

## Математична модель електронної платіжної системи як об'єкта керування

Рассмотрена проблематика электронных денег, особенности функционирования и возможности моделирования электронных платежных систем. Основная цель исследования состоит в анализе современных электронных платежных систем, определении характеристик и аспектов их работы, а также построении соответствующей математической модели. На основе потоковой модели функционирования коммерческого банка построена модель электронной платежной системы с учетом фактора неопределенности. В качестве прототипа объекта исследования использован американский небанковский провайдер он-лайн платежей – система *e-gold*.

A range of problems associated with electronic money, features of operation and capabilities of simulation of the electronic payment system are considered. The main goals of this study are: the analysis of the contemporary electronic payment systems, the definition of characteristics and aspects of their operation and the construction of a corresponding mathematical model. A model of electronic payment system, which takes into account the uncertainty, was constructed based on the flow-oriented model of the commercial bank functioning. An American non-bank online payment provider – e-gold system – was taken as a real prototype.

Розглянуто проблематику щодо електронних грошей, особливостей функціонування та можливостей моделювання роботи електронних платіжних систем. Основна мета дослідження полягає в аналізі сучасного стану електронних платіжних систем, визначенні характеристик та аспектів їх роботи і створенні відповідної математичної моделі. На основі потокової моделі функціонування комерційного банку розроблено модель електронної платіжної системи з урахуванням фактору невизначеності. За прототип об'єкту дослідження взято американський небанківський провайдер он-лайн платежів – систему *e-gold*.

**Вступ.** Останнє десятиріччя характеризується появою інноваційних продуктів для здійснення безготівкових платежів, чому сприяє як науково-технічний прогрес, так і розвиток фінансового ринку. Внутрішні та транскордонні роздрібні платежі, які виконуються з використанням новітніх платіжних продуктів, збільшуються як за кількістю, так і за обсягами. А тому традиційні технології банківського обліку операцій, пов'язані з ідентифікацією клієнта, виявляються дорогими для систем масових платежів, які здебільшого оперують невеликими сумами. Для вирішення питання ефективності та конфіденційності платіжних транзакцій необхідно відмовитися від зберігання та передавання конфіденційних відомостей при віддаленому здійсненні угод, які не потребують ідентифікації клієнта. Безпека без ідентифікації може бути легко реалізована за допомогою електронного платіжного засобу на пред'явника, що випускається в обіг без відкриття банківського рахунку. Саме таким платіжним засобом є електронні гроші.

Окремі аспекти проблеми електронних грошей висвітлено в роботах закордонних науко-

вців, зокрема [1–4]; в них порушується низка питань, пов'язаних із феноменом електронних грошей. Економісти називають сучасний період розвитку електронних грошей «дитячим», підкреслюють віддаленість перспективи їх повсюдного проникнення, вважають, що широке використання цих грошей – поки ще теоретична концепція. Однак вчені визнають, що електронні гроші мають величезний і малодосліджений потенціал, який у майбутньому, завдяки імпульсам інформаційно-технічної революції, може перетворити їх на реально діючий феномен економічного життя.

В той же час можна виділити ряд публікацій вітчизняних вчених [5, 6], присвячених теоретичному підґрунтя та організаційно-правовим аспектам роботи електронних платіжних систем та електронних коштів в Україні та на теренах СНД.

Зважаючи на наявну теоретичну базу, автори даної статті спробували створити принципово новий підхід до аналізу ефективності управління потоками електронних коштів. А саме, не вдаючись до технічних деталей, сконцентрувати увагу на економічній складовій дослі-

джуваного об'єкта і на розробці конкретного прикладу математичної моделі функціонування електронної платіжної системи як об'єкта керування.

### Характеристика об'єкта дослідження

Прототипом об'єкта дослідження став американський небанківський провайдер он-лайн платежів – система *e-gold*. Ця система електронних платежів стояла біля самих витоків он-лайн розрахунків. В 1996 р. *e-gold* була впроваджена американською компанією *Gold & Silver Reserve, Inc.* та з самого початку позиціонувалася творцями як глобальна електронна валюта, як проект альтернативних грошей.

Грошові знаки *e-gold* на 100 відсотків забезпечуються дорогоцінними металами, фактично кореспондованими в срібло, золото, платину та паладій. За основну одиницю ваги дорогоцінного металу прийнято тройську унцію<sup>1</sup> (*oz. troy*). За бажанням, можна зробити перерахунок дорогоцінного металу в необхідну для платежу світову валюту за поточним курсом обміну Лондонської біржі металів. Золотий запас, що підтримує *e-gold*, зберігається в банку *Nova Scotia* (Торонто, Канада). Крім того, система забезпечується гарантіями банків США й Швейцарії [7]. Особливість акумулювання коштів робить *e-gold* вкрай привабливою в плані здійснення міжнародних платежів, тому що рахунки користувачів виявляються тільки формально прив'язаними до національних валют.

За даними на початок 2007 р., в електронній платіжній системі *e-gold* відкрито більше п'яти мільйонів клієнтських рахунків. Кількість щоденно зареєстрованих акаунтів перевищує дві з половиною тисячі. Середньодобовий обіг інтернаціональної системи електронних рахунків сягає декількох мільйонів доларів США [8].

Перш ніж перейти до безпосереднього розгляду моделі, сформулюємо основні гіпотези, деякі з яких були прийняті як спрощення.

1. Розглядається система з фіксованими витратами на її супровід. Хоча на практиці таке уявити непросто, в даній статті не враховува-

тимемо витрати системи. Це пов'язано з тим, що витрати (зарплата працівників, оплата доступу в мережу Інтернет, витрати на обладнання та приміщення, формування резервів, податки), майже не залежать від обсягу здійснених транзакцій, емітованих чи погашених електронних коштів. Тому введення додаткового доданку, який якісно не вплине на результати роботи, на даному етапі розробки моделі є недоцільним.

2. При моделюванні акцент робиться на якісні показники, тому технічні питання не розглядатимуться. Так, наприклад, всі показники будуть одразу оцінюватися в грошовому еквіваленті, щоб уникнути непотрібних перетворень. Електронні валютні ресурси платіжної системи вважаються повністю конвертованими у готівкову валюту, і навпаки.

3. Розглядаються наступні операції, що здійснює платіжна система:

- емісія *e-грошей*<sup>2</sup> та подальший продаж їх клієнтам-користувачам;
- погашення *e-грошей*;
- здійснення транзакцій між клієнтами системи;

4. Під поняттям «транзакція» будемо розуміти переведення електронних грошових одиниць з одного клієнтського рахунку на інший, коли одне переведення дорівнюватиме одній транзакції. Введення такої умови пов'язане з тим, що в деяких платіжних системах (наприклад, *WebMoney*) більшість операцій клієнта (обмін, переказ на інші клієнтські рахунки) розглядаються як сукупність транзакцій (найчастіше, дві чи три).

5. На етапі емісії *e-коштів* зафіксуємо наш дохід на певному сталому рівні. Використаємо найпростіший варіант – нульовий дохід, тобто не встановлюємо маржі і продаємо *e-gold* клієнтам за собівартістю золота на світовому ринку.

6. При моделюванні для визначення функцій попиту/пропозиції обмежимося лінійними

<sup>1</sup> 1 тройська унція = 31,1034768 грама.

<sup>2</sup> Тут і далі поряд із терміном «електронні гроші» (або «електронні кошти») для скорочення будемо вживати «*e-гроші*» (або «*e-кошти*»).

та степеневими рівняннями. Насправді, навіть за наявності статистичних даних (які є конфіденційною інформацією в ЕПС), не можна виділити тип функцій, справедливий для всіх платіжних систем. А зважаючи на те, що в запропонованій моделі основна ставка робиться не на кількісні, а на якісні показники, тип функцій, що використовуються, може лише ускладнити обчислення, але не внесе фундаментальних змін в саму модель.

7. В моделі не розглядаються такі глобальні фактори впливу як економічні кризи, потрясіння на фінансових ринках чи ринках дорогоцінних металів, зміни в чинному законодавстві, правові чи неправові дії, спрямовані на регулювання, обмеження чи припинення діяльності компанії.

Нарешті перейдемо до побудови моделі електронної платіжної системи, розглядаючи її як об'єкт керування (ОК). Поняття ОК в теорії керування канонізоване у вигляді, зображеному на рис. 1.

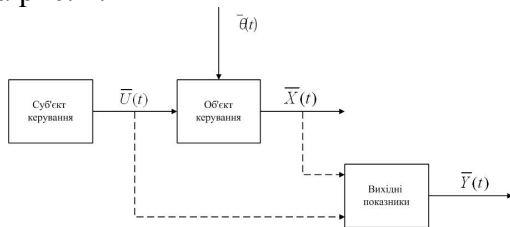


Рис. 1. Схематичне зображення поняття об'єкта керування

Позначення:

- $t \in [t_0, t_1]$  – інтервал часу, на якому розглядається поведінка об'єкта керування,  $t_0 < t_1$ ;
- $u$  – керуюча дія на ОК, що може бути обрана тим, хто керує (коротко: керування), із множини  $U$  усіх можливих дій;
- $\theta$  – збурююча дія, що не залежить від того, хто керує (коротко: зовнішній вплив, або збурення), тобто обирається не ним, з деякої множини усіх можливих збурюючих дій  $\Theta$ ;
- $x$  – результат сукупної дії збурення і керування (коротко: вихідна характеристика ОК, або фазова змінна), тобто фазова змінна  $x$  належить до деякої множини  $X$ .

На основі аналізу предметної області було визначено елементи, які приймаються за фазо-

ві змінні, керуючі впливи, зовнішні збурення і напрямки їх дії. Це дозволило розробити концептуальну схему функціонування електронної платіжної системи *e-gold* (рис. 2).

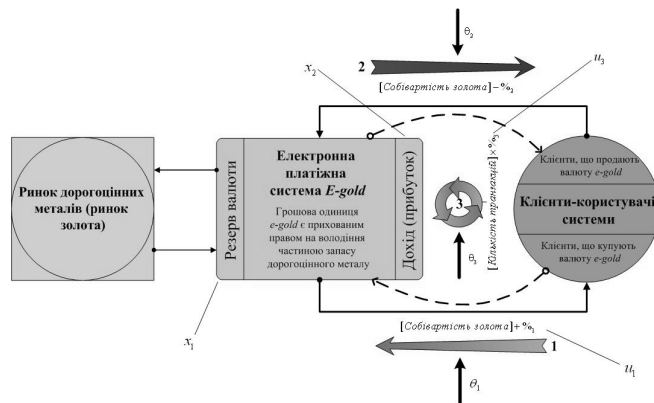


Рис. 2. Концептуальна схема функціонування електронної платіжної системи *e-gold*

У наведеній схемі позначено основні показники, що оцінюються в моделі (фазові змінні) – резерв готівкових коштів (резерв для підтримки ліквідності *e*-коштів) та дохід платіжної системи –  $x_1$  та  $x_2$ .

Керування системою відбувається за допомогою керуючих впливів – у даному випадку їх три. Тобто  $u_1$  є відсоток відрахувань в бюджет розвитку, що збільшує привабливість системи для користувачів, відповідно збільшуючи потоки надходжень. Під бюджетом розвитку будемо розуміти відрахування на рекламу (зовнішня реклама, реклама в ЗМІ та мережі Інтернет), заохочення для потенційних користувачів (система знижок, партнерські програми), спільні акції з партнерами. Керуюча дія  $u_2$  – відсоткова маржа, що визначається як різниця між курсами купівлі–продажу золота на світовому ринку та купівлі–продажу прав володіння ним, тобто одиниць *e-gold*. Фактично, маржа є платою за послугу, надану платіжною системою. Керуюча дія  $u_3$  виступає в ролі комісійного відсотка на етапі передачі (транзакції) *e*-грошей від одного клієнта іншому (власне транзакція, як відомо, може відбуватися лише через платіжну систему).

Крім того, на об'єкт керування впливають збурюючі дії. В моделі були враховані най-

більш актуальні, з точки зору авторів, види збурень. А саме:  $\theta_1$  – рівень надання послуг самою системою та її представниками (робота з клієнтами та клієнтська підтримка, сервіси системи),  $\theta_2$  – різниця між ціною купівлі та продажу золота на ринку дорогоцінних металів,  $\theta_3$  – рівень та якість послуг, переважно технічного характеру, які надаються системі сторонніми постачальниками (стабільність енергопостачання, збої в роботі мережі Інтернет, дефекти в роботі апаратного забезпечення). В доповнення до цього, на систему впливають і такі загальні фактори, як поточний рівень економічної ситуації в країні, ситуація в банківському та фінансовому секторах, розповсюдження мережі Інтернет та розвиток сегменту он-лайн послуг.

Слід пояснити, про що саме йдеться в даному контексті. Фактично, на фізичному рівні,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  є не самими випадковими збуреннями, а їх наслідками, які безпосередньо впливають на роботу платіжної системи. Так, наприклад, збій на сервері регістратора доменних імен може призвести до того, що користувачі не зможуть певний час користуватися сайтом ЕПС (випадкова збурююча дія), а це, звичайно, вплине на якість надання послуг (негативний вплив –  $\theta_1$ ). З іншого боку, тимчасові проблеми в банківській сфері (випадкова збурююча дія) можуть призвести до того, що клієнтам буде зручніше, надійніше та дешевше виконувати грошові перекази в е-коштах через електронну платіжну систему (позитивний вплив –  $\theta_3$ ).

### Побудова математичної моделі

Власне математична модель ЕПС ґрунтується на типовому прикладі системи керування процесом, в основі якого лежить потокова модель функціонування об'єкта, розглянута в [9], – так званий приклад про змішувальний бак. Основна ідея прикладу полягає в тому, що розглядається змішувальний бак, який наповнюється з двох потоків, що мають змінні миттєві витрати  $F_1(t)$  і  $F_2(t)$ . Обидва вхідні потоки містять розчинну речовину з постійними величинами концентрації  $c_1$  і  $c_2$ . Вихідний потік має масову швидкість витікання  $F(t)$ . Передбачається, що вміст бака перемішується так, що

концентрація вихідного потоку дорівнює концентрації  $c(t)$  у баку.

Значимо, що іноді такий підхід до моделювання роботи електронної платіжної системи, за виключенням окремих відмінностей, нагадує потокову модель функціонування комерційного банку. Найвідоміші поточкові та імітаційні моделі функціонування, а також методичні та методологічні підходи до моделювання діяльності комерційних банків описано в [10]. Приклад використання теорії керування при плануванні та керуванні діяльністю комерційного банку наведено в [11].

Адаптуючи наведений приклад до нашої задачі, розподілимо потоки готівкової валюти в платіжній системі на вхідний та вихідний. В загальному випадку сукупності вхідних і вихідних фінансових потоків позначаються векторами  $\bar{v}(t)$  і  $\bar{w}(t)$  відповідно:

$$\bar{v}(t) = \begin{pmatrix} v_1(t) \\ \dots \\ v_n(t) \end{pmatrix}, \quad \bar{w}(t) = \begin{pmatrix} w_1(t) \\ \dots \\ w_m(t) \end{pmatrix}.$$

Загалом, до вхідних фінансових потоків відносять: власні кошти акціонерів, кошти клієнтів, запозичення та інші джерела надходження (наприклад, гранти на розвиток). Відповідно, до вихідних потоків належать: виплата дивідендів, кошти, виплачені клієнтам, витрати на власні потреби компанії, погашення заборгованостей, сплата податків тощо.

У запропонованій моделі обмежимося аналізом лише фінансових потоків, які виникають при роботі з клієнтами (купівля–продаж електронної валюти, оплата транзакцій), а решту зафіксуємо на сталому рівні.

Отже, в моделі маємо два вхідних і один вихідний потоки<sup>1</sup>. На рис. 2 вхідні фінансові потоки позначено цифрами 1 та 3, вихідний – цифрою 2.

<sup>1</sup> Під вхідними та вихідним потоками розуміємо потоки готівкової валюти, за яку купляються і продаються електронні кошти. На схемі (рис. 2.) вони позначені арабськими цифрами і великими стрілками.

$$\bar{v}(t) = \begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{pmatrix}.$$

До першої групи ( $v_1(t)$ ) вхідних потоків віднесемо сукупний обсяг фінансових ресурсів, які залучаються платіжною системою за одиницю часу із зовнішнього економічного середовища (зокрема, кошти, що надійшли від продажу емітованої електронної валюти). Другою групою ( $v_2(t)$ ) будемо вважати суму всіх коштів, які надійшли як оплата за транзакції.

Аналогічно, сукупність вихідних фінансових потоків позначимо вектором

$$\bar{w}(t) = (w_1(t)).$$

Відповідно до введених спрощень, сукупність вихідних потоків зведено до одного елементу. Тому першою (і єдиною) групою ( $w_1(t)$ ) вихідних потоків будемо вважати сукупний об'єм фінансових ресурсів, які видаються платіжною системою за одиницю часу у зовнішнє економічне середовище – зокрема, кошти, що виплачуються клієнтам при виведенні електронної валюти із системи.

Задаючи рух грошових коштів у вигляді вхідних і вихідних фінансових потоків, еволюцію розміру резервів платіжної системи запишемо так:

$$x_i(t) = x_i(t_0) + \int_{t_0}^t \sum_i v_i(\tau) - \sum_j w_j(\tau) d\tau, \quad i \neq j \quad (1)$$

або у вигляді диференційного рівняння:

$$\dot{x}_i(t) = \sum_i v_i(t) - \sum_j w_j(t), \quad x_i(t_0) = x_0, \quad i \neq j, \quad (2)$$

де  $t$  – час,  $t \in [t_0, t_1]$ ;  $x_i(t)$  – залишкові кошти на резервних рахунках електронної платіжної системи на момент часу  $t$ ;  $x_i(t_0)$  – початковий капітал електронної платіжної системи.

Очевидно, що в даному випадку кількість вхідних та вихідних потоків не збігається:  $i \neq j$ ;  $i = 2, j = 1$ .

Врахувавши сказане, розглянемо обидва потоки детальніше. Тоді рівняння (2) матиме такий вигляд:

$$\dot{x}_1(t) = E(t) + E(t) \cdot \%_E(t) - R(t) + R(t) \cdot \%_R(t) + T(t) \cdot \%_T(t), \quad x_1(t_0) = x_0, \quad (3)$$

де  $E(t)$  – обсяг коштів, отриманих від продажу емітованої валюти *e-gold*, на момент часу  $t$  (позначення – від англ. «*emission*» – емісія, випуск в обіг);  $\%_E(t)$  – відсоткова маржа на етапі продажу емітованої валюти *e-gold* на момент часу  $t$ ;  $R(t)$  – обсяг коштів, виплачених при виведенні електронної валюти із системи, на момент часу  $t$  (позначення – від англ. «*redemption*» – викуп, погашення, повернення);  $\%_R(t)$  – відсоткова маржа на етапі виведення електронної валюти із системи на момент часу  $t$ ;  $T(t)$  – загальна сума всіх транзакцій, які пройшли через платіжну систему на момент часу  $t$  (позначення – від англ. «*transaction*» – угода, транзакція, торговельна операція);  $\%_T(t)$  – фіксована відсоткова ставка від суми транзакції на момент часу  $t$ .

Зазначимо, і це відображено в рівнянні (3), що потік транзакцій проходить через систему, не «зупиняючись» в ній. Фактично гроші переводяться з одного клієнтського рахунку на інший, але система забирає собі відсоток за надання відповідної послуги.

Домовлено, що для спрощення на етапі емісії *e*-коштів, зафіксуємо наш дохід на певному сталому – нульовому – рівні. Тобто не встановлюючи маржі, продаємо *e-gold* кошти за собівартістю золота на світовому ринку. Отже, в рівнянні (3) доданок  $\%_E(t)$  буде дорівнювати нулю (або деякій константі, в залежності від того, на якому рівні зафіксуємо наш дохід). Цей факт буде враховано в подальших математичних викладках.

З іншого боку, на процес продажу *e*-грошей клієнтам впливає бюджет розвитку, тобто ті кошти, які вкладаємо в інформування клієнтів та підвищення привабливості нашої системи. Причому, зі збільшенням вкладень у розвиток збільшаться і суми, що залучаються. В загальному випадку, значення показника бюджету розвитку закладається в річний план розвитку. Але відомо, що для систем Інтернет-розрахун-

ків бюджет розвитку має сенс лише тоді, коли відсоток відрахувань до нього не перевищує 3% від суми, що залучається.

Тепер перейдемо до частини моделі, пов'язаної з керуванням зазначеними потоками за допомогою керуючих впливів.

Як вже сказано, швидкість надходження або відтоку грошових коштів (поточна величина попиту на емітовані грошові знаки *e-gold* –  $E(t)$ , пропозиція –  $R(t)$ ) є певна функція, залежна як від рішень, прийнятих менеджментом, – керуючих впливів, так і від стану зовнішнього економічного середовища – зовнішніх збурень.

Тоді невизначеність можна задавати у вигляді багатозначного відображення:

$$\psi_E : M_E \rightarrow 2^E,$$

де  $E$  – область можливих значень функції попиту на електронну валюту  $E(t)$ ;  $M_E^*$  – область можливих значень відсотків відрахувань в бюджет розвитку  $\%_E^*(t)$  на етапі продажу електронної валюти клієнтам<sup>1</sup>.

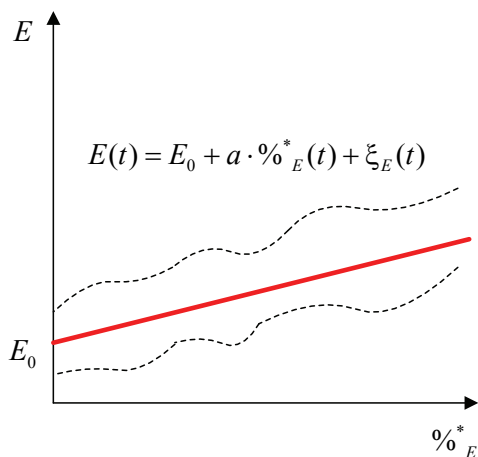


Рис. 3. Багатозначне відображення функції попиту на електронну валюту (етап емісії електронних коштів)

Аналогічно, задамо у вигляді багатозначного відображення функції пропозиції електронної валюти:

<sup>1</sup> Слід розрізняти відсоткову маржу на етапі продажу *e-коштів* клієнтам –  $\%_E(t)$  і відсоток на відрахування в бюджет розвитку –  $\%_E^*(t)$  (позначення із зірочкою).

$$\psi_R : M_R \rightarrow 2^R,$$

де  $R$  – область можливих значень функції пропозиції на погашення електронної валюти  $R(t)$ ;  $M_R$  – область можливих значень відсоткової маржі  $\%_R(t)$  на етапі виведення клієнтами електронної валюти із системи.

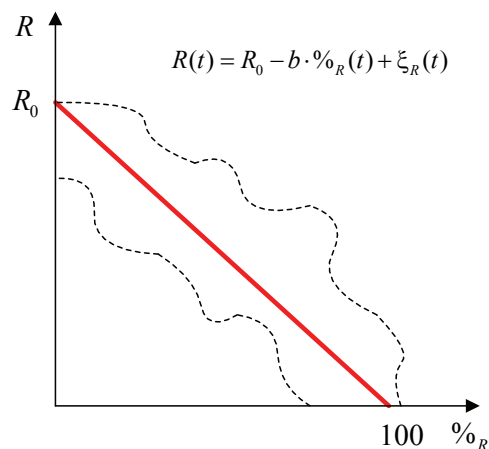


Рис. 4. Багатозначне відображення функції пропозиції електронної валюти (етап погашення електронних коштів)

Очевидно, що зі збільшенням відсоткової ставки відрахувань на бюджет розвитку фінансовий потік надходжень від продажу *e-коштів* клієнтам збільшиться. І навпаки – зі збільшенням відсоткової маржі на етапі погашення *e-коштів* вихідний фінансовий потік буде зменшуватись аж до нуля у випадку, коли відсоткова маржа дорівнюватиме сумі, що виводиться. З надходженнями від транзакцій все простіше: вважаємо, що потік, який формує дохід у даному виді надходжень, буде скорочуватися пропорційно збільшенню відсоткової ставки.

Для деталізації потоків обмежимося лінійними та степеневими рівняннями. В нашій інтерпретації, моделі матимуть такий вигляд:

- для попиту на електронну валюту:

$$E(t) = E_0 + a \cdot \%_E^*(t) + \xi_E(t), \quad (4)$$

де  $E_0$  – попит на грошові одиниці *e-gold* при нульовій ставці відрахувань;  $E_0$  характеризує загальний потенціал ринку щодо цієї послуги ( $E_0 \geq 0$ );  $a$  – коефіцієнт, який показує, на скільки грошових одиниць збільшиться попит на електронну валюту при збільшенні відсотка

відрахувань на 1% ( $a \geq 0$ );  $\xi_E(t)$  – деяка випадкова величина;

- для пропозиції електронної валюти:

$$R(t) = R_0 - b \cdot \%_R(t) + \xi_R(t), \quad (5)$$

де  $R_0$  – пропозиція грошових одиниць *e-gold* при нульовій відсотковій маржі;  $b$  – коефіцієнт, який показує, на скільки грошових одиниць зменшиться виведення електронної валюти при збільшенні відсоткової маржі на 1% ( $b \geq 0$ );  $\xi_R(t)$  – деяка випадкова величина;

- для транзакцій електронної валюти:

$$T(t) = T_0^{-\%_T} + \xi_T(t), \quad (6)$$

де  $T_0$  – обсяг транзакцій при нульовій ставці відсотка;  $\xi_T(t)$  – деяка випадкова величина.

$\xi_E(t), \xi_R(t), \xi_T(t); -c \leq \xi_i \leq c, i = (E, R, T)$  – випадкові величини, які відображають невизначеність зовнішнього економічного середовища.

Враховуючи сказане, отримаємо модель стану резерву електронної платіжної системи в такому вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) = & (E_0 + a \cdot \%_E^*(t) + \xi_E(t)) - \\ & -(R_0 - b \cdot \%_R(t) + \xi_R(t)) + (R_0 - b \cdot \%_R(t) + \\ & + \xi_R(t)) \cdot \%_R(t) + (T_0^{-\%_T} + \xi_T(t)) \cdot \%_T(t), \quad (7) \\ x_1(t_0) = & x_0. \end{aligned}$$

Тоді прибуток платіжної системи, який, в загальному вигляді, являє собою суму отриманих відсотків за транзакції та відсоткової маржі на етапах купівлі–продажу *e-коштів* клієнтами. У вигляді рівняння його можна записати так:

$$\begin{aligned} x_2(t) = & \int_{t_0}^t (R_0 - b \cdot \%_R(t) + \xi_R(t)) \cdot \%_R(t) + \\ & + (T_0^{-\%_T} + \xi_T(t)) \cdot \%_T(t) \quad (8) \end{aligned}$$

або у вигляді диференційного рівняння:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2(t) = & (R_0 - b \cdot \%_R(t) + \xi_R(t)) \cdot \%_R(t) + \\ & + (T_0^{-\%_T} + \xi_T(t)) \cdot \%_T(t), \quad x_2(t_0) = 0. \quad (9) \end{aligned}$$

Введемо такі позначення:  $u_1(t) = \%_E^*(t)$ ,  $u_2(t) = \%_R(t)$ ,  $u_3(t) = \%_T(t)$  – керуючі впливи, тобто наша відсоткова маржа ( $u_1 \in M_E, u_2 \in M_R,$

$u_3 \in M_T$ );  $\theta_1(t) = \xi_E(t)$ ,  $\theta_2(t) = \xi_R(t)$ ,  $\theta_3(t) = \xi_T(t)$  – збурення зовнішнього середовища.

Перепишемо подану модель платіжної системи в канонічному вигляді об'єкта керування. Тоді остаточною системою диференціальних рівнянь, що характеризує стан ОК в даній моделі, запишеться у вигляді

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = (E_0 - a \cdot u_1(t) + \theta_1(t)) - (R_0 - b \cdot u_2(t) + \\ \theta_2(t)) + (R_0 - b \cdot u_2(t) + \theta_2(t)) \cdot u_2(t) + \\ + (T_0^{-u_3} + \theta_3(t)) \cdot u_3(t); \quad (10) \\ \dot{x}_2(t) = (R_0 - b \cdot u_2(t) + \theta_2(t)) \cdot u_2(t) + (T_0^{-u_3} + \\ + \theta_3(t)) \cdot u_3(t). \end{cases}$$

### Результати дослідження

На основі викладеної математичної моделі в середовищі *C++ Builder* було розроблено програмний продукт, який дозволяє проводити імітації сценаріїв роботи електронної платіжної системи, використовуючи різні алгоритми керування. Імітація роботи системи відбувається за умов часткової невизначеності зовнішнього середовища – зважаючи на те, що параметр має випадковий характер, в програмі не передбачено можливості оптимізації цього показника. Але існує можливість сформулювати саме зовнішнє економічне середовище через функції попиту, шляхом визначення загального потенціалу (обсягу) ринку щодо тієї чи іншої послуги, а також коефіцієнти еластичності ринку.

Наведемо та проаналізуємо декілька прикладів роботи програмного продукту. Так, на рис. 5 наведено імітації еволюції платіжної системи із зафіксованими керуючими впливами  $u_1(t) = \text{const}$ ,  $u_2(t) = \text{const}$ ,  $u_3(t) = \text{const}$ .

Траєкторія еволюції платіжної системи на рис. 6 демонструє активний процес менеджменту. Для прикладу, покладемо наступні початкові умови керуючих впливів:  $u_1(t_0) = 1,5$ ,  $u_2(t_0) = 4$ ,  $u_3(t_0) = 0,009$ . Початкові значення фазових змінних будуть дорівнювати нулю, а всі інші параметри зафіксуємо на сталому рівні.

Отже, на початку роботи системи покладено відрахування до бюджету розвитку в 1,5% від

суми, що залучається, та встановлено власну дохідність на етапі виведення *e*-коштів на рівні 4%. Але при цьому, в період із нульового до 2000-го часового такту спостерігалось значне зниження надходжень, фактично система займається «проїданням» стартового капіталу. На момент 2000-го часового такту, щоб не допустити збанкрутіння і вирівняти ситуацію, було прийнято рішення збільшити відсоток дохідності до 12%. Таким чином, в період із 2000-го до 4500-го часового такту вдалося стабілізувати ситуацію і вивести надходження до резерву на рівень 600–800 тис. грошових одиниць з невеликим відхиленням на рівні 3000-го такту, спричиненим позитивними для нас флуктуаціями в зовнішньому економічному середовищі. Звичайно, стабілізація це добре, але слід подумати і про подальший розвиток. Для залучення більшої кількості клієнтів з 4500-го такту збільшується відсоток відрахувань до бюджету роз-

витку до 3% і, при цьому, зменшується дохідність на етапі виведення *e*-коштів на рівні 7%. Отже, із 4500-го часового такту можна спостерігати стабільний розвиток системи, із збільшенням надходжень до резервів ліквідності (невелике падіння спостерігалось лише на рівні 6000–6500 тактів, причиною якого стали тимчасові негативні тенденції в зовнішньому середовищі).

**Висновки.** Розглянуто малодосліджений та, поки що, маловідомий в Україні об'єкт – електронну платіжну систему, яка емітує, підтримує ліквідність та провадить операції з електронними грошима. Причому, прототипом об'єкта дослідження є система *e-gold*, основні характеристики, властивості та аспекти функціонування якої були враховані при моделюванні. Аксиоматика, на якій побудована математична модель, адаптована до теорії керування – математична модель спирається на канонічні визна-

чення цієї наукової дисципліни.

Знайдені шляхи розв'язання задачі не є аналітичним, а визначаються шляхом моделювання. Тому, на основі побудованої математичної моделі, було запропоновано програмний продукт, що ілюструє динаміку зміни резерву для підтримки ліквідності електронної валюти. Використовуючи цей продукт, відповідно до визначених параметрів моделі, можна моделювати стан резерву платіжної системи та оцінювати очікуваний прибуток відповідно до флуктуацій на рин-

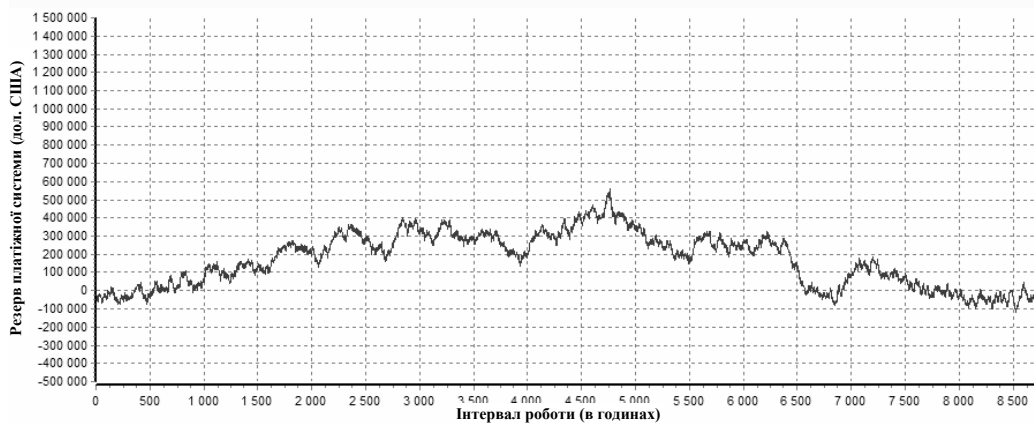


Рис. 5. Імітація еволюції платіжної системи без зміни керуючих впливів

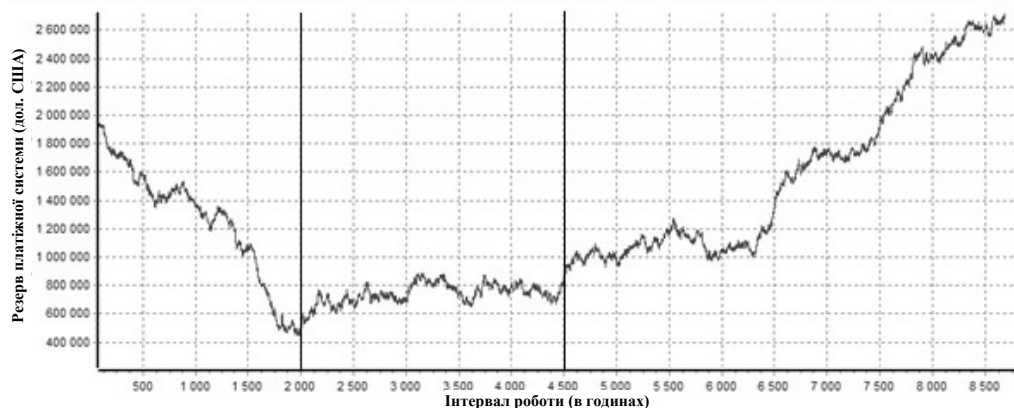


Рис. 6. Активне ручне керування електронною платіжною системою



ку дорогоцінних металів та дій керівництва ЕПС. Крім того, допускається моделювання зовнішнього економічного середовища через відповідні функції попиту, які визначаються загальним потенціалом ринку щодо певної послуги та коефіцієнтами еластичності. Загалом, представлений програмний продукт дозволяє проводити імітації сценаріїв з використанням різних алгоритмів керування в умовах часткової невизначеності зовнішнього середовища.

Звичайно, описана модель є досить спрощеною і являє собою узагальнену основу для подальшого розвитку. Але, зважаючи на відсутність напрацювань з практичними прикладами моделювання роботи систем Інтернет-розрахунків, автори акцентують увагу на тому, що представлена математична модель є базисом для розвитку загальної ідеї моделювання роботи електронної платіжної системи і об'єктом керування.

1. *Генкин А.С.* Планета Web-денег – М.: Альпина Паблишер, 2003. – 510 с.
2. *Schmid B., Klein S.* Electronic markets and the transformation of business // Electronic Markets: Importance and meaning for Switzerland. – Bern: Schweizerischer Wissenschaftsrat, 1996. – P. 21–55.
3. *Cohen B.J.* Electronic Money: New Day or False Dawn? // Intern. Studies Association Working Papers. – 2000. – № 3. – P. 197–225.

4. *Шамраев А.В.* Денежная составляющая платежной системы: правовой и экономической подходы // Деньги и кредит. – 1999. – № 3. – С. 48–57; 2000. – № 4. – С. 38–41.
5. *Електронні гроші: світовий досвід і перспективи розвитку в Україні / В.І. Міщенко, О.О. Махаєва, В.В. Крилова та ін.* // Інформаційно-аналітичні матеріали. – К.: Нац. банк України. Центр наук. досліджень. – 2007. – 7. – 108 с.
6. *Савлук М.І.* Електронні гроші: сутність та порівняльний аналіз якісних властивостей // Вісн. Нац. банку України. – 2004. – № 11. – С. 10–14.
7. *E-gold в России.* Все о платежной системе e-gold – 2008. – <http://e-gold.metal/>
8. *Платіжна система e-gold.* – 2008. – <http://www.e-gold.com/>
9. *Квакернаак Х., Сиван Р.* Линейные оптимальные системы управления. – М.: Мир, 1977. – 650 с.
10. *Егорова Н.Е., Смулов А.М.* Предприятия и банки: Взаимодействие, экономический анализ, моделирование. – М.: Дело, 2002. – 456 с.
11. *Гришин О.Г.* Стратегічне планування і керування діяльністю банківської установи на основі математичної моделі комерційного банку // Економіка та підприємництво. – К.: КНЕУ, 2004 – 12. – 280 с.

Поступила 15.01.2009

Тел. для справок: (044) 537-0203 (Київ)

E-mail: [ag@imoney.ua](mailto:ag@imoney.ua), [alex.bililovets@gmail.com](mailto:alex.bililovets@gmail.com)

© О.Г. Гришин, О.С. Біліловець, 2009

А.Г. Гришин, А.С. Билиловец

## Математическая модель электронной платежной системы как объекта управления

**Введение.** Последнее десятилетие характеризуется появлением инновационных продуктов для осуществления безналичных платежей, чему способствует как научно-технический прогресс, так и развитие финансового рынка. Внутренние и транснациональные розничные платежи, выполняемые с использованием новейших платежных продуктов, увеличиваются как количественно, так и по объемам. Поэтому традиционные технологии банковского учета операций, связанные с идентификацией клиента, оказываются дорогими для систем массовых платежей, которые в большинстве своем оперируют небольшими суммами. Для решения вопроса эффективности и конфиденциальности платежных транзакций необходимо отказаться от хранения и передачи конфиденциальных сведений при отдаленном осуществлении соглашений, не нуждающихся в идентификации клиента.

Безопасность без идентификации может быть легко реализована с помощью электронного платежного средства на предъявителя, который выпускается в обращение без открытия банковского счета. Именно таким платежным средством и являются электронные деньги.

Отдельные аспекты проблемы электронных денег освещены в работах иностранных ученых, в частности [1–4]; в них рассмотрен ряд вопросов, связанных с феноменом электронных денег. Экономисты называют современный период развития электронных денег «детским» – подчеркивают отдаленность перспективы их повсеместного проникновения, считают, что широкое использование этих денег – пока лишь теоретическая концепция. Однако ученые признают, что электронные деньги имеют огромный и малоисследованный потенциал, который благодаря импульсам информационно-технической революции

может превратить их в реально действующий феномен экономической жизни.

В то же время, можно выделить ряд публикаций отечественных ученых [5, 6], посвященных теоретической основе и организационно-правовым аспектам работы электронных платежных систем и электронных денег в Украине и на территории СНГ.

Учитывая имеющуюся теоретическую базу, авторы статьи попытались создать принципиально новый подход к анализу эффективности управления потоками электронных денежных средств. А именно, не вдаваясь в технические детали, сконцентрировать внимание на экономической составляющей объекта исследования и на разработке конкретного примера математической модели функционирования электронной платежной системы (ЭПС) как объекта управления.

### Характеристика объекта исследования

Прототипом объекта исследования стал американский небанковский провайдер он-лайн платежей – система *e-gold*. В 1996 г. *e-gold* была создана американской компанией *Gold & Silver Reserve, Inc.* и изначально позиционировалась разработчиками как глобальная электронная валюта, как проект альтернативных денег.

Дензнаки *e-gold* на 100% обеспечиваются драгоценными металлами, будучи фактически корреспондированы в серебро, золото, платину и палладий. За основную единицу веса драгоценного металла принята тройская унция<sup>1</sup> (*oz. troy*). Можно провести перерасчет драгоценного металла в необходимую для платежа мировую валюту по текущему курсу обмена Лондонской биржи металлов. Золотой запас, поддерживающий *e-gold*, хранится в банке *Nova Scotia* (Торонто, Канада). Кроме того, система обеспечивается гарантиями банков США и Швейцарии [7]. Особенность аккумуляирования средств делает *e-gold* крайне привлекательной в плане осуществления международных платежей, так как электронные активы пользователей оказываются только формально привязанными к национальным валютам.

По данным на начало 2007 г., в системе *e-gold* было открыто более пяти миллионов клиентских счетов (аккаунтов). Ежедневное количество новых аккаунтов превышало две с половиной тысячи. Среднесуточный оборот интернациональной системы электронных платежей достигает нескольких миллионов долларов США [8].

Прежде чем приступить к непосредственному рассмотрению модели, сформулируем основные гипотезы, некоторые из которых были приняты как упрощения.

1. Рассматривается система с фиксированными затратами на ее сопровождение. Хотя на практике представить такое непросто, в данной статье не будут учитываться затраты системы. Это связано с тем, что затраты (зарплата работников, оплата доступа в Интернет, затраты на оборудование и помещение, формирование ре-

зервов, налоги) почти не зависят от объема осуществленных транзакций, эмитированных или погашенных электронных денег. Поэтому введение дополнительного слагаемого, которое качественно не повлияет на результаты работы, на данном этапе разработки модели представляется нецелесообразным.

2. При моделировании акцент делается на качественные показатели, поэтому технические вопросы рассматриваться не будут. Так, например, все показатели будут сразу оцениваться в денежном эквиваленте во избежание лишних преобразований. Электронные средства платежной системы считаются полностью конвертируемыми в наличную валюту, и наоборот.

3. Рассматриваются следующие операции, которые осуществляет платежная система:

- эмиссия *e-денег*<sup>2</sup> и дальнейшая продажа их клиентам–пользователям;
- погашение *e-денег*;
- осуществление транзакций между клиентами системы.

4. Под понятием «транзакция» будем подразумевать перевод электронных денежных единиц с одного клиентского счета на другой, причем один перевод будет равняться одной транзакции. Введение такого условия связано с тем, что в некоторых платежных системах (например, *WebMoney*) большинство операций клиента (обмен, перевод на другие клиентские счета) рассматривается как совокупность транзакций (чаще всего, две или три).

5. На этапе эмиссии *e-денег* зафиксируем наш доход на определенном постоянном уровне. Для упрощения используем вариант – нулевой доход, т.е. не устанавливаем маржу и продаем *e-gold* клиентам по себестоимости золота на мировом рынке.

6. При моделировании для определения функций спроса/предложения ограничимся линейными и степенными уравнениями. В действительности, даже при наличии статистических данных (которые являются закрытой информацией), невозможно выделить единственный тип функций, справедливый для всех платежных систем. А учитывая, что в предложенной модели основной акцент делается не на количественные, а на качественные показатели, тип используемых функций может лишь усложнить вычисление, но не внесет качественных изменений в модель.

7. В модели не рассматриваются такие глобальные факторы влияния, как экономические кризисы, потрясения на финансовых рынках или рынках драгоценных металлов, изменения в действующем законодательстве, правовые или неправовые действия, направленные на регулирование, ограничение или прекращение деятельности компании.

<sup>2</sup> Здесь и далее наряду с термином «электронные деньги» (или «электронная валюта») для краткости будем использовать термин «*e-деньги*» (или «*e-валюта*»).

<sup>1</sup> 1 тройская унция = 31,1034768 грамма.

Теперь перейдем к построению модели электронной платежной системы, рассматривая ее как объект управления (ОУ). Понятие ОУ в теории управления канонизировано в виде, показанном на рис. 1.

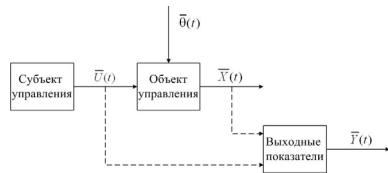


Рис. 1. Схематическое представление понятия объекта управления

Обозначения:

- $t \in [t_0, t_1]$  – интервал времени, на котором рассматривается поведение объекта управления,  $t_0 < t_1$ ;
- $u$  – управляющее воздействие на ОУ (коротко: управление), которое может быть выбрано тем, кто управляет, из множества  $U$  всех возможных действий;
- $\theta$  – возмущение, не зависящее от того, кто управляет (коротко: внешнее влияние, или возмущение), т.е. выбирается без его участия, из некоторого множества всех возможных возмущений  $\Theta$ ;
- $x$  – результат совокупного действия возмущения и управления (коротко: исходящая характеристика ОУ, или фазовая переменная), т.е., фазовая переменная  $x$  принадлежит некоторому множеству  $X$ .

На основе анализа предметной области были определены элементы, принимаемые в качестве фазовых переменных, управляющие воздействия, внешние возмущения и направления их действия. Это позволило разработать концептуальную схему функционирования электронной платежной системы *e-gold* (рис. 2).

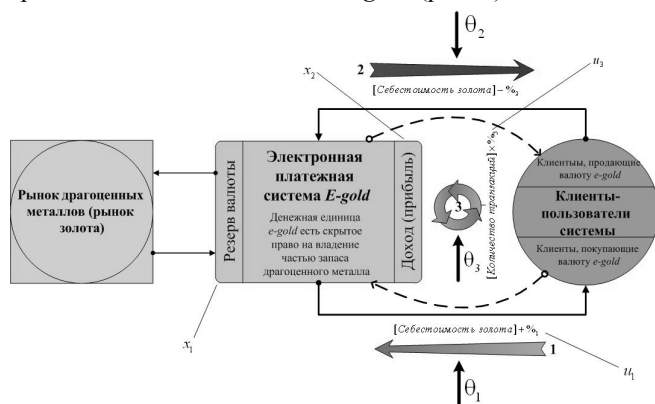


Рис. 2. Концептуальная схема функционирования электронной платежной системы *e-gold*

В приведенной схеме обозначены основные показатели, которые оцениваются в модели (фазовые переменные) – резерв наличных средств (резерв для поддержки ликвидности *e*-денег) и доход платежной системы –  $x_1$  и  $x_2$ .

Управление системой происходит посредством управляющих воздействий – в данном случае их три. Таким образом,  $u_1$  – процент отчислений в бюджет развития,

усиливающего привлекательность системы для пользователей, соответственно, увеличивая потоки поступлений. Под бюджетом развития следует понимать отчисления на рекламу (внешняя реклама, реклама в СМИ и сети Интернет), поощрение для потенциальных пользователей (система скидок, партнерские программы), совместные акции с партнерами. Управляющее воздействие  $u_2$  – процентная маржа, которая определяется как разность между курсами купли–продажи золота на мировом рынке и купли–продажи прав владения им, т.е. единиц *e-gold*. Фактически, маржа является платой за услугу, предоставляемую платежной системой. Управляющее воздействие  $u_3$  выступает в роли комиссионного процента на этапе передачи (транзакции) *e*-денег от одного клиента другому (сама транзакция может происходить только через платежную систему).

Кроме того, на объект управления влияют сторонние возмущения. В модели были учтены наиболее актуальные, с точки зрения авторов, виды возмущений. А именно:  $\theta_1$  – уровень предоставления услуг самой системой и ее представителями (работа с клиентами и клиентская поддержка, сервисы системы);  $\theta_2$  – разница между ценой покупки и продажи золота на рынке драгоценных металлов;  $\theta_3$  – уровень и качество услуг, преимущественно технического характера, предоставляемых системе сторонними поставщиками (стабильность энергоснабжения, сбои в работе сети Интернет, дефекты в работе аппаратного обеспечения). К тому же, на систему влияют и такие общие факторы, как текущий уровень экономической ситуации в стране, ситуация в банковском и финансовом секторах, развитие сегмента он-лайн услуг.

Следует пояснить, о чем именно идет речь в данном контексте. Фактически, на физическом уровне,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  являются не самими случайными возмущениями, а их последствиями, непосредственно влияющими на работу платежной системы. Так, например, сбой на сервере регистратора доменных имен может привести к тому, что пользователи не смогут определенное время пользоваться сайтом ЭПС (случайное возмущение), а это повлияет на качество предоставления услуг (отрицательное воздействие –  $\theta_1$ ). С другой стороны, временные проблемы в банковской сфере (случайное возмущение) могут привести к тому, что клиентам будет удобнее, надежнее и дешевле выполнять денежные переводы в *e*-валюте через электронную платежную систему (положительное воздействие –  $\theta_3$ ).

### Построение математической модели

Собственно математическая модель ЭПС основывается на типичном примере системы управления процессом, в основе которого лежит потоковая модель функционирования объекта, рассмотренная в [9] – так называемый пример о смесительном баке. Основная идея примера заключается в том, что рассматривается смесительный бак; наполняемый от двух потоков, имеющих мгновенные затраты  $F_1(t)$  и  $F_2(t)$ . Оба входящих потока

содержат растворимое вещество с постоянными величинами концентрации  $c_1$  и  $c_2$ . Исходящий поток имеет скорость оттока  $F(t)$ . Предполагается, что содержимое бака перемешивается так, что концентрация исходного потока равняется концентрации  $c(t)$  в баке.

Заметим, что иногда такой подход к моделированию работы электронной платежной системы, за исключением ряда отличий, напоминает потоковую модель функционирования коммерческого банка. Наиболее известные потоковые и имитационные модели функционирования, а также методические и методологические подходы к моделированию деятельности коммерческих банков описаны в [10]. Пример использования теории управления при планировании и управлении деятельностью коммерческого банка приведен в [11].

Адаптируя приведенный пример к рассматриваемой задаче, разделим потоки наличной валюты в платежной системе на входящий и исходящий. В общем случае совокупности входящих и исходящих финансовых потоков обозначаются векторами  $\bar{v}(t)$  и  $\bar{w}(t)$  соответственно:

$$\bar{v}(t) = \begin{pmatrix} v_1(t) \\ \dots \\ v_n(t) \end{pmatrix}, \quad \bar{w}(t) = \begin{pmatrix} w_1(t) \\ \dots \\ w_m(t) \end{pmatrix}.$$

В общем, к входящим финансовым потокам относят: собственные средства акционеров, средства, полученные от клиентов, кредиты и другие источники поступлений (например, гранты на развитие). Соответственно к исходящим потокам принадлежат: выплата дивидендов, средства, выплаченные клиентам, затраты на собственные нужды компании, погашение задолженностей, уплата налогов и др.

В предложенной модели ограничимся анализом лишь финансовых потоков, возникающих при работе с клиентами (купля–продажа электронной валюты, оплата транзакций), а все остальное зафиксируем на постоянном уровне.

Таким образом, имеем в модели два входящих и один исходящий поток<sup>1</sup>. На рис. 2. входящие финансовые потоки обозначены цифрами «1» и «3», исходящий – цифрой «2».

$$\bar{v}(t) = \begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{pmatrix}.$$

К первой группе ( $v_1(t)$ ) входящих потоков отнесем совокупный объем финансовых ресурсов, привлекаемых платежной системой за единицу времени из внешней экономической среды (в частности, средства, поступившие от продажи выпущенной электронной валюты). Вто-

рой группой ( $v_2(t)$ ) будем считать сумму всех средств, поступивших как оплата за транзакции.

Аналогично, совокупность исходящих финансовых потоков обозначим вектором  $\bar{w}(t) = (w_i(t))$ .

Согласно принятым упрощениям, совокупность исходящих потоков сведена до одного элемента. Поэтому первой (и единственной) группой ( $w_1(t)$ ) исходящих потоков будем считать совокупный объем финансовых ресурсов, выдаваемых платежной системой за единицу времени во внешнюю экономическую среду – в частности, средства, выплачиваемые клиентам при выводе электронной валюты из системы.

Задавая движение денежных средств в виде входящих и исходящих финансовых потоков эволюцию объема резервов платежной системы запишем так:

$$x_i(t) = x_i(t_0) + \int_{t_0}^t \sum_i v_i(\tau) - \sum_j w_j(\tau) d\tau, \quad i \neq j \quad (1)$$

или в виде дифференциального уравнения:

$$\dot{x}_i(t) = \sum_i v_i(t) - \sum_j w_j(t), \quad x_i(t_0) = x_0, \quad i \neq j, \quad (2)$$

где  $t$  – время,  $t \in [t_0, t_1]$ ;  $x_i(t)$  – средства, оставшиеся на резервных счетах электронной платежной системы на момент времени  $t$ ;  $x_i(t_0)$  – начальный (стартовый) капитал электронной платежной системы.

Очевидно, что в нашем случае количество входящих и исходящих потоков не совпадает:  $i \neq j$ ;  $i = 2$ ,  $j = 1$ .

Учитывая сказанное, рассмотрим оба потока более детально. Тогда уравнение (2) примет вид

$$\dot{x}_1(t) = E(t) + E(t) \cdot \%_E(t) - R(t) + R(t) \cdot \%_R(t) + T(t) \cdot \%_T(t), \quad x_1(t_0) = x_0, \quad (3)$$

где  $E(t)$  – объем средств, полученных от продажи эмитированной валюты *e-gold*, на момент времени  $t$  (обозначение – от англ. «*emission*» – эмиссия, выпуск);  $\%_E(t)$  – процентная маржа на этапе продажи эмитированной валюты *e-gold* на момент времени  $t$ ;  $R(t)$  – объем средств, выплаченных при выводе электронной валюты из системы, на момент времени  $t$  (обозначение – от англ. «*redemption*» – погашение, возвращение);  $\%_R(t)$  – процентная маржа на этапе вывода электронной валюты *e-gold* на момент времени  $t$ ;  $T(t)$  – общая сумма всех транзакций, прошедших через платежную систему на момент времени  $t$  (обозначение – от англ. «*transaction*» – соглашение, транзакция, торговая операция);  $\%_T(t)$  – фиксированная процентная ставка от суммы транзакции на момент времени  $t$ .

Отметим, и это отображено в уравнении (3), что поток транзакций проходит через систему, не «оставляясь» в ней. Фактически деньги переводятся с одного клиентского счета на другой, но система заби-

<sup>1</sup> Под входящими и исходящим потоками подразумеваются потоки наличной валюты, за которую покупается и продается электронная валюта. На схеме (рис. 2) они обозначены арабскими цифрами и большими стрелками.

рает себе процент за предоставление соответствующей услуги.

Принято, что для упрощения, на этапе эмиссии *e*-средств, будет зафиксирован наш доход на определенном постоянном – нулевом – уровне: т.е. не устанавливается маржа и продаются *e-gold* средства по себестоимости золота на мировом рынке. Таким образом, в уравнении (3) слагаемое  $\%_E(t)$  будет равно нулю (или некоторой константе, в зависимости от того, на каком уровне зафиксирован наш доход). Этот факт учтется в дальнейших математических выкладках.

С другой стороны, на процесс продажи *e*-денег клиентам влияет бюджет развития, т.е. средства, вкладываемые в информирование клиентов и повышение привлекательности предлагаемой системы. Причем с увеличением вложений в развитие увеличатся и объемы привлекаемых сумм. В общем случае, значение показателя бюджета развития закладывается в годовой план развития. Но известно, что для систем Интернет-платежей бюджет развития имеет смысл лишь тогда, когда процент отчислений в него не превышает 3% от привлекаемой суммы.

Теперь перейдем к части модели, связанной с управлением указанными ранее потоками с помощью управляющих воздействий.

Как упомянуто, скорость поступления или оттока денежных средств (текущая величина спроса на эмитированные дензнаки *e-gold* –  $E(t)$ , предложение –  $R(t)$ ) есть некоторая функция, зависящая как от решений принятых менеджментом – управляющих воздействий, так и от состояния внешней экономической среды – внешних возмущений.

Тогда неопределенность можно задавать в виде многозначного отображения:  $\psi_E : M_E \rightarrow 2^E$ , где  $E$  – область возможных значений функции спроса на электронную валюту  $E(t)$ ;  $M_E^*$  – область возможных значений процентов отчислений в бюджет развития  $\%_E^*(t)$  на этапе продажи электронной валюты клиентам<sup>1</sup>.

Аналогично, зададим в виде многозначного отображения функцию предложения электронной валюты:

$$\psi_R : M_R \rightarrow 2^R,$$

где  $R$  – область возможных значений функции предложений на этапе погашение электронной валюты  $R(t)$ ;  $M_R$  – область возможных значений процентной маржи  $\%_R(t)$  на этапе вывода клиентами электронной валюты из системы.

<sup>1</sup> Следует различать процентную маржу на этапе продажи *e*-денег клиентам –  $\%_E(t)$  и процент на отчисление в бюджет развития –  $\%_E^*(t)$  (обозначение со звездочкой).

Очевидно, что с увеличением процентной ставки отчислений в бюджет развития финансовый поток поступлений от продажи *e*-валюты увеличится. И, наоборот, с увеличением процентной маржи на этапе погашения *e*-валюты исходный финансовый поток будет уменьшаться вплоть до нуля в случае, когда процентная маржа будет равняться выводимой сумме. С поступлениями от транзакций все проще: считаем, что поток, формирующий доход по данному виду поступлений, будет сокращаться пропорционально увеличению процентной ставки.

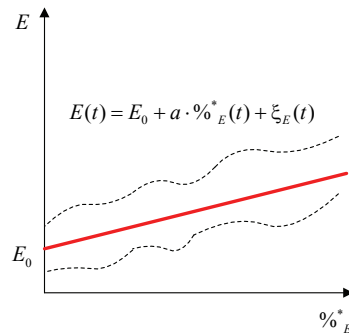


Рис. 3. Многозначное отображение функции спроса на электронную валюту (этап эмиссии электронных денег)

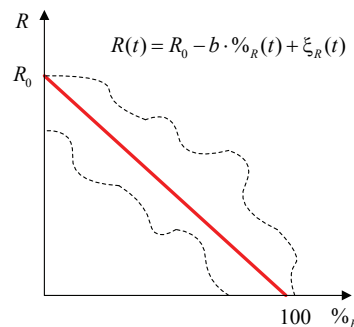


Рис. 4. Многозначное отображение функции предложения электронной валюты (этап погашения электронных денег)

Для детализации потоков ограничимся линейными и степенными уравнениями. В нашей интерпретации, модели будут иметь такой вид:

- для спроса на электронную валюту:

$$E(t) = E_0 + a \cdot \%_E^*(t) + \xi_E(t), \quad (4)$$

где  $E_0$  – спрос на денежные единицы *e-gold* при нулевой ставке отчислений;  $E_0$  характеризует общий потенциал рынка относительно этой услуги ( $E_0 \geq 0$ );  $a$  – коэффициент увеличения в денежных единицах спроса на электронную валюту при увеличении процента отчислений на 1% ( $a \geq 0$ );  $\xi_E(t)$  – некоторая случайная величина;

- для предложения электронной валюты:

$$R(t) = R_0 - b \cdot \%_R(t) + \xi_R(t), \quad (5)$$

где  $R_0$  – предложение денежных единиц *e-gold* при нулевой процентной марже;  $b$  – коэффициент уменьшения в денежных единицах вывода электронной валюты при увеличении процентной маржи на 1% ( $b \geq 0$ );  $\xi_R(t)$  – некоторая случайная величина;

- для транзакций электронной валюты:

$$T(t) = T_0^{-\%_T} + \xi_T(t), \quad (6)$$

где  $T_0$  – объем транзакций при нулевой ставке процента;  $\xi_T(t)$  – некоторая случайная величина.

$\xi_E(t)$ ,  $\xi_R(t)$ ,  $\xi_T(t)$ ;  $-c \leq \xi_i \leq c$ ,  $i = (E, R, T)$  – случайные величины, отражающие неопределенность во внешней экономической среде.

Учитывая сказанное, получим модель состояния резерва электронной платежной системы в таком виде:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) = & (E_0 + a \cdot \%_E^*(t) + \xi_E(t)) - (R_0 - b \cdot \%_R(t) + \\ & + \xi_R(t)) + (R_0 - b \cdot \%_R(t) + \xi_R(t)) \cdot \%_R(t) + \\ & + (T_0^{-\%_T} + \xi_T(t)) \cdot \%_T(t), \quad x_1(t_0) = x_0. \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда доход платежной системы, который в общем виде представляет собой сумму полученных процентов от транзакций и процентной маржи на этапах купли–продажи  $e$ -денег клиентами. Его можно записать в виде уравнения

$$\begin{aligned} x_2(t) = & \int_{t_0}^t (R_0 - b \cdot \%_R(t) + \xi_R(t)) \cdot \%_R(t) + \\ & + (T_0^{-\%_T} + \xi_T(t)) \cdot \%_T(t) \end{aligned} \quad (8)$$

или в виде дифференциального уравнения:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2(t) = & (R_0 - b \cdot \%_R(t) + \xi_R(t)) \cdot \%_R(t) + \\ & + (T_0^{-\%_T} + \xi_T(t)) \cdot \%_T(t), \quad x_2(t_0) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Введем следующие обозначения:  $u_1(t) = \%_E^*(t)$ ,  $u_2(t) = \%_R(t)$ ,  $u_3(t) = \%_T(t)$  – управляющие воздействия ( $u_1 \in M_E$ ,  $u_2 \in M_R$ ,  $u_3 \in M_T$ );  $\theta_1(t) = \xi_E(t)$ ,  $\theta_2(t) = \xi_R(t)$ ,  $\theta_3(t) = \xi_T(t)$  – возмущения внешней среды.

Перепишем модель платежной системы в каноническом виде объекта управления. Тогда окончательная система дифференциальных уравнений, характеризующая состояние ОУ в данной модели, запишется так:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = (E_0 - a \cdot u_1(t) + \theta_1(t)) - (R_0 - b \cdot u_2(t) + \\ \quad + \theta_2(t)) + (R_0 - b \cdot u_2(t) + \theta_2(t)) \cdot u_2(t) + \\ \quad + (T_0^{-u_3} + \theta_3(t)) \cdot u_3(t); \\ \dot{x}_2(t) = (R_0 - b \cdot u_2(t) + \theta_2(t)) \cdot u_2(t) + \\ \quad + (T_0^{-u_3} + \theta_3(t)) \cdot u_3(t). \end{cases} \quad (10)$$

### Результаты исследования

На основе предложенной математической модели в среде *C++Builder* разработан программный продукт, позволяющий проводить имитации сценариев работы электронной платежной системы, используя различные алгоритмы управления. Этот процесс происходит в условиях частичной неопределенности внешней среды – учитывая, что параметр носит случайный характер, в программе не предусмотрены возможности оптимизации этого показателя. Однако существует возможность сфор-

мировать собственно внешнюю экономическую среду через функции спроса путем определения общего потенциала (объема) рынка относительно той или другой услуги, а также коэффициенты эластичности.

Приведем несколько примеров работы программного продукта и проанализируем их. Так, на рис. 5 показана имитация эволюции платежной системы с зафиксированными управляющими влияниями  $u_1(t) = \text{const}$ ,  $u_2(t) = \text{const}$ ,  $u_3(t) = \text{const}$ .

Траектория эволюции платежной системы на рис. 6 демонстрирует активный процесс менеджмента. В качестве примера определим следующие начальные условия управлений:  $u_1(t_0) = 1,5$ ,  $u_2(t_0) = 4$ ,  $u_3(t_0) = 0,009$ . Начальные значения фазовых переменных будут равняться нулю, а все другие параметры зафиксируем на постоянном уровне.

Таким образом, в начале работы системы были определены отчисления в бюджет развития на уровне 1,5% от привлекаемой суммы, и установлена собственная доходность на этапе вывода  $e$ -валюты на уровне 4%. Но при этом, в период с нулевого по 2000-й временной такт наблюдалось значительное снижение поступлений – фактически система занимается «проеданием» стартового капитала. На момент 2000-го временного такта, чтобы не допустить банкротства и стабилизировать ситуацию, было принято решение увеличить доходность до 12%. Таким образом, в период с 2000-го по 4500-й удалось стабилизировать ситуацию и вывести поступления в резерв на уровень 600–800 тыс. дензнаков с небольшим отклонением на уровне 3000-го такта, вызванным положительными (для нас) флуктуациями во внешней экономической среде. Конечно, стабилизация это хорошо, но неплохо было бы подумать и о дальнейшем развитии. Для того, чтобы привлечь большее количество клиентов, с 4500-го такта увеличиваются отчисления в бюджет развития до 3% и при этом уменьшается доходность на этапе вывода  $e$ -денег до уровня 7%. Таким образом, с 4500-го временного такта наблюдается стабильное развитие системы с увеличением поступлений в резервы ликвидности (небольшое падение наблюдалось лишь на уровне 6000–6500 тактов, причиной которого стали не продолжительные отрицательные тенденции во внешней среде).

**Заключение.** Рассмотрен малоисследованный и, пока что, малоизвестный в нашей стране объект – электронная платежная система, которая эмитирует, поддерживает ликвидность и проводит операции с электронными деньгами. Прототипом объекта исследования стала система *e-gold*, основные характеристики, свойства и аспекты функционирования которой были учтены при моделировании. Аксиоматика, на которой была построена математическая модель, адаптирована к теории управления – математическая модель основывается на канонических понятиях этой научной дисциплины.

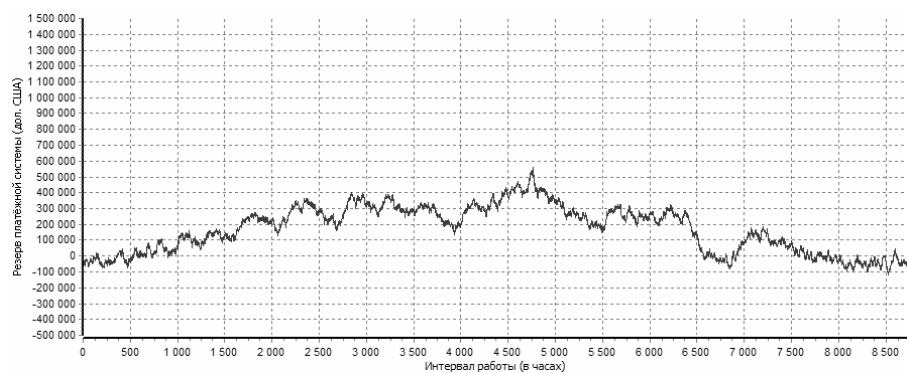


Рис. 5. Имитация эволюции платежной системы без изменения управляющих воздействий

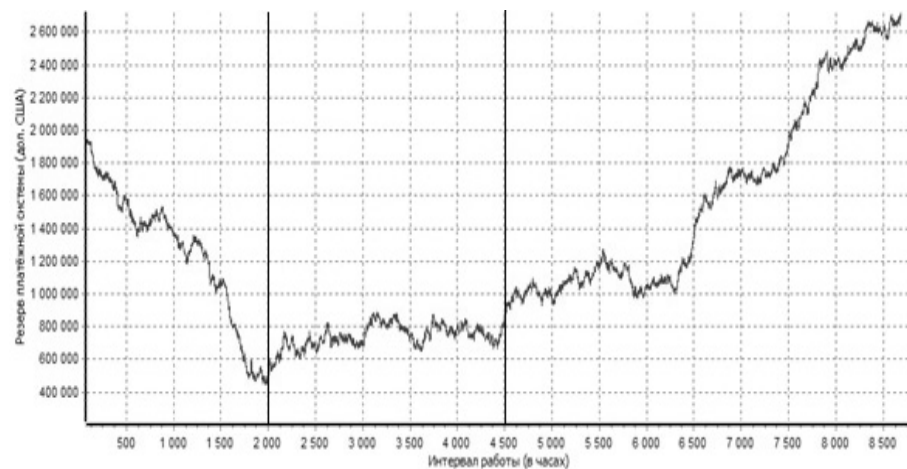


Рис. 6. Активное ручное управление электронной платежной системой

Отметим, что найденные пути решения данной задачи не являются аналитическими, а определяются путем моделирования. Поэтому на базе построенной математической модели был создан программный продукт, иллюстрирующий динамику изменения резерва для под-

держки ликвидности электронной валюты. Используя его, согласно определенным параметрам модели, можно моделировать состояние резерва платежной системы и оценивать ожидаемую прибыль в зависимости от флуктуаций на рынке драгоценных металлов и действий руководства ЕПС. Кроме того, допускается моделирование внешней экономической среды через соответствующие функции спроса, определяемые общим потенциалом рынка относительно определенной услуги и коэффициентами эластичности. В общем, представленный программный продукт позволяет проводить имитации сценариев с использованием различных алгоритмов управления в условиях частичной неопределенности внешней среды.

Конечно, описанная модель довольно упрощена и представляет собой обобщенную основу для дальнейшего развития. Но, учитывая отсутствие наработок и практических примеров моделирования работы систем Интернет-платежей, авторы акцентируют внимание на том, что данная модель является базисом для развития общей идеи моделирования работы электронной платежной системы, и объектом управления.

## Внимание !

**Оформление подписки для желающих опубликовать статьи в нашем журнале обязательно. В розничную продажу журнал не поступает. Подписной индекс 71008**