33}R_{\perp}^2 + K_{\mu\mu}R_{\parallel}^2}} + (-1)^{\mu} \frac{Q_{m,m'}^-}{R_{\perp}^2} \frac{\left(\sqrt{K_{33}R_{\perp}^2 + K_{\mu\mu}R_{\parallel}^2} - \sqrt{K_{\mu\mu}R_{\parallel}^2} \right)^2}{\sqrt{K_{33}R_{\perp}^2 + K_{\mu\mu}R_{\parallel}^2}} \right\} \quad (6)$$

У цьому виразі компоненти R_{\parallel} та R_{\perp} вектора $\mathbf{R} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_{p'}$ направлені паралельно та перпендикулярно, відповідно, до недеформованого директора \mathbf{n}_0 ,

$$\mathbf{r}_1 = \frac{\mathbf{R}_{\perp} \times \mathbf{n}_0}{R_{\perp}}, \quad \mathbf{r}_2 = \frac{\mathbf{R}_{\perp}}{R_{\perp}}, \quad \mathbf{r}_3 = \mathbf{n}_0, \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_{\perp} = \mathbf{n}_0 \times \mathbf{R}$$

і

$$Q_{m,m'}^{(\pm)} = (\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{k}_m)(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{k}_{m'}) \pm (\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{k}_m)(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{k}_{m'}),$$

де $(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3)$ – це локальний базис, жорстко зв'язаний з кожною частинкою. Оператори \hat{A}_m^p визначаються таким чином:

$$\hat{A}_m^p = (\mathbf{k}_l \mathbf{n}_0) [\alpha_{lm} + \beta_{lms}(\mathbf{k}_s \cdot \nabla) + \gamma_{lmst}(\mathbf{k}_s \cdot \nabla)(\mathbf{k}_t \cdot \nabla)]. \quad (8)$$

Верхній індекс p означає, що в операторі \hat{A}_m^p нам потрібно зробити підставлення $\nabla = \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_p}$, яка пов'язана з точкою розташування частинки p , а

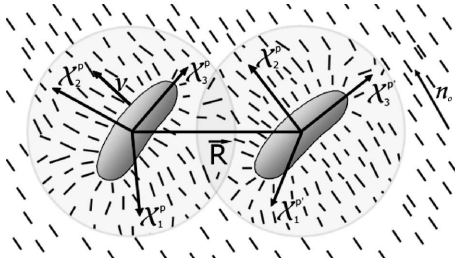


Рис. 2. Схема розташування двох макрочастинок різної форми в рідинному кристалі. На рисунку показані три головні осі частинок та деформація поля директора навколо окремої частинки

$\alpha_{lm}, \beta_{lms},$ та γ_{lmst} – це тензорні характеристики деформаційного покривного шару, які містять всю інформацію про симетрію поля директора навколо частинки. Якщо ρ – це вектор, спрямований від центру мас частинки до точки \mathbf{s} на поверхні шару, а ν – це одинична нормаль до поверхні в цій точці, то ці коефіцієнти можна представити у вигляді

$$\begin{aligned} \alpha_{kl} &= 2 \oint d\sigma W_c(\mathbf{s}) \nu_k(\mathbf{s}) \nu_l(\mathbf{s}), \\ \beta_{klm} &= 2 \oint d\sigma W_c(\mathbf{s}) \nu_k(\mathbf{s}) \nu_l(\mathbf{s}) \rho_m(\mathbf{s}), \\ \gamma_{klmn} &= \oint d\sigma W_c(\mathbf{s}) \nu_k(\mathbf{s}) \nu_l(\mathbf{s}) \rho_m(\mathbf{s}) \rho_n(\mathbf{s}). \end{aligned} \quad (9)$$

Тут інтегрування здійснюється по поверхні деформаційного шару, що визначає область, де деформація є сильною. Симетрія цих тензорів містить усі дані про порушену симетрію поля директора поблизу частинок та визначає особливості потенціалу взаємодії в дальній області. Його величини можна розглядати як варіаційні параметри для узгодження з експериментальними даними, або їх можна оцінити, порівнюючи з далекосяжною асимптотикою розв'язків.

Наприклад, розглянемо порівняння з потенціалом, представленим у статті [12]. Для цього ми розглянемо одноконстантне наближення та представимо наші результати у вигляді:

$$U(\mathbf{R}) = -\frac{1}{8\pi} \sum_{m,m'=1,2,3} \widehat{A}_m^p \widehat{A}_{m'}^{p'} \left(\frac{Q_{m,m'}^+}{R} \right). \quad (10)$$

Було показано, що $Q_{m,m'}^+ = 0$, якщо m або m' дорівнює 3, та $Q_{m,m'}^+ = \delta_{m,m'}$ для $m, m' = 1, 2$. Викор-

истовуючи це, можна записати цей вираз у формі

$$\begin{aligned} U(\mathbf{R}) &= -\frac{\alpha_{3m}\alpha_{3m}}{4\pi R} + \beta_{3ms}\beta_{3ms'}(\mathbf{k}_s \cdot \nabla)(\mathbf{k}_{s'} \cdot \nabla) \frac{1}{4\pi R} - \\ &- \gamma_{3mst}\gamma_{3mst}(\mathbf{k}_s \cdot \nabla)(\mathbf{k}_{s'} \cdot \nabla)(\mathbf{k}_t \cdot \nabla)(\mathbf{k}_{t'} \cdot \nabla) \frac{1}{4\pi R}, \end{aligned} \quad (11)$$

де проводиться підсумовування за повторюваними індексами. Після цього стає зрозумілим, що результати обох підходів збігаються та дають змогу використовувати електростатичну аналогію для пояснення багатьох фактів поведінки колоїдних частинок у рідинному кристалі. Ця формула показує, як форма та розмір частинок, введених у рідинний кристал, впливають на взаємодію, а також дає змогу простежити елементи порушеної симетрії в розподілі поля директора. Якщо відомі форма частинок, їх розмір, та значення енергії адгезії до поверхні частинок, то можна отримати величину та характер взаємодії між ними під час їх занурення в рідинний кристал.

3. Кулоноподібна пружна взаємодія

Основи теоретичного опису цих явищ були викладені в роботах [1, 2, 12, 23]. Їх основна ідея полягає в тому, що далеко від частинки відхилення директора $\delta \mathbf{n}$ від його основного стану \mathbf{n}_0 малі та задовольняють рівняння Ейлера–Лагранжа $\Delta \delta \mathbf{n} = 0$. Деформації поля директора, що створюються окремою зануреною частинкою, виникають, оскільки порушують симетрію основного стану. На невеликій відстані від частинки деформації основного стану неможливо отримати, тому що рідинні кристали є нелінійними з природною умовою $\mathbf{n}^2(\mathbf{r}) = 1$. Топологія розподілу поля директора навколо частинки залежить від сили енергії зчеплення. Відхилення від симетрії основного стану можна визначити на великій відстані. На великій відстані можна визначити всі можливі малі деформації поля директора, які враховують порушення симетрії розподілу поля директора на короткій відстані від частинки [1, 2]. Можливість виникнення монополь-монопольної взаємодії була передбачена в статтях [1, 2] та представлена в експериментальних результатах перевірки теоретичного передбачення в статтях [4, 5].

Кожна занурена частинка, завдяки своїй формі та граничній умові на поверхні, викликає деформацію основного стану \mathbf{n}_0 , яка є малою на великих відстанях: $\mathbf{n}(\mathbf{r}) = \mathbf{n}_0 + \delta \mathbf{n}(\mathbf{r})$, де $|\delta \mathbf{n}| \ll 1$ та

$\mathbf{n}_0 \cdot \delta \mathbf{n}(\mathbf{r}) = 0$. У випадку нематичних рідинних кристалів маємо лише $\delta \mathbf{n}(\mathbf{r}) = (\delta \mathbf{n}_\perp, 0)$, де нуль визначає основний стан, а у випадку скрученого рідинного кристала маємо всі компоненти.

У рівнянні Ейлера–Лагранжа ми можемо розкласти $\delta \mathbf{n}(\mathbf{r})$ у ряд

$$\delta \mathbf{n}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{q}}{r} + \frac{\mathbf{p}^\alpha \mathbf{r}_\alpha}{r^3} + \frac{\mathbf{Q}^{\alpha\beta} \mathbf{r}_\alpha \mathbf{r}_\beta}{r^5} + \dots, \quad (12)$$

де індекси α та β приймають значення x, y, z , і передбачається підсумовування за повторюваними індексами. Коефіцієнти q , p^α , та $Q^{\alpha\beta}$ називаються, відповідно, пружним монополем (зарядом) або крутним моментом, диполями та квадрупольми. Як випливає з представлення (12), відхилення директора мають далекосяжний характер. Це означає, що деформації, спричинені різними частинками, можуть перекриватися, навіть якщо частинки розташовані далеко одна від одної. Через це система не може мінімізувати свою енергію, мінімізуючи всі деформації окремо. На практиці перекриття проявляється в тому, що колоїдна частинка “відчуває” присутність інших частинок через нематичне середовище, тобто у виникненні ефективних далекосяжних пружних взаємодій між колоїдними частинками.

Ці пружні далекосяжні взаємодії в об’ємних нематичних колоїдах повністю визначаються коефіцієнтами q_μ , p_μ^α , та $Q_\mu^{\alpha\beta}$. У випадку сильного зчеплення їх необхідно визначати з асимптотичної поведінки розв’язків нелінійних рівнянь, що описують поле $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ поблизу частинки. Але коли зчеплення слабке, то $\delta \mathbf{n}$ мале, і, отже, розклад (12) можливий всюди поза частинкою. За цих обставин коефіцієнти визначаються симетрією поверхні частинки [2]. Диполі виникають у результаті порушення дзеркальної симетрії [2]. Квадрупольний момент має вертикальний та горизонтальний елементи симетрії та зберігає симетрію основного стану. Деформаційний заряд виникає в результаті порушення будь-якої симетрії основного стану.

Ще досі вважається, що сама колоїдна частинка, незважаючи на її симетрію, ніколи не створює пружних монополів, оскільки це порушує умову механічної рівноваги. Єдиний спосіб отримати деформації поля директора, що спадають як r^{-1} – це прикласти зовнішній крутний момент $\mathbf{\Gamma}_{\text{ext}}$ до колоїду [26]. Використання електростатичної аналогії

допомагає лише зрозуміти можливу форму енергії взаємодії, але не є справедливим у загальному випадку [5]. Було показано, що це твердження не зовсім коректне, і пружні монополі, а також диполі та квадруполі, можуть бути індуковані лише самою частинкою як без, так і за наявності зовнішнього впливу.

3.1. Взаємодія між еліпсоїдальними частинками

У цьому підході також досліджувалася взаємодія між двома еліпсоїдальними частинками в однорідно орієнтованому нематичному рідинному кристалі. Також була отримана точна аналітична формула для кулонівського потенціалу взаємодії на великих відстанях між двома еліпсоїдами з довільним ненульовим ексцентриситетом та різною орієнтацією довгої еліпсоїдальної осі у випадку слабого зчеплення. Остаточний вираз для кулонівської пружної взаємодії між двома довільно орієнтованими еліпсоїдальними частинками зі слабким зчепленням може бути представлений у вигляді

$$U^{[CC]} = -\frac{W_1 W_2}{8\pi K R} \cos(\psi_1 - \psi_2) \sin 2\theta_1 \times \\ \times \sin 2\theta_2 F(b_1, \varepsilon_1) F(b_2, \varepsilon_2), \quad (13)$$

де

$$F(b, \varepsilon) = \pi b^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2} \left\{ \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}{\varepsilon^2} (2\varepsilon^2 - 3) + \right. \\ \left. + \frac{\arcsin \varepsilon}{\varepsilon^3} (3 - 4\varepsilon^4) \right\} \quad (14)$$

для полярного, θ , та азимутального, ψ , кутів орієнтації у сферичній системі координат та ексцентриситету ε . Це – точна формула для випадку слабого зчеплення, коли поле директора не має дефектів поблизу еліпсоїдів. Загальна оцінка показує, що топологічні дефекти не з’являються для сил зчеплення $Wb/K \leq 1$, де b – характерна довжина частинки (у нашому випадку це – довга вісь). Наведена вище формула показує, що кулонівська взаємодія існує лише тоді, коли $\theta_1, \theta_2 \neq 0, \pi/2$, тобто коли частинки не є ні паралельними, ні перпендикулярними, а нахилені відносно поля директора. А саме, лише у випадку нахилу локальна симетрія порушується у двох площинах (одній горизонтальній та одній вертикальній), а також на частинку

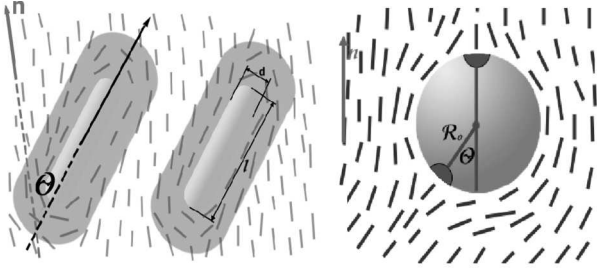


Рис. 3. Ілюстрація зміни енергії двох нахилених циліндрів у рідинному кристалі коли відстань між ними зменшується. Область деформації директора, а отже і пружна енергія, зменшуються через зближення нахилених циліндрів. Це викликає притягання, і сила притягання залежить від кута нахилу

діє ненульовий крутний момент з боку нематика. Потенціал взаємодії $U^{[CC]}$ має такий набір основних властивостей:

1) частинки з однаковим знаком зчеплення та з однаковою похилою орієнтацією ($|\psi_1 - \psi_2| < \pi/2$) притягуються одна до одної згідно з законом Кулона;

2) частинки з різним знаком зчеплення (один – планарний, інший – гомеотропний) та з однаковою похилою орієнтацією ($|\psi_1 - \psi_2| < \pi/2$) відштовхуються одна від одної згідно з законом Кулона;

3) частинки з однаковим знаком зчеплення та протилежною похилою орієнтацією ($|\psi_1 - \psi_2| > \pi/2$) відштовхуються одна від одної за законом Кулона;

4) кулонівська взаємодія прямує до нуля як четвертий степінь ексцентриситету, $U_{\epsilon \rightarrow 0}^{[CC]} \propto \epsilon^4$.

Виникнення деформаційної кулонівської взаємодії було перевірено на прикладі витягнутих магнітних частинок під дією зміни зовнішнього магнітного поля, що змінювало рівноважну орієнтацію цих частинок. Теоретично, кулонівська взаємодія була передбачена навіть для сферичних частинок з несиметрично розміщеними областями з іншою енергією адгезії молекул рідинного кристала до поверхні зануреної частинки (див. рис. 3).

3.2. Експериментальне підтвердження деформаційної кулонівської взаємодії

У цій частині коротко описано експеримент, де вперше безпосередньо спостерігалася кулонівська взаємодія між двома монополями, створена спе-

ціальною граничною умовою на поверхні зразка [5]. Це дало змогу теоретично дослідити пружні взаємодії між частинкою та різними деформаціями поля директора, які також можуть створювати зовнішній вплив. Цю задачу ми розглянули за допомогою загальних міркувань щодо порушення різних елементів симетрії поля директора поблизу частинок, що викликано як формою частинок, так і силою зчеплення на їх поверхні. В окремому випадку може бути отримана кулонівська взаємодія, яку можна спостерігати експериментально.

Загальновідомо, що нематика, на відміну від ізотропних рідин, передають крутні моменти. Як було показано в роботі [26], крутний момент Γ , що діє на НРК, можна записати у такому вигляді:

$$\Gamma = \left[\mathbf{n} \times \frac{\delta F}{\delta \mathbf{n}} \right], \quad (15)$$

де F – вільна енергія нематика. Оскільки деформації директора мають енергію

$$F_{\text{def}} = \frac{K}{2} \int dV [(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + (\nabla \times \mathbf{n})^2], \quad (16)$$

вони пов'язані з деяким крутним моментом Γ_{def} . Але лише монополі роблять ненульовий внесок у Γ_{def} ,

$$\Gamma_{\text{def}} = \left[\mathbf{n} \times \frac{\delta F_{\text{def}}}{\delta \mathbf{n}} \right] = 4\pi K \mathbf{q}^T, \quad (17)$$

де $\mathbf{q}^T = (q_y, q_x, 0)$ та $\Gamma_z^{\text{def}} = 0$, оскільки обертання навколо \mathbf{n}_0 не змінює F_{def} . Деформації, що зменшуються швидше, ніж r^{-1} , не пов'язані з жодним крутним моментом. У свою чергу, Γ_{def} можна розглядати як крутний момент, який потрібно прикласти до нематика, щоб індукувати там пружні монополі q_x та q_y . Тепер припустимо, що у нас є частинка, занурена в деякий об'ємний зразок НРК, і на неї не діють жодні зовнішні крутні моменти, тобто $\Gamma_{\text{ext}} = 0$. Якщо існують пружні монополі, частинка “відчуватиме” крутний момент $-\Gamma_{\text{def}}$ і за цих обставин ($\Gamma_{\text{ext}} = 0$) постійно обертатиметься. Очевидно, що це не фізична ситуація. Тому нам доводиться стверджувати, що єдиним джерелом пружних монополів є зовнішній крутний момент, що діє на частинку, $\Gamma_{\text{ext}} = -\Gamma_{\text{def}}$.

Але суть у тому, що енергія колоїдної системи не вичерпується лише об'ємними деформаціями. Вона також містить енергію взаємодії нематика з поверхнею частинки. Цю енергію можна записати у

формі Рапіні–Папуляра

$$F_{\text{surface}} = \oint dS W(\mathbf{s}) [\boldsymbol{\nu}(\mathbf{s}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{s})]^2, \quad (18)$$

де $W(\mathbf{s})$ – сила зчеплення. Як зазначалося вище, у випадку слабкого зчеплення $\mathbf{n} = \mathbf{n}_0 + \delta\mathbf{n}$, де $\delta\mathbf{n} \ll \ll 1$ скрізь, а поверхнева енергія породжує крутний момент

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_{\text{surface}} &= \left[\mathbf{n} \times \frac{\delta F_{\text{surface}}}{\delta \mathbf{n}} \right] \approx \\ &\approx 2 \oint dS W(\boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{n}_0) [\mathbf{n}_0 \times \boldsymbol{\nu}]. \end{aligned} \quad (19)$$

Якщо частинка порушила “горизонтальну” (тобто перпендикулярно до \mathbf{n}_0) і принаймні одну з “вертикальних” площин симетрії, інтеграл (19) може бути ненульовим. У рівновазі загальний крутний момент, що діє на систему: частинка + РК має дорівнювати нулю,

$$\mathbf{\Gamma}_{\text{total}} = \mathbf{\Gamma}_{\text{ext}} + \mathbf{\Gamma}_{\text{def}} + \mathbf{\Gamma}_{\text{surface}} = 0. \quad (20)$$

Отже, в загальному випадку q_μ створюються як зовнішнім крутним моментом, так і самою частинкою,

$$\mathbf{q}^T = -\frac{\mathbf{\Gamma}_{\text{ext}} + \mathbf{\Gamma}_{\text{surface}}}{4\pi K}. \quad (21)$$

Ми також можемо розглянути це питання з іншої точки зору. З погляду математики, вираз (17) отримується з теореми про дивергенцію. Дійсно, об’ємний інтеграл від $\frac{\delta F}{\delta \mathbf{n}}$ можна перетворити на деякий інтеграл по замкнутій поверхні Σ . Це означає, що крутні моменти, що діють на об’єм нематика, повинні бути збалансовані поверхневими крутними моментами [26]. Якщо ми маємо справу з об’ємним нематиком, Σ можна вибрати коли $r \rightarrow \infty$, і ми приходимо до виразу (17), тобто крутні моменти, пов’язані з монополями, можуть бути збалансовані лише зовнішніми факторами. Але в колоїдній системі ми маємо дещо іншу ситуацію. Окрім Σ , є поверхня частинки. І цю реальну поверхню не можна ігнорувати в теоремі про дивергенцію, що приводить нас до виразу (21). Цей факт є простою ілюстрацією різниці між електростатикою та нематостатикою. Якщо електричний заряд (монополю) є реальним фізичним точковим об’єктом, то пружний монополю є певною мірою штучним об’єктом. Мультипольний розклад в нематостатиці – це лише спосіб опису деформацій поля

директора через точкові джерела. Хоча насправді ці деформації створюються реальною поверхнею частинок.

Загалом, взаємодія частинка-частинка складається з усіх внесків від перекриттів деформацій поля директора, які викликані поверхневим зчепленням частинок та межами підкладки. У цьому дослідженні спостерігався рух пар частинок, що дипольно взаємодіють на пласкій межі двох різних областей. Одна область мала невелику структуру скручення через різну орієнтацію директора на стінках клітини. Ця область межувала з іншою, де було чисте гомеотропне вирівнювання. Колоїдні частинки з дипольною конфігурацією спочатку рухалися до межі розділу між двома областями, а потім наближались одна до одної з різною швидкістю, причому швидкість взаємного руху була більшою на більших відстанях. Теоретично це можна було б узгодити, прийнявши гіпотезу про виникнення кулонівської взаємодії через порушення симетрії в розподілі директора, що виникає в різних поверхневих точках. Тобто створюються зовнішні умови для індукування крутного моменту. Механічна рівновага не порушується. Експериментальні результати демонструють перший доказ наявності кулонівських взаємодій на великих відстанях між окремими колоїдними частинками в пружних середовищах.

У статті [27] теоретично та експериментально було продемонстровано, що деформаційні пружні заряди (монополі), а також диполі та квадруполі, можуть бути індуковані через анізотропні граничні умови. Повідомлялося про перше пряме спостереження кулонівських пружних взаємодій між колоїдними частинками в нематичному рідинному кристалі. Експериментально досліджено поведінку двох сферичних колоїдних частинок з асиметричними умовами зчеплення, індукованими асиметричним вирівнюванням; спостерігалася взаємодія двох частинок, розташованих на межі областей скручування та паралельного вирівнювання. Було продемонстровано, що такі частинки створюють деформаційні пружні заряди та взаємодіють за допомогою кулонівських взаємодій.

3.3. Екранування пружної взаємодії

Теоретичний підхід до взаємодії макрочастинок через деформацію поля директора [3] виявив, що

викривлення поля директора, індуковане багатьма частинками, приводить до екранування парного потенціалу пружної взаємодії. Це екранування сильно залежить від форми занурених частинок: воно існує для анізотропних частинок і відсутнє для сферичних. Ці результати справедливі як для гомеотропного, так і для планарного зчеплення на поверхні частинки, а також для різних констант Франка.

Ефективний “заряд” в екранованому кулонівському притяганні значною мірою залежить від кута між циліндричними зернами та директором. Цей кут дорівнює нулю в рівноважних станах, коли зерна лежать паралельно або перпендикулярно до директора у випадку планарного або гомеотропного зчеплення. Зовнішнє магнітне поле, яке не паралельне початковій орієнтації магнітних зерен, виводить їх з рівноважного стану та утворює похилий кут між зернами та директором, так що виникає ефективний “заряд”. Якщо циліндри утворюють кут з директором, між ними виникає екрановане кулонівське притягання у формі Юкави, що може привести до нетривіальних наслідків. Було показано, що саме цей потенціал відповідає за “стільникову” текстуру у феронематику, яку спостерігали Чень та Амер [28]. Також було показано, що екранування не завжди має експоненціальну залежність, а може бути тригонометричним за певних умов. Це може бути лише за наявності зовнішнього поля, коли кут між зернами та директором перевищує критичний поріг.

В одноконстантному наближенні, $K_{\mu\mu} = K_{33} = K$, цей потенціал стає залежним лише від відстані між зернами,

$$U_{pp'} = -\frac{Q_{l,l'}^+}{4\pi K} \widehat{A}_l^p \widehat{A}_{l'}^{p'} \left[\frac{\exp(-\xi |\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_{p'}|)}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_{p'}|} \right], \quad (22)$$

де

$$\xi^{-1}(\theta) = \sqrt{\frac{K}{ca(\theta)}}. \quad (23)$$

Чітко видно, що колективні спотворення директора приводять до екранування потенціалу парної взаємодії з довжиною екранування $\xi^{-1} \approx \sqrt{K/(WcS)}$ (тут ми маємо на увазі, що W – це абсолютне значення, тобто не залежить від знака), де S – площа поверхні частинки. Для сферичної частинки з радіусом R , $S = 4\pi R^2$. Це екранування відбувається як для гомеотропного, так і

для планарного зчеплення. Концентрація тут враховується лише в оберненій довжині екранування ξ , так що в граничному випадку $c \rightarrow 0$ маємо $\xi = 0$, що повертає нас до неекранованого результату [1], який еквівалентний результату [30] для випадку асиметричних циліндрів. Всі ці міркування справедливі лише тоді, коли $\xi^{-1} \gg \langle l \rangle$, де $\langle l \rangle = 1/\sqrt[3]{c}$ – це середня відстань між частинками.

4. Поведінка колоїдної частинки в деформованому полі директора

Далі розглянемо поведінку частинок у викривленому полі директора. Ми припускаємо, що поле директора не є однорідним через глобальні граничні умови, і що довжина деформації поля директора набагато більша за розмір частинок. У цьому випадку ми маємо справу лише з вільною енергією частинки у викривленому полі директора, і ця енергія може змінюватися від точки до точки в області деформації. Частинка повинна рухатися до просторових точок з мінімумом вільної енергії.

Оскільки глобальний масштаб деформацій великий, ми можемо виразити директор на поверхні $\mathbf{n}(\mathbf{s})$ через директор у центрі мас деформаційного шару,

$$\mathbf{n}(\mathbf{s}) = \mathbf{n}_0 + (\rho\nabla)\mathbf{n}_0 + \frac{1}{2}(\rho\nabla)^2\mathbf{n}_0,$$

де ρ – вектор від центру мас до точки \mathbf{s} , а \mathbf{n}_0 – локальне поле директора, яке мало би бути в центрі. Тоді енергію зчеплення можна записати у вигляді

$$F_s = F_0 + F_d + F_q,$$

де

$$F_s = F_0 + F_d + F_q,$$

$$F_0 = \oint d\sigma W_c(\mathbf{s})(\nu \cdot \mathbf{n}_0)^2,$$

$$F_d = 2 \oint d\sigma W_c(\mathbf{s})(\nu \cdot \mathbf{n}_0)(\rho\nabla)(\nu \cdot \mathbf{n}_0),$$

$$F_q = \oint d\sigma W_c(\mathbf{s})[(\nu \cdot \mathbf{n}_0)(\rho\nabla)^2(\nu \cdot \mathbf{n}_0) + ((\rho\nabla)(\nu \cdot \mathbf{n}_0))^2].$$

Доданок F_0 відповідає за орієнтацію частинки відносно директора, тоді як другий та третій доданки описують поведінку всієї частинки, зумовлену неоднорідним розподілом поля директора. Усі значення скалярів можуть бути представлені в базисі $(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3)$ як $\nu \cdot \mathbf{n}_0 = (\nu \mathbf{k}_i)(\mathbf{n}_0 \mathbf{k}_i) = \nu_i n_i$ та

$(\rho \nabla) = \rho_s (\mathbf{k}_s \nabla) = \rho_s \partial_s$. Тоді вільна енергія зчеплення має вигляд

$$F = \alpha_{ij} n_i n_j + \beta_{l\mu s} n_l \partial_s n_\mu + \gamma_{lmst} \partial_s (n_l \partial_t n_\mu). \quad (24)$$

Це – загальні вирази, що описують рух частинок у викривленому полі директора. Коефіцієнти α_{ij}, β_{ijk} та γ_{ijklm} характеризують форму частинки та граничну умову на поверхні цієї частинки. Компоненти n_i описують розподіл поля директора там, де розташована ця частинка. Частинка рухатиметься таким чином, щоб мінімізувати енергію зчеплення. Перший доданок описує поведінку частинки з порушенням симетрії у викривленому полі директора, другий – поведінку частинки з дипольною симетрією, а останній – поведінку частинки з квадрупольною симетрією в криволінійному полі директора. Якщо частинка має азимутальну симетрію, то ненульові компоненти β дорівнюють $\beta_{311} = \beta_{322}$, і вільна енергія приймає вигляд

$$F_d = \beta_{311} n_3 (\partial_1 n_1 + \partial_2 n_2) = -4\pi K p_z n_z \operatorname{div} \mathbf{n}. \quad (25)$$

що збігається з результатом роботи [12] і вказує на те, що диполі збираються в місцях з високими деформаціями розтягування. Це підтверджено експериментально: малі краплі води збираються в центрі великої нематичної краплі з гомеотропним зчепленням на поверхні (поблизу радіального їжка) та об'єднуються поблизу поверхневих буджувів, коли глобальні умови планарні [10].

Доданок F_q для квадрупольних частинок з азимутальною симетрією має вигляд

$$F_q = \gamma_{1313} (\mathbf{n} \nabla) \operatorname{div} \mathbf{n}. \quad (26)$$

Ми бачимо, що частинки, які не мають дипольного моменту (наприклад, малі сферичні частинки, для яких $WR/K \ll 1$), рухаються по-різному залежно від знака сили зчеплення. Для планарного зчеплення $W > 0$ та $\gamma_{1313} > 0$, для гомеотропного зчеплення $\gamma_{1313} < 0$, так що частинки з планарним зчепленням рухаються до місць з високим розтягуванням, а частинки з гомеотропним зчепленням відштовхуються від областей з високим розтягуванням. Ми бачимо, що, хоча знак зчеплення не впливає на міжчастинкову квадруполь-квадрупольну взаємодію, він відіграє вирішальну роль у поведінці частинок у викривленому полі директора.

У наступному підрозділі описується можлива поведінка частинок різної форми в деформаційному полі директора, яка може виникати в різних зразках рідинного кристала. Викривлене поле директора може виникати в результаті граничної умови як зовнішнього впливу. У цьому підході можна описати можливу взаємодію між різними частинками та різними областями деформації розподілу пружного поля директора. Далі можна розглянути взаємодію колоїдної частинки з можливою та добре відомою деформацією поля директора.

4.1. Частинки в краплі рідинного кристала

У цьому підрозділі ми розглянемо рух власної частинки в експерименті Пулена [9, 10] з краплями води у краплі рідинного кристала. У цьому випадку ми всюди маємо конфігурацію поля директора з радіальним топологічним дефектом у центрі. У сферичній системі координат цей розподіл може мати вигляд $n_r = 1, n_\theta = 0, n_\varphi = 0$. У цьому випадку ми маємо лише деформацію скосу, коли $\operatorname{div} \mathbf{n} = \frac{2}{r}$, і вільна енергія може бути представлена у вигляді $F_d = -4\pi K p_r n_r \operatorname{div} \mathbf{n}$. Кожна частинка з дипольним моментом p_r взаємодітиме з радіальним розподілом поля директора, і вільна енергія набуде вигляду $F_d = -4\pi K p_r \frac{2}{r}$. Слід зазначити, що взаємодія між частинкою та деформацією скосу залежить від знаку дипольного моменту.

Якщо ми визначимо знак дипольного моменту як напрямок між позитивним топологічним зарядом (дефект типу “їжак”) та негативним топологічним дефектом (радіальним), ми отримаємо, що частинка з позитивним дипольним моментом буде притягуватися до центру краплі, а в протилежному випадку вона буде відштовхуватися від центру. У першому випадку ми маємо конфігурацію, коли дефект типу “їжак” у центрі повинен відстежувати рух частинки до центру за кулонівським законом. У цьому випадку частинка рухається до центру краплі рідинного кристала до того моменту, доки не зупиниться в центрі. Негативний топологічний дефект у центрі знищить дефект типу “їжак”, і існуватиме лише радіальний дефект. Якщо частинка має не дипольний, а лише квадрупольний момент, ми можемо отримати вільну енергію у вигляді $F_q = -\gamma_{rrrr} \frac{2}{r^2}$.

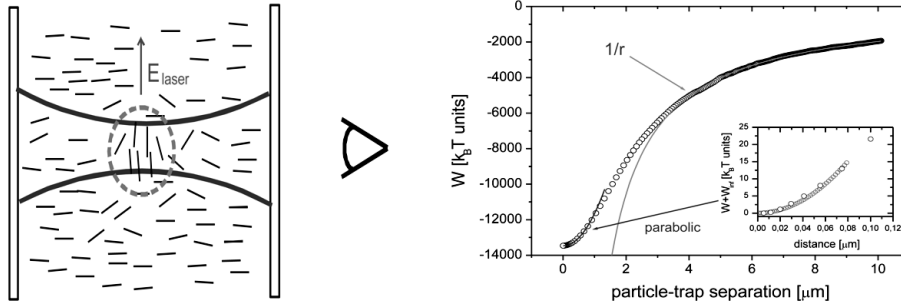


Рис. 4. Схема експерименту та результат спостереження кулонівської взаємодії окремої колоїдної частинки з областю деформації, створеною лазерним опроміненням

Для частинки з квадрупольною конфігурацією поля директора повинна виникати притягувальна взаємодія з радіальним розподілом поля директора в краплі рідинного кристала. У випадку зонної деформації після обертання поля директора в кожній точці на $\frac{\pi}{3}$ навколо вертикальної осі у випадку радіального їжака ми можемо отримати кругового їжака. У цьому випадку існує ненульова дипольна компонента p_φ та розподіл поля директора у вигляді $n_\theta = 1, n_r = n_\varphi = 0$. Для цього розподілу поля директора ми маємо $\text{rot}_\varphi \mathbf{n} = \frac{1}{r}$ і можемо отримати енергетичну взаємодію між частинкою та круговим їжаком у вигляді $F_d = -4\pi K p_\varphi \frac{1}{r}$. У цьому випадку ми також маємо кулонівську притягувальну взаємодію між частинкою та круговим їжаком.

4.2. Взаємодія частинки з лінією дисклінації

Нехай ми маємо частинку в комірці, де є лінія дисклінації, і ця лінія орієнтована вздовж осі z . У цьому випадку легко використовувати циліндричну систему координат. У цій системі координат ми можемо прийняти розподіл поля директора у вигляді $n_\rho = 1, n_z = n_\varphi = 0$. Для ліній дисклінації існує лише деформація скосу, і можна отримати, що $\text{div } \mathbf{n} = \frac{1}{\rho}$. Тож ми отримуємо вільну енергію частинки в цьому деформаційному полі директора у вигляді $F_d = -4\pi K p_\rho \frac{1}{r}$.

Зазначимо, що взаємодія між частинкою та деформацією поля директора, яка створює лінії дисклінації, має кулонівський характер у площині, перпендикулярній до цієї лінії. Ця кулонівська взаємодія між частинкою та лінією дисклінації спостерігалася експериментально [29]. Характер вза-

ємодії залежить від знака дипольного моменту. Якщо частинка не має дипольного моменту, а має лише квадрупольний, ми можемо отримати вільну енергію взаємодії між частинкою та лінією дисклінації у вигляді $F_q = -\gamma_{q\varrho\varrho\rho} \frac{1}{\varrho^2}$. Ця взаємодія залежить від знака сили зчеплення [29].

4.3. Частинка в лазерному промені

Було проведено експеримент [25], де окрема частинка взаємодіяла з областю деформованого поля директора. Область деформації знаходилася у фокусі лазерного світла, що падав на рідинний кристал (рис. 4). Ця область була розташована на деякій відстані від частинки. Маючи зафіксовану залежність відстані між частинкою та лазерним фокусом від часу, можна відновити ефективний потенціал пружної пари, що діє на частинку. Використовуючи силу Стокса $F = 6\pi R_{\text{eff}} \eta \partial r / \partial t$, ми можемо розрахувати силу між “примарною” зоною деформації та частинкою. Нарешті, інтегруючи силу за відстанню між ними, ми можемо отримати потенціал взаємодії. Аналіз взаємодії як функції відстані між лазерним фокусом та частинкою показує, що на великій відстані взаємодія пропорційна $1/r$, як і у кулонівському випадку.

У реальному експерименті ми маємо тривимірний розподіл поля директора, який у циліндричній системі координат може приймати вигляд $n_z = \cos \theta, n_\rho = \sin \theta$, та $n_\varphi = 0$, де θ – кут між директором та віссю z . У циліндричній системі координат в експериментальній конфігурації маємо

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{n} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial (\varrho n_\varrho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial n_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial n_z}{\partial z} = \\ &= \frac{\sin \theta}{\varrho} + \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial \varrho} - \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial z}, \end{aligned}$$

тож можемо записати вільну енергію частинки лише з p_z -компонентою дипольного моменту в криволинній полі директора з деформацією розтягування у вигляді

$$F_d^{\text{splay}} = -2\pi K p_z \frac{1}{\rho} \sin 2\theta, \quad (27)$$

якщо $\theta = \text{const}$. Якщо кут θ малий, вільна енергія має просту форму $F_d^{\text{splay}} = -4\pi K p_z \frac{1}{\rho} \theta$, і повинно мати місце кулонівське притягання частинки до області деформації.

Для описаної вище деформації, індукованої лазерним променем, ми зазвичай маємо деформацію згину. Для деформації згину вільна енергія дорівнює

$$F_d^{\text{band}} = -4\pi K p_z [\mathbf{n} \times \text{rot } \mathbf{n}]_z = -4\pi K p_z \theta \frac{\partial \theta}{\partial z}.$$

Квадрупольна частина вільної енергії у випадку деформації згину може мати вигляд $F_q^{\text{band}} = -\gamma_{z\rho z\rho} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho \partial z}$, і ця енергія може мати різний знак по різні боки області деформації. Квадрупольна частина вільної енергії на деформації згину дуже мала, оскільки $F_q^{\text{splay}} = -\gamma_{\rho\rho\rho\rho} \frac{\theta^2}{\rho^2}$. Якщо у нас є несиметрична частинка, тобто $\beta_{123} \neq 0$, то існує додаткова частина вільної енергії

$$F_d^{\text{twist}} = -\beta_{123} \mathbf{n} \cdot \text{rot } \mathbf{n} = -\beta_{123} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi},$$

яка описує взаємодію між несиметричною частинкою та областю деформації скручування, створеної лазерним променем. У будь-якому випадку частинка рухатиметься таким чином, щоб мінімізувати енергію деформації. Нам все ще доводиться припустити, що на коротких відстанях релаксація директора матиме інший тип.

5. Висновки

У цій статті описано теоретичний підхід до визначення можливої взаємодії макроскопічних частинок різної форми в нематичних рідинних кристалах. Показано, що порушення симетрії в розподілі пружного поля директора, створеного поверхнею окремої частинки, індукує відповідний тип взаємодії. Коли всі елементи симетрії основного стану розподілу директора порушуються, виникає далекосяжна кулонівська взаємодія. Також враховуються ефекти колективного екранування, які є важливими для реальних колоїдних систем. Встановлено, що форма частинок має значний вплив

на ефекти екранування як для гомеотропного, так і для планарного зчеплення. Для сферичних частинок ефект екранування відсутній. Анізотропні частинки (наприклад, циліндри) з магнітним або електричним моментом, під впливом похилого зовнішнього магнітного або електричного поля, викликають деформацію в розподілі поля директора залежно від зчеплення, концентрації та величини зовнішнього поля. Колективні ефекти в легованих нематичних рідинних кристалах сильно залежать від міцності зчеплення, форми частинок, концентрації та величини зовнішнього поля. Це робить леговані рідинні кристали чудовим середовищем для подальших експериментальних та теоретичних досліджень різних структур, що виникають під дією деформацій пружного поля директора.

Внесок П.М. Томчука у розвиток описаної теорії рідиннокристалічних колоїдів є дуже значним і важливим. Після отриманих результатів стало зрозуміло, що величина та характер взаємодії між колоїдними частинками, зумовлені деформацією пружного поля директора, значно перевищують теплову енергію та мають вирішальне значення для створення структур у системі колоїдних частинок. Завдяки описаному підходу ми змогли згодом виявити та пояснити багато нетривіальних та цікавих ефектів поведінки колоїдних частинок у таких пружних середовищах.

1. B.I. Lev, P.M. Tomchuk. Interaction of foreign macrodroplets in a nematic liquid crystal and induced supermolecular structures. *Phys. Rev. E* **59**, 591 (1999).
2. B.I. Lev, S.B. Chernyshuk, P.M. Tomchuk, H. Yokoyama. Symmetry breacing and interaction of colloidal particles in nematic liquid crystals. *Phys. Rev. E* **65**, 021709 (2002).
3. S.B. Chernyshuk, B.I. Lev, H. Yokoyama. Collective effects in doped nematic liquid crystals. *J. Exp. Theor. Phys.* **93**, 760 (2001).
4. B.I. Lev. The ground state and the character of the interaction between colloidal particles in a liquid crystal. arXiv:1311.1878v1 [cond-mat.soft] 8 Nov 2013.
5. B.I. Lev, S.B. Chernyshuk, O.M. Tovkach. Elastic monopoles and external torques in nematic liquid crystal colloids. arXiv:1311.4593v1 [cond-mat.soft] 19 Nov 2013.
6. V. Nazarenko, A. Nych, B. Lev. Crystal structure in nematic emulsion. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 075504 (2001).
7. I.I. Smalyukh, S. Chernyshuk, B.I. Lev, A.B. Nych, U. Ognysta, V.G. Nazarenko, O.D. Lavrentovich. Ordered droplet structures at the liquid crystal surface and elastic capillary colloidal interactions. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 117801 (2004).

8. I. Mušević, M. Škarabot, U. Tkalec, M. Ravnik, S. Žumer. Two-dimensional nematic colloidal crystals self-assembled by topological defects. *Science* **313**, 954 (2006).
9. P. Poulin, H. Stark, T.C. Lubensky, D.A. Weitz. Novel colloidal interactions in anisotropic fluids. *Science* **275**, 1770 (1997).
10. P. Poulin, D.A. Weitz. Inverted and multiple nematic emulsions. *Phys. Rev. E* **57**, 626 (1998).
11. J. Loudet, P. Barois, P. Poulin. Colloidal ordering from phase separation in a liquid-crystalline continuous phase. *Nature* **407**, 611 (2000).
12. T.C. Lubensky, D. Petey, N. Currier, H. Stark. Topological defects and interactions in nematic emulsions. *Phys. Rev. E* **57**, 610 (1998).
13. H. Stark. Director field configurations around a spherical particle in a nematic liquid crystal. *Eur. Phys. J. B* **10**, 311 (1999).
14. E.D. Belockii, B.I. Lev, P.M. Tomchuk. *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **31**, 573 (1980).
15. P.G. de Gennes, J. Prost. *The Physics of Liquid Crystals* (Clarendon Press, 1993).
16. F. Brochard, P.G. De Gennes. Theory of magnetic suspensions in liquid crystals. *J. Phys.* **31**, 691 (1970) (Paris).
17. I.I. Smalyukh, O.D. Lavrentovich, A.N. Kuzmin, A.V. Kachynski, P.N. Prasad. Elasticity-mediated self-organization and colloidal interactions of solid spheres with tangential anchoring in a nematic liquid crystal. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 157801 (2005).
18. I.I. Smalyukh, A.N. Kuzmin, A.V. Kachynski, P.N. Prasad, O.D. Lavrentovich. *Appl. Phys. Lett.* **86**, 021913 (2005).
19. J. Kotar, M. Vilfan, N. Osterman, D. Babič, M. Čopič, I. Poberaj. Interparticle potential and drag coefficient in nematic colloids. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 207801 (2006).
20. M. Škarabot, M. Ravnik, S. Žumer, U. Tkalec, I. Poberaj, D. Babič, N. Osterman, I. Mušević. Interactions of quadrupolar nematic colloids. *Phys. Rev. E* **77**, 031705 (2008).
21. M. Škarabot, M. Ravnik, S. Žumer, U. Tkalec, I. Poberaj, D. Babič, N. Osterman, I. Mušević. Two-dimensional dipolar nematic colloidal crystals. *Phys. Rev. E* **76**, 051406 (2007).
22. U. Ognysta, A. Nych, V. Nazarenko, I. Mušević, M. Škarabot, M. Ravnik, S. Žumer, I. Poberaj, D. Babič. 2D interactions and binary crystals of dipolar and quadrupolar nematic colloids. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 217803 (2007).
23. S. Ramaswamy, R. Nityananda, V.A. Gaghunathan, J. Prost. Power-law forces between particles in a nematic. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **288**, 175 (1996).
24. A. Nych, U. Ognysta, M. Skarabot, M. Ravnik, S. Zumer, I. Musevic. Assembly and control of 3D nematic dipolar colloidal crystals. *Nature Commun.* **4**, 1489 (2013).
25. B. Lev, A. Nych, U. Ognysta, S.B. Chernyshuk, V. Nazarenko, M.M. Skarabot, I. Poberaj, D. Babich, N. Osterman, I. Musevic. Anisotropic laser trapping in nematic colloidal dispersion. *Eur. Phys. J. E* **20**, 215 (2006).
26. P.G. de Gennes, J. Prost. *The Physics of Liquid Crystals* (Clarendon Press, 1993).
27. Beom-Kyu Lee, Sung-Jo Kim, Jong-Hyun Kim, Bohdan Lev. Coulomb-like elastic interaction induced by symmetry breaking in nematic liquid crystal colloids. *Scientific Reports* **7**, 15916 (2017).
28. S.H. Chen, N.M. Amer. Cellular structures in ferronematics. *Phys. Rev. Lett.* **51**, 2298 (1983).
29. D. Pires, J-B. Fleury, Y. Galerne. Colloid particles in the interaction field of a disclination line in a nematic phase. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 247801 (2007).
30. S.L. Lopatnikov, V.A. Namiot. Interaction of macromolecules injected it to liquid crystal. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **75**, 361 (1978).

Одержано 04.06.25.

Переклад на українську мову О. Войтенка

B. Lev

COULOMB-LIKE ELASTIC INTERACTION IN LIQUID CRYSTAL COLLOIDS

This article is dedicated to the memory of my teacher P.M. Tomchuk and contains a review of his important results in one of the many areas of theoretical physics in which new solutions and approaches have been proposed, namely, in the theory of liquid crystal colloids. A theoretical approach to the description of long-range elastic interaction between particles immersed in a liquid crystal is proposed. It is shown that the nature of the interaction between particles is dictated by the symmetry breaking in the distribution of the elastic director field around each particle. The symmetry breaking is caused by deformations of the director field by the surface of the particle introduced into the liquid crystal. In cases where the particles induce a deformation with a non-zero torque moment, the Coulomb-like interaction between them is predicted. In addition, it is determined that the Coulomb interaction occurs in the cases of interaction of a particle with a deformation region characterized by a specific distribution of the elastic field. The paper presents experimental data confirming the theoretical predictions of the Coulomb-like interaction of immersed macroscopic particles in a liquid crystal.

Keywords: liquid crystal colloids, Coulomb-like interaction, soft matter, elastic interaction.