

Н. КАЛЖІГІТОВ,¹ С. АМАНГЕЛЬДІНОВА,¹ В.С. ВАСИЛЕВСЬКИЙ²¹ Казахський національний університет імені Аль-Фарабі

(Просп. Аль-Фарабі, 71, Алмати 050040, Казахстан; e-mail: nkurto1@gmail.com)

² Інститут теоретичної фізики ім. М.М. Боголобова НАН України

(Вул. Метрологічна, 14-б, Київ 03143)

**СТРУКТУРА ГІПЕРЯДРА ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ В РАМКАХ
МІКРОСКОПІЧНОЇ ТРИКЛАСТЕРНОЇ МОДЕЛІ**

УДК 539.1

Зв'язані та резонансні стани гіперядра ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ досліджуються в рамках трикластерної моделі. Це ядро розглядається як трикластерна структура, що складається з ${}^4\text{He}$, дейтрона та лямбда-гіперона. Вибрана трикластерна конфігурація дозволяє нам точніше описати структуру гіперядра ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ та динаміку різних процесів, які включають взаємодію найлегших ядер та гіперядер. Головною метою даних досліджень є знаходження резонансних станів у трикластерному континуумі ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ та визначення їхньої природи. У діапазоні енергій на 2 МеВ вище трикластерного порога системи ${}^4\text{He} + d + \Lambda$ виявлено низку вузьких резонансних станів.

Ключові слова: кластерна модель, резонансні стани, трикластерна модель, гіперядра.

1. Вступ

Фізика гіперядерних систем має відносно довгу та цікаву історію. Основні етапи цієї історії детально обговорюються в посиланнях [1, 2]. У світі існує велика кількість експериментальних лабораторій, які намагаються отримати нову інформацію щодо структури гіперядер та їх особливостей. Географія цих лабораторій та основні експериментальні методи, які вони використовували для виявлення особливостей гіперядер, детально представлені в нещодавно опублікованому огляді [3]. Основні характеристики легких гіперядер зібрані в спеціалізованій базі даних гіперядер [4]. Цей сайт інформує про енергії зв'язаних станів та домінуючі канали розпаду гіперядер.

Наявні експериментальні дані стимулюють велику кількість теоретичних досліджень, спрямованих на пояснення отриманих експериментальних даних та прогнозування нових особливостей гіперядерних систем та їх взаємодії. Для вивчення гіперядерних систем були застосовані різні теоретичні

моделі. Серед них є моделі оболонки, які описують гіперядра з p - та sd -оболонками [5, 6], моделі середнього поля [7, 8], *ab initio* моделі оболонки без кори [9, 10], а також численні реалізації кластерної моделі [11–16]. Зазвичай ці дослідження присвячені вивченню спектрів зв'язаних станів гіперядер. У деяких з цих досліджень, проведених в рамках кластерних моделей, резонансні стани також розглядалися лише в двокластерному континуумі.

Нашу увагу привернуло гіперядро ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$. Цікавою особливістю є те, що його спектр складається з чотирьох зв'язаних станів. Це перевищує кількість зв'язаних станів у звичайному ядрі ${}^7\text{Li}$, яке має лише два зв'язані стани. Існує брак експериментальної та теоретичної інформації щодо резонансних станів цього та інших гіперядер, які розпадаються на два або три кластери. Ми хочемо заповнити цю прогалину, використовуючи трикластерну мікроскопічну модель. Таким чином, наша головна мета полягає у виявленні трикластерних резонансних станів в ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$.

У цій роботі ми вивчаємо структуру як зв'язаних, так і резонансних станів гіперядра ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$. Оскільки нас головним чином цікавлять дослідження трикластерних резонансних станів, ми застосували трикластерну модель, яка була сформульована в посиланні [17] і розроблена там для вивчення розпаду легких ядер на три фрагменти (кластери). Цей метод був успішно застосований для

Цитування: Калжігітов Н., Амангельдінова С., Василевський В.С. Структура гіперядра ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ в рамках мікроскопічної трикластерної моделі. *Укр. фіз. журн.* **71**, № 1, 15 (2026).

© Видавець ВД “Академперіодика” НАН України, 2026. Стаття опублікована за умовами відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

ISSN 0372-400X. *Укр. фіз. журн.* 2026. Т. 71, № 1

вивчення структури легких атомних ядер і особливо резонансних станів у трикластерному континуумі цих ядер [18–21]. У прийнятій моделі гіперядро ${}^7_\Lambda\text{Li}$ розглядається як трикластерна конфігурація ${}^4\text{He} + d + \Lambda$. Взаємодія шести нуклонів, розділених на два кластери, моделюється напівреалістичним нуклон-нуклонним потенціалом, а сума нуклон-гіперонних потенціалів визначає взаємодію лямбда-гіперона з двома кластерами.

Наша стаття організована таким чином. У розділі 2 пояснюються ключові елементи нашої моделі. Основні результати представлені в розділі 3. Властивості зв'язаних станів розглянуто в розділі 3.1. Детальне обговорення природи резонансних станів наведено в розділі 3.2. Стаття завершується підсумовуванням отриманих результатів у розділі 4.

2. Метод АМННВ

Коротко викладемо суть трикластерної мікроскопічної моделі, яку зазвичай називають моделлю АМННВ, тобто алгебраїчною моделлю (algebraic model, АМ), яка використовує базис гіперсферичних гармонік (hyperspherical harmonics basis, ННВ).

Ми починаємо з семичастинкової системи (шість нуклонів та один лямбда-гіперон), описаної мікроскопічним гамільтоніаном. Потім ми зводимо її до ефективної задачі трьох частинок, розділяючи сім частинок на три групи (кластери). Далі ми припускаємо, що нам відомі хвильові функції, що описують внутрішню структуру кожного кластера з прийнятною точністю. Виходячи з цих припущень, хвильова функція ${}^7_\Lambda\text{Li}$ представляється у вигляді

$$\Psi_J = \sum_{L,S} \hat{A} \left\{ [\Phi_1({}^4\text{He}, S_1) \Phi_2(d, S_2) \Phi_3(\Lambda, S_3)]_S \times \psi_{LSJ}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \right\}_J, \quad (1)$$

де $\Phi_1({}^4\text{He}, S_1)$ – це хвильова функція альфа-частинки, а $\Phi_2(d, S_2)$ – хвильова функція дейтрона. Оскільки лямбда-гіперон вважається безструктурною частинкою, то множник $\Phi_3(\Lambda, S_3)$ представляє спінову частину функції лямбда-гіперона. Оператор антисиметризації \hat{A} діє лише на нуклони і таким чином створює антисиметричну хвильову функцію ${}^6\text{Li}$, яка розглядається як двокластерна

система ${}^4\text{He} + d$. Два вектори Якобі \mathbf{x} та \mathbf{y} використовуються для визначення відносного положення кластерів у просторі. У подальшому, перший вектор, \mathbf{x} , з'єднує центри мас ${}^4\text{He}$ та дейтрона. Натомість другий вектор Якобі, \mathbf{y} , визначає відносне положення лямбда-гіперона відносно центра мас ${}^6\text{Li}$.

Для представлення хвильової функції трикластерної системи (1) ми використовуємо схему LS зв'язку. У цій схемі загальний спін S є векторною сумою окремих спінів кластерів. Оскільки спін ${}^4\text{He}$ дорівнює нулю, повний спін ${}^7_\Lambda\text{Li}$ є векторною сумою спіну дейтрона ($S_2 = 1$) та спіну лямбда-гіперона ($S_3 = 1/2$). Таким чином, повний спін ${}^7_\Lambda\text{Li}$ може бути $S = 1/2$ або $3/2$. У цій моделі повний орбітальний момент L є векторною сумою парціальних орбітальних моментів відносного руху кластерів (вони будуть введені пізніше), а повний кутовий момент J є векторною сумою повного орбітального моменту L та повного спіну S .

Хвильова функція $\psi_{LSJ}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ відносного руху кластерів має бути визначена шляхом розв'язання рівняння Шредінгера, яке проєктується на систему з трьох кластерів та включає вибрані нуклон-нуклонний та нуклон-гіперонний потенціали. Зауважимо, що хвильова функція $\psi_{LSJ}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ залежить від шести змінних, представлених векторами Якобі \mathbf{x} та \mathbf{y} . Таким чином, нам потрібно ввести шість квантових чисел для класифікації станів системи з трьох кластерів. Використовуючи редукцію кутового орбітального моменту, ми представляємо цю функцію у вигляді

$$\psi_{LM_L}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \Rightarrow \sum_{\lambda, l} \psi_{\lambda, l; L}(x, y) \{Y_\lambda(\hat{\mathbf{x}}) Y_l(\hat{\mathbf{y}})\}_{LM_L}, \quad (2)$$

де $\hat{\mathbf{x}}$ та $\hat{\mathbf{y}}$ – одиничні вектори, а λ та l – парціальні кутові моменти, пов'язані з векторами \mathbf{x} та \mathbf{y} відповідно. З такою редукцією ми визначаємо чотири квантові числа λ, l, L та M . У рамках цієї моделі повний орбітальний імпульс \mathbf{L} є векторною сумою парціальних орбітальних імпульсів, $\mathbf{L} = \lambda + l$.

Хвильові функції міжкластерного руху $\psi_{\lambda, l; L}(x, y)$ задовольняють нескінченній системі двовимірних інтегро-диференціальних рівнянь. Для розв'язання цього системі рівнянь ми використовуємо гіперсферичні координати та гіперсферичні гармоніки. У літературі існує кілька

еквівалентних наборів гіперсферичних гармонік, які включають різні набори гіперсферичних координат. Ми вибираємо гіперсферичні гармоніки у формі, запропонованій Церніке та Брінкман у роботі [22]. Ця форма гіперсферичних гармонік є досить простою та не вимагає громіздких аналітичних та числових розрахунків. Для побудови гіперсферичних гармонік Церніке–Брінкман нам потрібно ввести дві гіперсферичні координати ρ та θ замість скалярних координат x та y . Перша координата

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3)$$

– це гіперсферичний радіус, а друга координата

$$\theta = \arctan\left(\frac{x}{y}\right) \quad (4)$$

– це гіперсферичний кут. За фіксованого значення ρ цей кут визначає відносну довжину векторів \mathbf{x} та \mathbf{y} :

$$x = \rho \cos \theta, \quad y = \rho \sin \theta. \quad (5)$$

Видно, що гіперрадіус ρ визначає розмір трикутника θ , який з'єднує центри мас трьох кластерів, а гіперкут θ визначає його форму.

У нових координатах хвильову функцію (1) можна представити у вигляді

$$\begin{aligned} \Psi_J = & \\ = & \sum_{L,S} \sum_{K,\lambda,l} \widehat{A} \left\{ [\Phi_1 ({}^4\text{He}, S_1) \Phi_2 (d, S_2) \Phi_3 (\Lambda, S_3)]_S \times \right. \\ & \left. \times R_c(\rho) \mathcal{Y}_c(\Omega) \right\}_J, \end{aligned} \quad (6)$$

де K – гіпермомент, а $\mathcal{Y}_c(\Omega)$ означає добуток

$$\mathcal{Y}_c(\Omega) = \chi_K^{(\lambda,l)}(\theta) \{Y_\lambda(\widehat{\mathbf{x}}) Y_l(\widehat{\mathbf{y}})\}_{LM_L} \quad (7)$$

і є гіперсферичною гармонікою для трикластерного каналу

$$c = \{K, \lambda, l, L\}. \quad (8)$$

Гіперсферична гармоніка $\mathcal{Y}_c(\Omega)$ є функцією п'яти кутових змінних, $\Omega = \{\theta, \widehat{\mathbf{x}}, \widehat{\mathbf{y}}\}$. Визначення всіх

компонентів гіперсферичної гармоніки $\mathcal{Y}_c(\Omega)$ можна знайти, наприклад, за посиланням [17]. Складаючи повний базис, гіперсферичні гармоніки пояснюють будь-яку форму трикластерного трикутника та його орієнтацію. Таким чином, вони пояснюють усі можливі режими відносного руху трьох взаємодіючих кластерів.

Тепер зробимо останній крок до числового дослідження трикластерної системи. Щоб спростити розв'язання набору інтегро-диференціальних рівнянь для гіперрадіальних хвильових функцій $R_c(\rho)$, ми розкладаємо їх у повному наборі осциляторних функцій $\Phi_{n_\rho, K}(\rho, b)$,

$$R_c(\rho) = \sum_{n_\rho, c} C_{n_\rho, c} \Phi_{n_\rho, K}(\rho, b). \quad (9)$$

В результаті, система інтегро-диференціальних рівнянь зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{\tilde{n}_\rho, \tilde{c}} \left[\langle n_\rho, c | \widehat{H} | \tilde{n}_\rho, \tilde{c} \rangle - E \langle n_\rho, c | \tilde{n}_\rho, \tilde{c} \rangle \right] C_{\tilde{n}_\rho, \tilde{c}} = 0, \quad (10)$$

де $\langle n_\rho, c | \widehat{H} | \tilde{n}_\rho, \tilde{c} \rangle$ – матричні елементи трикластерного гамільтоніана, а $\langle n_\rho, c | \tilde{n}_\rho, \tilde{c} \rangle$ – матричні елементи ядра нормування. Осциляторна функція $\Phi_{n_\rho, K}(\rho, b)$ (або, точніше, радіальна частина хвильової функції шестивимірною осцилятора) дорівнює

$$\begin{aligned} \Phi_{n_\rho, K}(\rho, b) = & (-1)^{n_\rho} \mathcal{N}_{n_\rho, K} \times \\ & \times r^K \exp\left\{-\frac{1}{2}r^2\right\} L_{n_\rho}^{K+3}(r^2), \end{aligned} \quad (11)$$

$$r = \rho/b, \quad \mathcal{N}_{n_\rho, K} = b^{-3} \sqrt{\frac{2\Gamma(n_\rho + 1)}{\Gamma(n_\rho + K + 3)}},$$

де

$$r = \frac{\rho}{b}, \quad \mathcal{N}_{n_\rho, K} = b^{-3} \sqrt{\frac{2\Gamma(n_\rho + 1)}{\Gamma(n_\rho + K + 3)}}$$

і b – довжина осцилятора.

Систему рівнянь (10) можна розв'язати чисельно, наклавши обмеження на кількість n_ρ гіперрадіальних збуджень та кількість N_{ch} гіперсферичних каналів $c_1, c_2, \dots, c_{N_{ch}}$. Процедура діагоналізації використовується для визначення енергій та хвильових функцій зв'язаних станів. Однак, для обчислення елементів S -матриці розсіювання та відповідних функцій неперервного спектра необхідно

реалізувати відповідні граничні умови. Граничні умови для хвильових функцій дво- та тричастинкових розпадів складної трикластерної системи детально обговорюються в посиланнях [17, 23].

Для аналізу хвильових функцій багатоканальної системи, отриманих шляхом розв'язання системи рівнянь (10), доцільно скомбінувати ті хвильові функції осцилятора (11), які належать оболонці осцилятора, із загальною кількістю квантів осцилятора $N_{os} = 2n_\rho + K$. Тоді зручно нумерувати оболонки осцилятора квантовим числом N_{sh} ($N_{sh} = 0, 1, 2, \dots$), яке ми визначаємо таким чином:

$$N_{os} = 2n_\rho + K = 2N_{sh} + K_{min},$$

де $K_{min} = L$ для станів нормальної парності $\pi = (-1)^L$, та $K_{min} = L + 1$ для станів аномальної парності $\pi = (-1)^{L+1}$. Далі ми вивчатимемо ваги $W_{sh}(N_{sh})$ осциляторних хвильових функцій фіксованої оболонки осцилятора N_{sh} у хвильових функціях зв'язаних або неперервних спектральних станів. Ваги $W_{sh}(N_{sh})$ визначаються таким чином:

$$W_{sh}(N_{sh}) = \sum_{n_\rho, K \in N_{sh}} |C_{n_\rho, c}|^2, \quad (12)$$

та вказують, чи є система, що розглядається, компактною (де домінують оболонки осциляторів з малими значеннями N_{sh}), чи відносно дисперсною (де домінують оболонки осциляторів з великими значеннями N_{sh}).

3. Результати та їх обговорення

Для детального дослідження зв'язаних та резонансних станів ${}^7_\Lambda\text{Li}$ ми вибрали потенціал Hasegawa–Nagata (HNP) [24, 25] та нуклон-гіперонний потенціал [26], який зазвичай називають потенціалом YNG-NF. Осциляторна довжина b , яка є єди-

Таблиця 1. Спектр ${}^7_\Lambda\text{Li}$, розрахований з потенціалами HNP та YNG

J^π	AM HNP		Експер.
	E , MeV	R_m , фм	E , MeV
$1/2^+$	-7,060	2,183	-7,094
$3/2^+$	-6,587	2,208	-6,402
$5/2^+$	-4,856	2,036	-5,043
$1/2^+$	-1,113	4,524	-3,217
${}^4\text{He} + d + \Lambda$	0,0	-	0,0

ним вільним параметром нашої моделі та визначає розподіл нуклонів усередині кластерів ${}^4\text{He}$ та d , вибрана таким чином, щоб мінімізувати енергію трикластерного порога ${}^4\text{He} + d + \Lambda$, і для HNP вона дорівнює $b = 1,357$ фм. При такому значенні b енергія зв'язаного стану ${}^6\text{Li}$, обчислена з врахуванням порога двох кластерів ${}^4\text{He} + d$, становить $E(1^+) = -1,431$ MeV, що близько до експериментального значення $E(1^+) = -1,474$ MeV.

Зауважимо, що для вибраної трикластерної конфігурації ${}^4\text{He} + d + \Lambda$ ми маємо три двокластерні підсистеми: ${}^4\text{He} + d$, $d + \Lambda$ та ${}^4\text{He} + \Lambda$. Вони є важливими для поточних розрахунків. Ми спираємося на результати роботи [27], де розглядалася взаємодія дейтрона з альфа-частинкою, та на результати роботи [28], де детально досліджено взаємодію лямбда-гіперона з дейтроном та альфа-частинкою.

Після вибору осциляторної довжини b та нуклон-нуклонного, NN , та нуклон-гіперонного, $N\Lambda$, потенціалів, нам потрібно зафіксувати ще два вхідні параметри: кількість каналів (або кількість гіперсферичних гармонік) та кількість гіперрадіальних збуджень. Нам доводиться обмежуватися скінченим набором гіперсферичних гармонік, який визначається максимальним значенням гіперсферичного моменту K_{max} . Для опису станів позитивної парності ми використовуємо всі гіперсферичні гармоніки з гіпермоментом $K \leq K_{max} = 12$, а стани негативної парності представлені гіперсферичними гармоніками з $K \leq K_{max} = 11$. Ця кількість гіперсферичних гармонік дозволяє нам описати велику кількість сценаріїв трикластерного розпаду. Ми також повинні обмежитися кількістю гіперрадіальних збуджень, $n_\rho \leq 100$. Ця кількість гіперрадіальних збуджень дозволяє нам досягти асимптотичної області, де всі кластери добре розділені, а міжкластерна взаємодія, індукована потенціалами NN або/та $N\Lambda$, стає нехтовно малою.

3.1. Зв'язані стани

Спектр зв'язаних станів ${}^7_\Lambda\text{Li}$, що був отриманий з потенціалами HNP та YNG, показано в табл. 1. Енергія зв'язаних станів відраховується від трикластерного порога ${}^4\text{He} + d + \Lambda$. Енергії сильно зв'язаних станів $1/2^+$, $3/2^+$ та $5/2^+$, отримані в рамках нашої моделі, дуже близькі до експериментальних значень. Однак наша модель генерує слабо зв'язаний стан $1/2^+$, який має енергію нижче порога

приблизно на 2,1 МеВ. Масові середньоквадратичні радіуси R_m вказують на те, що сильно зв'язані стани є компактними станами з $2,0 < R_m < 2,2$ фм, тоді як слабо зв'язаний стан є дуже дисперсним станом з великим значенням $R_m = 4,5$ фм.

Щоб зрозуміти структуру зв'язаних станів, розглянемо кореляційні функції $D(x, y)$, які визначаються таким чином:

$$D(x, y) = (xy)^2 \sum_{\lambda, l, L} |\psi_{\lambda, l, L}(x, y)|^2.$$

Зауважимо, що кореляційна функція визначає найімовірнішу геометрію (відносно положення) трьох взаємодіючих кластерів. На рис. 1 зображена кореляційна функція для основного стану ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$. Головний пік кореляційної функції відповідає трикластерній конфігурації, де відстань між дейтроном та альфа-частинкою становить приблизно 2,9 фм, а лямбда-частинка розташована поблизу центра мас ${}^6\text{Li}$ на відстані 1,7 фм.

Варто зазначити, що основний стан $3/2^-$ звичайного ядра ${}^7\text{Li}$, визначений для трикластерної конфігурації ${}^4\text{He} + d + n$ з тими самими вхідними параметрами, має нижню енергію зв'язаного стану, що дорівнює $-11,24$ МеВ відносно трикластерного порога (тоді як відносна енергія зв'язаного стану ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ становить $-7,06$ МеВ), і він повинен бути компактнішим, ніж ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$. Однак, найімовірніша відстань між дейтроном та альфа-частинкою становить $x = 3,45$ фм, а відстань між нейтроном та ${}^6\text{Li}$ становить $y = 2,05$ фм. Такі відстані відповідають тому, що основний стан ${}^7\text{Li}$ має переважно двокластерну конфігурацію ${}^3\text{H} + {}^4\text{He}$, де валентний нейтрон знаходиться дуже близько до дейтрона; див. посилання [29] щодо деталей таких розрахунків. Крім того, принцип Паулі відіграє важливу роль у формуванні зв'язаних станів ${}^7\text{Li}$. Антисиметризація по всіх нуклонах створює заборонені стани Паулі, які не спостерігаються в ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$.

Кореляційна функція для збудженого стану $5/2^+$ ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ показана на рис. 2. Порівнюючи кореляційні функції для станів $5/2^+$ та $1/2^+$, ми бачимо, що у збудженому стані $5/2^+$ лямбда-гіперон досить далекий від ${}^6\text{Li}$ у порівнянні зі станом $1/2^+$. Крім того, відстань між дейтроном та альфа-частинкою, що утворюють ${}^6\text{Li}$, значно менша у стані $5/2^+$, ніж у стані $1/2^+$. Пік кореляційної функції для стану $5/2^+$ розташований при $x = 1,27$ фм

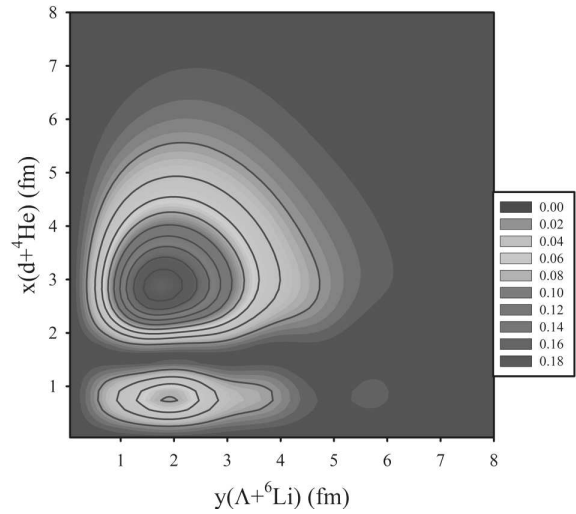


Рис. 1. Кореляційна функція основного стану гіперядра ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ як функція відстаней x та y . Довжина вектора \mathbf{x} визначає відстань між дейтроном та альфа-частинкою, а довжина вектора \mathbf{y} визначає відстань між лямбда-гіпероном та ${}^6\text{Li}$

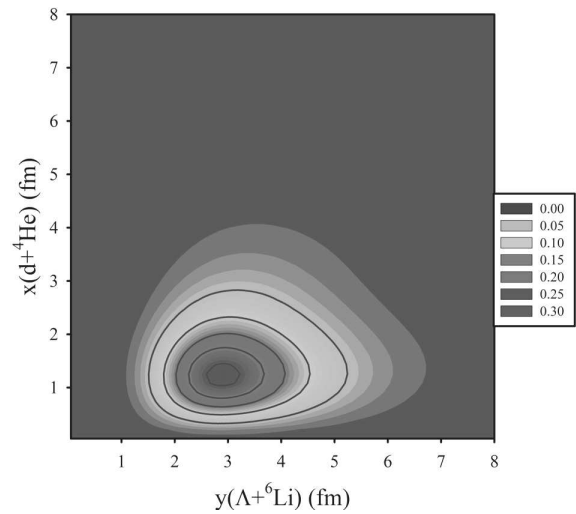


Рис. 2. Кореляційна функція збудженого стану $5/2^+$ гіперядра ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$

та $y = 2,95$ фм. Це означає, що в цьому стані відстань між дейтроном та альфа-частинкою майже вдвічі менша, ніж в основному стані $1/2^+$. Для порівняння, відстань між лямбда-гіпероном та ${}^6\text{Li}$ приблизно вдвічі менша.

Додаткову інформацію про особливості зв'язаних станів ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ можна отримати, аналізуючи ваги різних оболонок осциляторів у хвильових фун-

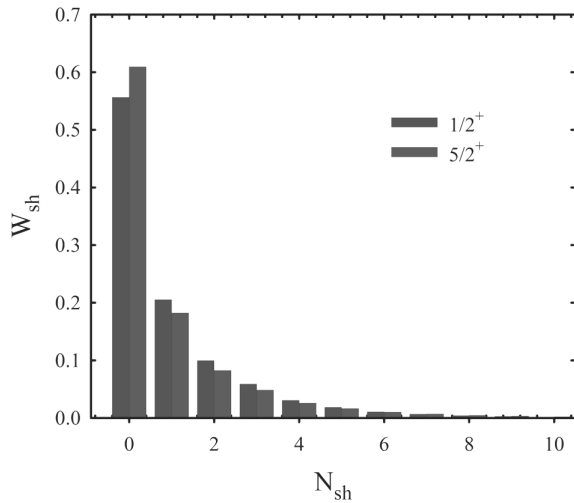


Рис. 3. Ваги різних оболонок у хвильових функціях станів $1/2^+$ та $5/2^+$ гіперядра ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$

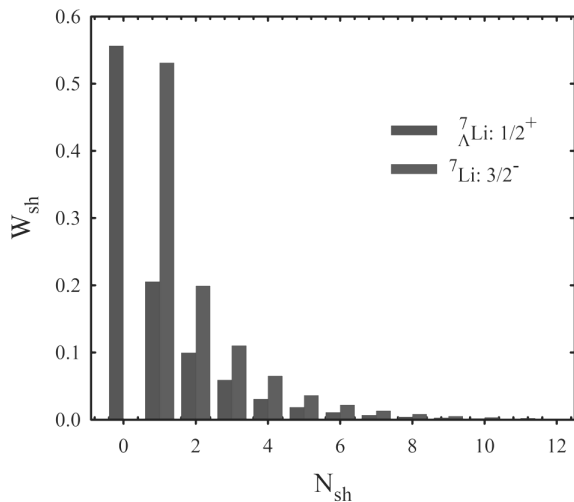


Рис. 4. Розкладання хвильових функцій основних станів ${}^7\text{Li}$ та ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ по осциляторних оболонках

Таблиця 2. Параметри резонансних станів, знайдені у трикластерному континуумі ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$

J^π	E , MeV	Γ , MeV	Γ/E
$5/2^+$	0,290	0,00104	$3,6 \times 10^{-7}$
$1/2^-$	1,545	0,264	0,171
$3/2^-$	1,043	0,279	0,267
$3/2^-$	1,551	0,249	0,161
$1/2^+$	1,520	0,547	0,360
$3/2^+$	1,604	0,696	0,434

кціях зв'язаних станів. Визначення таких величин можна знайти в посиланнях. [19–21]. На рис. 3 відображені ваги різних оболонок осцилятора W_{sh} для основного, $1/2^+$, та першого збудженого, $5/2^+$, станів. Той факт, що найнижча оболонка осцилятора, $N_{sh} = 0$, робить найвагоміший внесок у розглядувані хвильові функції, вказує на те, що лямбда-гіперон з великою ймовірністю ($>50\%$) можна знайти всередині ядра ${}^6\text{Li}$.

На рис. 4 порівнюються структури хвильових функцій основних станів ${}^7\text{Li}$ та ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$. Нагадаємо, що стан $3/2^-$ є основним станом ${}^7\text{Li}$, а стан $1/2^+$ – основним станом ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$. Видно, що найнижча оболонка, $N_{sh} = 0$, не дає внеску у хвильову функцію основного стану ${}^7\text{Li}$. Ця оболонка описує конденсат трьох кластерів ${}^4\text{He}$, d та n , і таким чином вона є забороненою оболонкою для ${}^7\text{Li}$ згідно з принципом Паулі.

3.2. Резонансні стани

У табл. 2 зібрана інформація про резонансні стани ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$, визначені в трикластерному континуумі ${}^4\text{He} + d + \Lambda$. Енергії резонансних станів знаходяться в діапазоні енергій від 0,2 до 2 MeV. Схоже, що стан $3/2^-$ генерує найбільший кінематичний та кулонівський бар'єр, який знаходиться у двох резонансних станах з відносно малою загальною шириною Γ . Співвідношення Γ/E використовується для розрізнення дуже вузьких, вузьких та відносно широких резонансних станів; див., наприклад, посилання [20,21]. Це вказує на те, що резонансний стан $5/2^-$ з енергією $E = 0,290$ MeV є найвузким резонансним станом (із загальною шириною 1,0 keV) у трикластерному континуумі ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$, а резонансний стан $3/2^+$ з енергією $E = 1,604$ MeV є найширшим резонансним станом.

Для розуміння природи резонансних станів доцільно проаналізувати резонансні хвильові функції. На рис. 5 ваги різних осциляторних оболонок у хвильових функціях найвузких станів $3/2^-$ порівнюються з вагами найширшого резонансного стану $3/2^+$. Хвильова функція вузького резонансного стану має великий внесок оболонок осциляторів з малими значеннями N_{sh} , а саме $0 \leq N_{sh} \leq 10$. Необхідно нагадати, що осциляторні хвильові функції цих оболонок описують найкомпактніші трикластерні конфігурації. Хвильова функція досить широкого резонансного стану

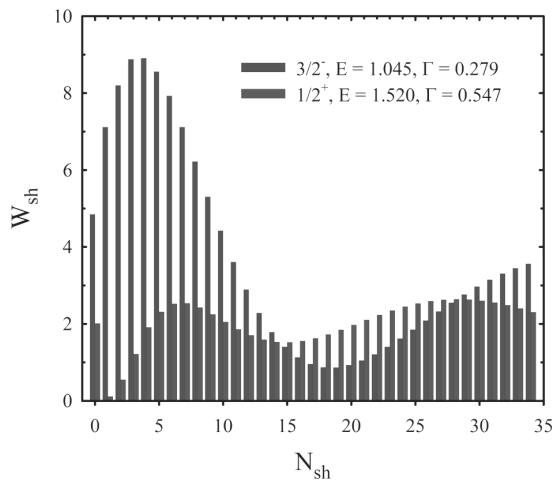


Рис. 5. Ваги хвильових функцій різних осциляторних оболонок у хвильових функціях резонансних станів $3/2^-$ та $3/2^+$

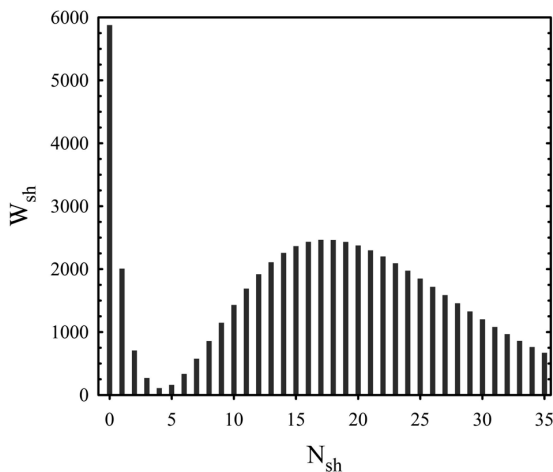


Рис. 6. Ваги різних осциляторних оболонок у хвильовій функції надвузького резонансного стану $5/2^+$

поширюється на велику кількість осциляторних оболонок.

Структура хвильової функції дуже (над)вузького резонансу $5/2^+$ показана на рис. 6. Ваги осциляторних оболонок у хвильовій функції резонансного стану мають значно більші амплітуди. Такі величезні амплітуди спостерігалися для довгоживучого стану Ноуле в ${}^{12}\text{C}$ [19] та для станів, аналогічних стану Ноуле, в деяких легких ядрах [21]. Необхідно зазначити, що у формуванні станів неперервного спектра $5/2^+$ беруть участь 126 каналів, але лише один канал домінує в розпаді (або формуванні) надвузького резонансного ста-

ну $5/2^+$. Цей канал має такі квантові числа: $c = \{K = 2, l_1 = 0, l_2 = 2, L = 2, S = 1/2\}$.

4. Висновки

У цій статті досліджувалася структура гіперядра ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ з використанням трикластерної мікроскопічної моделі, яка дозволяє вивчати не лише зв'язані стани, а й трикластерні резонансні стани. Розраховані енергії та хвильові функції зв'язаних станів ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ та виявлені ті канали, які дають максимальний внесок у хвильову функцію цих станів. Також розраховані середньоквадратичні радіуси зв'язаних станів за масою, що вказує на те, що гіперядро ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ є компактнішим, ніж звичайне ядро ${}^7\text{Li}$. Було показано, що ця модель досить добре описує зв'язані стани ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$. Також було продемонстровано, що всі зв'язані стани ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$, крім одного, є дуже компактними станами з малими значеннями середньоквадратичного радіуса за масою. Використання кореляційних функцій дозволило виявити найімовірніше відносне положення (розподіл) кластерів у координатному просторі. Крім того, ваги функцій фіксованої осциляторної оболонки у хвильових функціях зв'язаних станів ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ однозначно свідчать про те, що лямбда-гіперон може бути розташований всередині ядра ${}^6\text{Li}$ зі значною ймовірністю.

Використана мікроскопічна модель включає гіперсферичні гармоніки для нумерації каналів трикластерної системи та реалізації відповідних граничних умов для трикластерного континууму. Ця модель дозволила знайти набір вузьких та досить широких резонансних станів у трикластерному континуумі ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$. Аналіз резонансних хвильових функцій показує, що вузькі резонансні стани є дуже компактними трикластерними конфігураціями з малими відстанями між взаємодіючими кластерами.

Отримані результати можна вважати передбаченням існування вузьких резонансних станів у гіперядрі ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ та використовувати їх для планування майбутніх експериментів.

Ця робота була частково підтримана Комітетом з питань науки Міністерства освіти і науки Республіки Казахстан (проект "Структура легких ядер і гіперядер у багатоканальних та багатокластерних моделях", грант № AP22683187) та Програмою фундаментальних досліджень Відділення фізики та астрономії Національної акаде-

мії наук України (проект № 0122U000889). В.С.В. також вдячний Фонду Саймонса за фінансову підтримку (грант SFI-PD-Ukraine-00014580).

1. D.H. Davis. 50 years of hypernuclear physics. I. The early experiments. *Nucl. Phys. A* **754**, 3 (2005).
2. R.H. Dalitz. 50 years of hypernuclear physics. II. The later years. *Nucl. Phys. A* **754**, 14 (2005).
3. J.H. Chen, L.S. Geng, E. Hiyama, Z.W. Liu, J. Pochodzalla. Perspectives for hyperon and hypernuclei physics. arXiv:2506.00864v1 [nucl-th].
4. P. Eckert, P. Achenbach, et al. *Chart of Hypernuclides – Hypernuclear Structure and Decay Data* (2021).
5. A. Gal, J.M. Soper, R.H. Dalitz. A shell-model analysis of Λ binding energies for the p -shell hypernuclei III. Further analysis and predictions. *Ann. Phys.* **113**, 79 (1978).
6. D.J. Millener. Shell-model calculations for p -shell hypernuclei. *Nucl. Phys. A* **881**, 298 (2012).
7. N.K. Glendenning, D. von-Eiff, M. Haft, H. Lenske, M.K. Weigel. Relativistic mean-field calculations of Λ and Σ hypernuclei. *Phys. Rev. C* **48**, 889 (1993).
8. I. Vidaña, A. Polls, A. Ramos, H.J. Schulze. Hypernuclear structure with the new Nijmegen potentials. *Phys. Rev. C* **64**, 044301 (2001).
9. R. Wirth, D. Gazda, P. Navrátil, A. Calci, J. Langhammer, R. Roth. Ab initio description of p -shell hypernuclei. *Phys. Rev. Lett.* **113**, 192502 (2014).
10. H. Le, J. Haidenbauer, U.G. Meißner, A. Nogga. Jacobi no-core shell model for p -shell hypernuclei. *Eur. Phys. J. A* **56**, 301 (2020).
11. T. Motoba, H. Bando, K. Ikeda. Light p -shell λ -hypernuclei by the microscopic three-cluster model. *Prog. Theor. Phys.* **70**, 189 (1983).
12. T. Motoba, H. Bandō, K. Ikeda, T. Yamada. Chapter III. Production, structure and decay of light p -shell lambda-hypernuclei. *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **81**, 42 (1985).
13. E. Hiyama, T. Yamada. Structure of light hypernuclei. *Prog. Part. Nucl. Phys.* **63**, 339 (2009).
14. E. Hiyama. Few-body aspects of hypernuclear physics. *Few-Body Systems* **53**, 189 (2012).
15. A.V. Nesterov, M. Solokha-Klymchak. Properties of ${}^4_\Lambda\text{h}$ hypernucleus in three-cluster microscopic models. *Ukr. J. Phys.* **66**, 846 (2021).
16. A.V. Nesterov, Y.A. Lashko, V.S. Vasilevsky. Structure of the ground and excited states in ${}^9_\Lambda\text{Be}$ nucleus. *Nucl. Phys. A* **1016**, 122325 (2021).
17. V. Vasilevsky, A.V. Nesterov, F. Arickx, J. Broeckhove. Algebraic model for scattering in three-s-cluster systems. I. Theoretical background. *Phys. Rev. C* **63**, 034606 (2001).
18. A.V. Nesterov, F. Arickx, J. Broeckhove, V.S. Vasilevsky. Three-cluster description of properties of light neutron- and proton-rich nuclei in the framework of the algebraic version of the resonating group method. *Phys. Part. Nucl.* **41**, 716 (2010).
19. V. Vasilevsky, F. Arickx, W. Vanroose, J. Broeckhove. Microscopic cluster description of ${}^{12}\text{C}$. *Phys. Rev. C* **85**, 034318 (2012).
20. V.S. Vasilevsky, K. Katō, N. Takibayev. Formation and decay of resonance states in ${}^9\text{Be}$ and ${}^9\text{B}$ nuclei: Microscopic three-cluster model investigations. *Phys. Rev. C* **96**, 034322 (2017).
21. V.S. Vasilevsky, K. Katō, N. Takibayev. Systematic investigation of the Hoyle-analog states in light nuclei. *Phys. Rev. C* **98**, 024325 (2018).
22. F. Zernike, H.C. Brinkman. Hypersphärische Funktionen und die in sphärische Bereichen orthogonalen Polynome. *Proc. Kon. Acad. Wetensch. Amsterdam* **38**, 161 (1935).
23. V.S. Vasilevsky, Y.A. Lashko, G.F. Filippov. Two- and three-cluster decays of light nuclei within a hyperspherical harmonics approach. *Phys. Rev. C* **97**, 064605 (2018).
24. A. Hasegawa, S. Nagata. Ground state of ${}^6\text{Li}$. *Prog. Theor. Phys.* **45**, 1786 (1971).
25. F. Tanabe, A. Tohsaki, R. Tamagaki. $\alpha\alpha$ scattering at intermediate energies. *Prog. Theor. Phys.* **53**, 677 (1975).
26. Y. Yamamoto, T. Motoba, H. Himeno, K. Ikeda, S. Nagata. Hyperon-nucleon and hyperon-hyperon interactions in nuclei. *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **117**, 361 (1994).
27. N. Kalzhigitov, N.Z. Takibayev, V.S. Vasilevsky, E.M. Akzhigitova, V.O. Kurmangaliyeva. A microscopic two-cluster model of processes in ${}^6\text{Li}$. *News Nat. Acad. Sci. Rep. Kazakhstan: Phys.-Math. Ser.* **4**, 332 (2020).
28. N.K. Kalzhigitov, S. Amangeldinova, V.O. Kurmangaliyeva, V.S. Vasilevsky. Discrete and continuous spectrum of lightest hypernuclei. arXiv:2509.01932v1 [nucl-th].
29. A.V. Nesterov, V.S. Vasilevsky, T.P. Kovalenko. Effect of cluster polarization on the spectrum of the ${}^7\text{Li}$ nucleus and on the reaction ${}^6\text{Li}(n, {}^3\text{H}){}^4\text{He}$. *Phys. Atom. Nucl.* **72**, 1450 (2009).

Одержано 22.08.2025.

Переклад на українську мову О. Войтенка

N. Kalzhigitov, S. Amangeldinova, V.S. Vasilevsky

STRUCTURE OF HYPERNUCLEUS ${}^7_\Lambda\text{Li}$ WITHIN MICROSCOPIC THREE-CLUSTER MODEL

The structure of bound and resonance states of the hypernucleus ${}^7_\Lambda\text{Li}$ is studied within a three-cluster model. This nucleus is considered a three-cluster structure consisting of ${}^4\text{He}$, a deuteron, and a lambda hyperon. The chosen three-cluster configuration allows us to describe more accurately the structure of hypernucleus ${}^7_\Lambda\text{Li}$ and the dynamics of different processes that involve interactions of lightest nuclei and hypernuclei. The main goal of the present investigations is to find resonance states in the three-cluster continuum of ${}^7_\Lambda\text{Li}$ and determine their nature. A set of narrow resonance states is detected at the energy range $0 < E \leq 2$ MeV above the three-cluster threshold ${}^4\text{He} + d + \Lambda$.

Keywords: cluster model, resonance states, three-cluster model, hypernuclei.