УДК 004.7.052:004.414.2

И.А. Жуков

Анализ устойчивости систем управления корпоративными компьютерными сетями при наличии задержек доставки управляющей информации

Рассмотрена задача управления компьютерной сетью масштаба мегаполиса или крупной корпорации. Предложена иерархическая структура управления автономными сегментами сети. Разработана математическая модель системы управления с применением дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом и разностных уравнений специального вида. Проанализирована асимптотическая устойчивость системы при изменениях задержки и коэффициентов обратной связи.

A task of the management of the computer metropolitan area network or a large corporation is considered. A hierarchical structure of control of the autonomous segments of a network is suggested. A mathematical model of the control system is developed with the use of differential equalizations with a deviated argument and difference equations of a special kind. The asymptotic stability of the system is analyzed at the changes of the delay and the feed-back coefficients.

Розглянуто задачу управління комп'ютерною мережею масштабу мегаполісу або крупної корпорації. Запропоновано ієрархічну структуру управління автономними сегментами мережі. Розроблено математичну модель системи управління із застосуванням диференціальних рівнянь з аргументом, що відхиляється, і різницевих рівнянь спеціального вигляду. Проаналізовано асимптотичну стійкість системи при змінах затримки і коефіцієнтів зворотного зв'язку.

Введение. Система управления (СУ) компьютерными сетями масштаба мегаполиса или крупной корпорации теоретически имеет многосвязную распределенную структуру. Однако глобальная СУ практически нереализуема для работы в условиях критичного применения, например, для систем реального времени. Выходом из сложившейся ситуации может служить разбиение глобальной СУ вычислительной сетью на подсистемы с иерархической (древовидной) структурой [1], с помощью отдельных звеньев которой осуществляется разделенное управление автономными сегментами (АС), связанными между собой линиями передачи данных (ЛПД). Такой подход может быть оправдан тем обстоятельством, что любая достаточно крупная сеть, по существу, представляет собой набор практически независимых сегментов, связанных между собой ЛПД [2].

Для обеспечения устойчивости к отказам оборудования, перегрузкам отдельных зон АС или АС в целом необходимо реализовать звено управления более высокой иерархии. В этом звене решаются задачи глобального управления, в частности, перераспределения вычислительной нагрузки от АС с отказами и перегрузками на АС, работающими в штатном режиме [3, 4].

Сложность задач управления сетями заключается в том, что информация о состоянии сети, возникающих неисправностях или возмущениях различного характера поступает в систему управления с задержкой, как правило, случайной. Управляющие сигналы, вырабатываемые системой управления, также поступают на объекты управления со случайной задержкой. По существу, СУ представляет собой автоматическую систему с задержанной обратной связью (ОС). Поэтому необходимо решать задачи не только анализа (обнаружения и распознавания) аномалий в работе сети, но и прогноза их возникновения и развития.

Некоторые частные задачи управления сетью при наличии задержек управляющего сигнала рассматривались в работах [5, 6]. Однако при этом СУ на устойчивость не исследовались. Для обеспечения устойчивого управления при наличии случайных задержек в СУ сетью должно быть реализовано дуальное управление [7], преодоление априорной неопределенности методами теории распознавания образов и собственно управление. Эти составляющие общей задачи управления сложными системами взаимосвязаны и неотделимы друг от друга [8].

Задачи дуального управления можно решать разными методами. Наиболее известны метод эталонной модели [9] и метод анализа чувствительности к возмущениям [10]. Обычно подчеркивают преимущества систем с самонастраивающимися эталонными моделями. Однако теоретических обоснований предпочтительности одной системы перед другой, подкрепленных количественными оценками (например, по результатам исследования асимптотических оценок устойчивости и управляемости), в доступных источниках не встречается. Для того чтобы восполнить этот пробел, в статье проведен качественный анализ процессов управления компьютерной сетью как сложной системы с задержками информации.

Задача управления АС компьютерной сети с использованием эталонной модели

На начальном этапе модель строится на основе результатов анализа параметров и структуры АС. В процессе текущего функционирования АС выполняется сбор статистики, идентификация, строится прогноз его состояния. Данные прогноза вводятся в эталонную модель для текущей коррекции (самонастройки).

При сборе статистики учитываются расхождения параметров эталонной модели и реального объекта, информация о которых поступает с некоторым запаздыванием. На рис. 1 представлена гипотетическая схема СУ.

Ядром парциальной СУ i-м АС является i-я эталонная модель M_i, разделенная на два подуровня. Первый уровень отвечает за состояние каждого элемента АС в отдельности и привязан к конкретному оборудованию (маршрутизаторам, мостам, коммутаторам и пр.). Второй (сетенезависимый) – отвечает за общее состояние АС. Такой подход позволяет отделить задачу управления надежностью оборудования от задачи анализа и управления топологией компьютерной сети.

В СУ осуществляется поиск объектов в сети и сбор статистики для обучения эталонной модели. Далее выполняется мониторинг всех объектов и формируется прогноз работоспособности сети. Прогноз формируется на основе вектора выходных сигналов второго уровня эталонной модели.

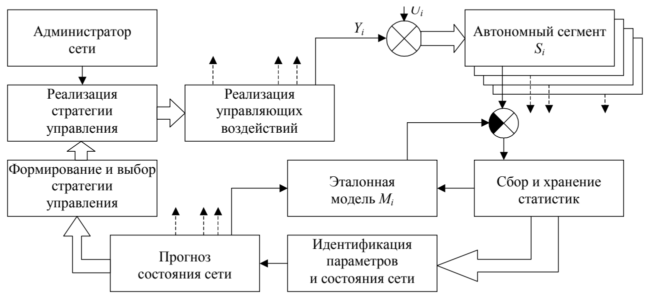

Рис. 1. Модель системы управления вычислительной сетью с эталонной моделью. $S_1, S_2,\dots, S_i,\dots, S_n$ – сегменты сети; Y_i – вектор состояния; U_i – вектор управления

Для обеспечения устойчивости СУ необходимо проанализировать изменения ее параметров при случайных отклонениях задержек сигнальной и управляющей информации. Системы с задержанной ОС вполне адекватно описываются дифференциальными уравнениями с отклоняющимся аргументом [11].

Математическая модель системы управления сетью

В соответствии с общей теорией управления [12] процессы обмена информацией между управляемыми объектами (АС) S_i сети и СУ описываются (векторными) дифференциально-разностными уравнениями или уравнениями с отклоняющимися аргументами. Это допущение вполне справедливо для дискретных систем с запаздыванием, каковыми являются компьютерные сети. В самом общем случае

$$y'_{asi}(t)=f\left(t,y_{asi}(t),\dots,y_{asi}(t-\tau_i),u_i(t-v_i),\xi_i(t)\right),\quad(1)$$

где $y_{asi}(t)$ – вектор состояния объекта S_i (информационный сигнал); $u_i(t)$ – вектор управления (управляющий сигнал); $\xi_i(t)$ – вектор случайных возмущений, действующих на S_i; τ_i и v_i – запаздывания $y_{asi}(t)$ и $u_i(t)$ соответственно.

Цель функционирования СУ – максимально повысить качество управления путем повышения эффективности обмена данными между сторонами. Однако результат приложенных усилий станет известен только в момент времени T. На интервале наблюдения $0\le t\le T$ можно вырабатывать наилучшие управления $u_i(t)$ и прогнозировать конечный результат, только опираясь на данные о текущем состоянии $y_{asi}(t)$.

Наличие запаздываний τ_i и ν_i приводит к качественным изменениям в постановке задачи и в методах поиска решений. В качестве начального условия (набора начальных условий) следует задавать не только значения функций $y_{asi}(t_0)$, $u_i(t_0)$, но и все значения искомых функций на отрезках $t_0 - \tau_i \le t \le t_0$, $t_0 - \nu_i \le t \le t_0$ соответственно. Кроме того, запаздывание в уравнениях (1) может оказывать существенное влияние на устойчивость решения (даже если исходная система без запаздывания устойчива) и приводить к появлению периодических решений, к совпадению решений и т.д. Для решения уравнений вида (1) обычно применяют метод последовательного интегрирования (метод шагов) [11]. Однако анализ решений на устойчивость является весьма сложной задачей, общее решение которой во всей области существования, как правило, получить не удается.

Для упрощения задачи и получения неких асимптотических оценок предположим, что СУ может быть описана с приемлемой для рассматриваемого приложения точностью линейными дифференциальными уравнениями с коэффициентами k_i, постоянными на интервале наблюдения:

$$y'_{asi}(t) = b_i y_{asi}(t-\tau_i) + u_i(t-\nu_i) + \xi_i(t). \quad (2)$$

Рассмотрим методы решения уравнений типа (2).

1. Разложение в ряд по основным решениям.

Однородное уравнение, вытекающее из (2):

$$y'_{asi}(t) = b_i y_{asi}(t-\tau_i). \quad (3)$$

Частные решения (3) будем искать в виде

$$y_{asi}(t) = \exp(\alpha t). \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3) и сокращая на $\exp(\alpha t)$, получим для определения α_i так называемое характеристическое уравнение:

$$b_i \alpha_i \exp(-\alpha_i \tau_i) = 0 \quad (5)$$

с характеристическим квазиполиномом вида

$$\Phi(\alpha_i) = b_i \alpha \exp(-\alpha \tau_i).$$

Уравнение (5) имеет бесконечное множество корней, поэтому решение в замкнутой форме получить не удается. Соответственно, получение обобщенных асимптотических оценок связано со значительными математическими трудностями.

2. Применение интегральных преобразований, для которых известны обращения. Запишем изображение уравнения (2) по Лапласу:

$$pY_{asi}(p) = b_i Y_{asi}(p)\exp(-p\tau_i) + U_i(p)\exp(-p\nu_i) + \Xi(p). \quad (6)$$

В отсутствие возмущений уравнение (6) имеет вид

$$pY_{asi}(p) = b_i Y_{asi}(p)\exp(-p\tau_i) + U_i(p)\exp(-p\nu_i), \quad (6а)$$

а его передаточная функция

$$H(p) = \frac{\exp(-p\nu_i)}{1 - b_i \exp(-p\tau_i)}. \quad (7)$$

Уравнение (7) является трансцендентным, поэтому для поиска особых точек приходится применять численные методы. Однако получить некие асимптотические оценки поведения системы при изменениях отклонений или коэффициентов не представляется возможным.

Разностные схемы

Считается [13], что для уравнений с отклоняющимся аргументом метод аппроксимации дифференциальных уравнений разностными уравнениями особенно эффективен.

Запишем разностное уравнение с разностями первого порядка для исходного уравнения (2) без аддитивного шума в наблюдениях:

$$\frac{y_{asi}(t) - y_{asi}(t-\Delta t)}{\Delta t} \approx b_i y_{asi}(t - k\Delta t) + u_i(t - m\Delta t), \quad (8)$$

где Δt – элементарный интервал; $k\Delta t = \tau_i$ – задержка информации о состоянии объекта; $m\Delta t = \nu_i$ – задержка управляющего сигнала.

Элементарный интервал Δt в рассматриваемой задаче логично выбирать равным периоду поступления пакетов T_p на вход СУ. Поступающие пакеты содержат информацию о параметрах и состоянии сети. Задержка управляющих сигналов в общем случае не равна задержке информационных сигналов.

Без потери общности получаемых результатов можно рассмотреть задачу для нормированного элементарного интервала $\frac{\Delta t}{T_p} = 1$. Тогда уравнение (8) примет следующий вид:

$$y_{asi}(n) \approx y_{asi}(n-1) + b_i y_{asi}(n-k) + u_i(n-m), \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \tag{9}$$

Выполнив z-преобразование (9), получим выражение для системной функции:

$$H(z) = \frac{z^{-m}}{1 - z^{-1} - b_i z^{-k}}. \tag{10}$$

Условием устойчивости функции $H(z)$, описываемой выражением (10), является расположение полюсов внутри единичной окружности z-плоскости [14]. Проанализируем динамику перемещения полюсов $H(z)$ при изменениях степеней переменной z и коэффициентов b_i.

Исследование асимптотической устойчивости системы

Полюсами функции $H(z)$ являются корни полинома знаменателя. Запишем уравнение этого полинома:

$$1 - z^{-1} - b_i z^{-k} = 0. \tag{11}$$

Умножив обе части (11) на z^l, получим уравнение

$$z^k - z^{k-1} - b_i = 0, \tag{12}$$

представляющее собой характеристический полином уравнения (9).

Для исследования процессов на выходе СУ рассчитаны импульсные характеристики для разных величин задержки информационного сигнала и разных коэффициентов b_i. На рис. 2 изображены графики импульсных характеристик системы с задержкой информационного сигнала на 10 элементарных интервалов. Коэффициенты b_i менялись от –0,16 до –0,2. При b_i, меньшем 0,2 по абсолютной величине, импульсная характеристика с течением времени асимптотически сходится к нулю, а при $|b_i| \geq 0,2$ она становится расходящейся.

Так же были рассчитаны импульсные характеристики систем с разными временами задержки сигнала $y_{asi}(t)$ при постоянном коэффициенте обратной связи b_i = –0,2. На рис. 3 приведены графики импульсных характеристик.

Отметим, что и при положительных значениях коэффициента b_i имеют место такие же закономерности изменения импульсных характеристик.

По результатам проведенных исследований можно сделать следующий вывод. Чем больше задержка в цепи обратной связи (соответственно, чем выше степень полинома знаменателя системной функции), тем при меньших абсолютных значениях коэффициента в цепи ОС импульсная характеристика становится расходящейся.

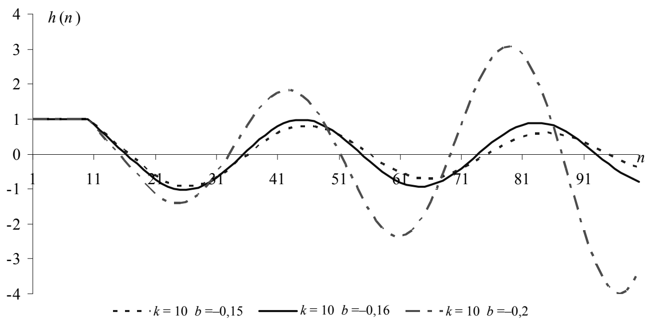

Рис. 2. Импульсные характеристики системы с постоянным запаздыванием при разных коэффициентах обратной связи

Для получения асимптотических характеристик устойчивости исследуемой системы только результатов анализа импульсных характеристик недостаточно. Необходимо исследовать поведение полюсов системной функции (10), т.е. корней полинома знаменателя.

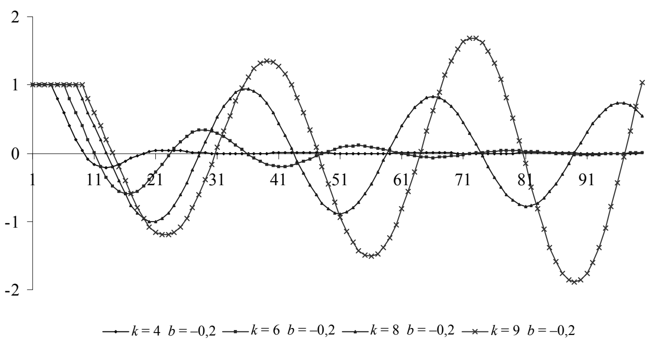

Рис. 3. Импульсные характеристики систем с разной величиной запаздывания

В соответствии с основной теоремой высшей алгебры […] полином k-го порядка с вещественными коэффициентами имеет ровно k корней, которые могут быть вещественными или представлять собой комплексно сопряженные пары. Поэтому исчерпывающую информацию об устойчивости могут дать модули этих корней.

На рис. 4 приведены результаты расчетов модулей корней полиномов 5-го и 10-го порядков в зависимости от величины коэффициента ОС. При достаточно большом диапазоне изменений этих коэффициентов корни полиномов остаются меньше единицы по модулю. Однако для каждой конкретной величины задержки необходимо рассчитывать диапазон допустимых значений коэффициентов ОС, при которых система останется устойчивой.

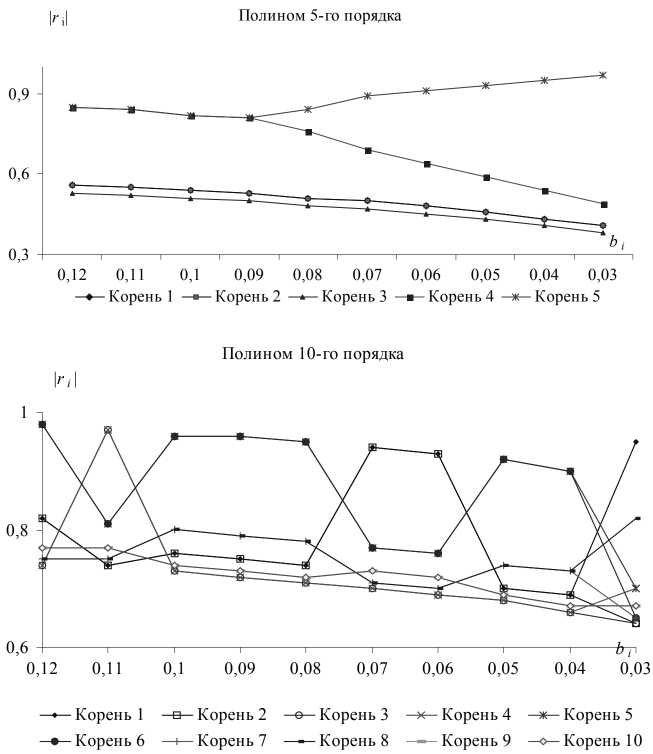

Рис. 4. Изменения значений модулей корней в зависимости от величины коэффициента ОС

По результатам исследований частотно-временных характеристик систем, описываемых уравнениями с отклоняющимся аргументом, построены области устойчивости системной функции типа (10), определяемой неравенством $|r_i| < 1$ при постоянных b_i, где $|r_i|$, $i = \overline{1,k}$ – модули корней полинома k-го порядка. На рис. 5 приведен пример такой области. Например, при $k > 20\ldots25$ устойчивость системы имеет место при $b_i \le 0{,}01\ldots0{,}02$. По существу, система становится слабоуправляемой. Следовательно, необходимо постоянно контролировать задержки доставки служебной информации и принимать меры по уменьшению этих задержек.

Принципиальная особенность функции (10) применительно к прикладной задаче управления сетью – степень полинома знаменателя и, соответственно, уравнения (12) определяется задержкой τ_i. В реальной сети задержка доставки данных – случайная величина, а среднеквадратическое отклонение задержки меняется в широких пределах [2].

В сложных системах имеет место эффект нормализации случайных параметров протекающих процессов, причем вероятностное распределение тем ближе к гауссовскому, чем больше масштаб системы [15]. Поэтому можно утверждать, что распределение задержек доставки данных с достаточной точностью описывается гауссовским законом.

С учетом ранее сказанного, необходимо обеспечивать дополнительный запас устойчивости системы по модулю коэффициента ОС, например, по правилу трех сигма. В этом случае выход полюса за пределы единичной окружности расценивается как грубый промах. Вероятность того, что на интервале наблюдения такое событие произойдет, – величина второго порядка малости.

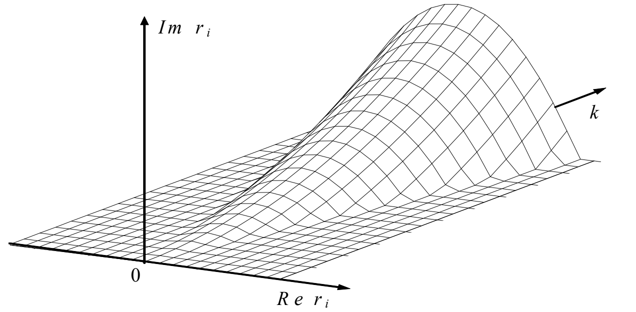

Рис. 5. Область устойчивости системы, описываемой функцией (10). $Im\ r_i$ и $Re\ r_i$ – мнимая и действительная части корня r_i соответственно

Заключение. Для управления АС сети и исключения потерь устойчивости СУ необходимо постоянно выполнять мониторинг сети. Задачи мониторинга следующие:

– измерение скорости поступления пакетов данных на вход СУ;

– измерение текущей задержки доставки и вычисление средней задержки;

– вычисление среднеквадратического отклонения задержки.

По данным мониторинга определяются исходные данные для решения задач анализа и прогноза параметров и состояния сети и для настройки СУ:

– вычисляются зависимости значений корней характеристического полинома от величины средней задержки;

– регулируются коэффициенты ОС с учетом необходимого запаса устойчивости СУ;

– контролируется степень управляемости автономного сегмента и регулируется величина задержки служебной информации.

По существу, совокупность задач мониторинга и регулирования параметров СУ представляет собой задачу дуального управления компьютерной сетью с явной ОС на основе эталонной модели. В дальнейшем планируется рассмотреть задачу управления с косвенной ОС (по результатам анализа возмущений параметров сетевых узлов) и дать сравнительную оценку эффективности данных методов управления.

1. *Леохин Ю.Л.* Архитектура интеллектуальных систем управления компьютерными сетями // Междунар. науч. конф. «Информационные технологии и телекоммуникации в образовании и науке» (*IT&T ES*'2008) – http://www.ict.edu.ru/vconf/
2. *Столлингс В.* Современные компьютерные сети. 2-е изд. – СПб: Питер, 2003. – 783 с.
3. *Жуков И.А.* Новые компьютерные технологии проектирования телекоммуникаций гражданской авиации Украины // Проблеми інформатизації та управління. – К.: НАУ, 2009. – **3**. **–** № 27. – С. 62–72.
4. *Жуков И.А.*, *Ластовченко М.М.* Концепция создания программной среды графического моделирования как основы интеллектуального проектирования телекоммуникаций // УСиМ. – 2008. – № 5. – С. 52–61.
5. *Иванов И.А.*, *Леохин Ю.Л.* Интеллектуальное управление компьютерными сетями // Автоматизация и современные технологии. – № 12, 2006. – http://www.mashin.ru/jurnal/
6. *Макаренко А.В.* Влияние задержки управляющего сигнала на оптимальность системы управления потоком кадров *IEEE* 802.3*X* // Журнал радиоэлектроники ИРЭ РАН, 2001. – № 12. – jre.cplire.ru/koi/dec01/5/text.html
7. *Фельдбаум А.А.* Основы теории оптимальных автоматических систем. – М.: Наука, 1966. – 624 с.
8. *Гельфанд И.М.*, *Цетлин М.Л.* О некоторых способах управления сложными системами // Успехи математических наук, 1962, Т. XVII. – **1**. – № 103. – С. 3–25.
9. *Растригин Л.А.* Адаптация сложных систем. – Рига: Зинатне, 1981. – 375 с.
10. *Томович Р.*, *Вукобратович М.* Общая теория чувствительности. – М.: Сов. радио, 1972. – 240 с.
11. *Эльсгольц Л.Э.*, *Норкин С.Б.* Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. – М.: Наука, 1971. – 296 с.
12. *Красовский Н.Н.* Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 476 с.
13. *Беллман Р.*, *Кук К.* Дифференциально-разностные уравнения. – М.: Мир, 1967. – 548 с.
14. *Свешников А.Г.*, *Тихонов А.Н.* Теория функций комплексной переменной. – М.: Наука, 1979. – 320 с.
15. *Казаков И.Е.* Статистическая динамика систем с переменной структурой. – М.: Наука, 1977. – 416 с.

Поступила 19.04.2010
Тел. для справок: (044) 497-52-94, 406-70-08 (Киев)
E-mail: *zhukov@iit.nau.edu.ua*

●