

М.В. Синьков, А.І. Закидальський, Є.О. Цибульська

Томографічна реконструкція «великих» об'єктів при використанні надлишковості проєкційних даних

Рассмотрены вопросы объемной реконструкции «больших» объектов на томографах с ограниченной по размерам матрицей детекторов. Проанализированы дополнительные погрешности, возникающие из-за половинного охвата объекта сканирующей системой при регистрации данных измерения. Предложены пути повышения качества реконструкции изображения.

The problems of the reconstruction of «large» objects on a tomography with a limited-size matrix of detectors are considered. An analysis of the additional errors that arise due to the half coverage of the object scanning system for data recording measurements is made. Based on the analysis of the errors, ways to improve the quality of image reconstruction are suggested.

Розглянуто питання об'ємної реконструкції «великих» об'єктів на томографах з обмеженою за розмірами матрицею детекторів. Наведено аналіз додаткових похибок, що виникають через половинне охоплення об'єкту системою сканування при реєстрації даних вимірів. Запропоновано шляхи підвищення якості реконструкції зображень.

Вступ. Сучасна комп'ютерна томографія є результатом досягнень багатьох наукових і технічних напрямів – математики, фізики, медицини, радіології, обчислювальної техніки та ін. Існує значне число модифікацій комп'ютерних томографів, які відрізняються за типами проникаючого випромінювання, що використовується, побудовою системи сканування, алгоритмічним і програмним апаратом обробки даних, показниками просторової та щільнісної роздільної здатності і т.ін. [1].

У відділі спеціалізованих засобів моделювання Інституту проблем реєстрації інформації (ІПРІ) НАН України розроблено та передано для серійного виробництва комп'ютерний томограф третього покоління для дослідження живих об'єктів. В цій роботі найскладнішою за вимогами частиною був вузол збору даних з детекторів та перетворення їх у зручну для цифрової обробки форму, що було блискуче виконано Анатолієм Івановичем Закидальським. На такому ж рівні розроблено систему реконструкції та візуалізації зображень.

При виконанні цих робіт неодноразово виникали наукові дискусії про те, що робити з живими об'єктами, які не вміщуються у вікно томографа («великі» об'єкти). У цих дискусіях також чітко сформувався розуміння того, що, крім живих об'єктів, необхідно томографувати

об'єкти неживої природи такого типу. Об'єкти, умовно названі «великими», стали основою подальших спеціальних розробок.

Саме цим питанням присвячено дану статтю, яка базується на задумах і наукових підходах до розв'язання задачі, запропонованих А.І. Закидальським.

Постановка задачі

Метою даної роботи є визначення шляхів розширення класу об'єктів, які можна досліджувати на томографах з обмеженою за розмірами матрицею детекторів, шляхом використання надлишковості проєкційних даних, отриманих при скануванні.

Надлишковість проєкційних даних та її використання для підвищення ефективності томографів

Відомо, що при скануванні віяльними променями шляхом обертання об'єкта на 360° отримуємо надлишкову кількість проєкційних даних [2, 3–5]. Ця надлишковість надає можливість:

- підвищити роздільну здатність (як просторову, так і щільнісну);
- скоротити кут сканування з 2π до $\pi + 2\gamma_{\max}$.

Ці можливості досить давно використовуються для підвищення експлуатаційних характеристик томографів промислового призначення. Так, для підвищення роздільної здатності вдвічі, використовують зміщення положення центрального детектора на чверть кроку (*quarter offset*) [6]. Хоча спочатку цей метод був призначений для сканування паралельними про-

Ключові слова: комп'ютерна томографія, рентгенівський комп'ютерний томограф, об'ємна реконструкція, матриця детекторів, фантом, схема сканування.

менями, пізніше він був успішно застосований і для віяльної геометрії сканування. Широко застосовується і зменшення кута сканування з 2π до $\pi + 2\gamma_{\max}$ [7].

Застосування надлишковості проєкційних даних для зменшення числа часткових сканувань з різних центрів

При додатковому скануванні з обертанням навколо нового центра, при такій же скануючій системі можна отримувати дані для реконструкції з чотирикратним вирашем у просторовій роздільній здатності. В загальному випадку при повному скануванні об'єкта з обертанням навколо n центрів можна в $2n$ разів виграти у просторовій роздільній здатності. При цьому на i -му скануванні, де $i = 1, \dots, n$, початкове зміщення центрального детектора слід зробити рівним $(2i - 1)/4n$ від кутової апертури детектора [8].

Розглянемо можливість скорочення кількості сканувань з різних центрів при реконструкції об'єкта за проєкційними даними часткових сканувань горизонтальних секцій. Це дозволить значно підвищити продуктивність томографічних досліджень за умови скорочення часу багаторазового позиціонування, сканування та реконструкції.

Сканування віяльними променями

При віяльному скануванні з обертанням навколо одного центра можна задовольнитись скануючою системою, яка охоплює тільки половину потрібного кутового розміру об'єкта [9]. Це впливає з умови, що при деякому визначеному положенні детекторної системи промені, які перетинають об'єкт, будуть (з точністю до напрямку) збігатися.

При цьому значення проєкції буде дорівнювати

$$P(\beta, \gamma) = P(\beta \pm \pi + 2\gamma, -\gamma). \quad (1)$$

З (1) видно, що при обертанні об'єкта на кут 2π існує принципова можливість отримати всі необхідні дані для реконструкції об'єкта в тому випадку, коли скануюча система забезпечує реєстрацію проєкційних даних тільки половиною об'єкта.

В результаті, при використанні n сканувань з обертанням навколо n різних центрів, на тій

же скануючій системі (детектори розміщені на дузі $2\gamma_{\max}$) можна досліджувати об'єкти в $2n$ разів більшого кутового розміру. Необхідно відзначити, що в загальному випадку для запобігання похибкам при стикуванні окремих секцій може знадобитися інтерполяція проєкційних даних сусідніх ракурсів.

При розміщенні фокуса випромінювача в точці $(-R, 0)$ на відстані R від центра обертання $O^1(0, 0)$, можна сканувати об'єкти радіуса $r_1 \leq R \sin \gamma_{\max}$ (з кутовим розміром до $2\gamma_{\max}$).

Об'єкти радіуса $r_2 \leq R \sin(2\gamma_{\max})$ можна сканувати шляхом обертання на 360° навколо одного центра $O^2(-R \cos \gamma_{\max}, -R \sin \gamma_{\max})$. Скануючи об'єкти шляхом обертання на 360° навколо двох центрів O^2 і $O^3(-R \cos(4\gamma_{\max}), -R \sin(4\gamma_{\max}))$, можна отримати проєкційні дані для реконструкції об'єктів радіуса $r_3 \leq R \sin(4\gamma_{\max})$.

Сканування конусними променями

В попередньому розділі показано можливість отримання повних проєкційних даних при частковому охопленні об'єкта дослідження системою *джерело випромінювання–матриця детекторів*. Це стосується як двовимірної реконструкції з віяльними променями, так і тривимірної реконструкції з конусними променями. Застосовуючи той або інший алгоритм реконструкції для повних проєкційних даних при частковому охопленні об'єкта дослідження, отримуємо результат реконструкції такий же, як при звичайному скануванні з повним охопленням. Однак у випадках застосування надлишковості проєкційних даних при реконструкції у віяльних та конусних променях є деякі відмінності [10, 11]. При тривимірній реконструкції, круговій орбіті джерела випромінювання та циліндричному детекторі вираз (1) виконуватиметься тільки для центрального перетину, що лежить в площині кругової орбіти.

Розглянемо випадок реєстрації інтегралу лінійного ослаблення променя матрицею циліндричного детектора. Положення променя однозначно визначається параметрами β, γ , а також координатою шару циліндричного детектора $q : p(\beta, \gamma, q)$.

При повороті системи на кут $\pm\pi + 2\gamma$ детектор з координатами $(-\gamma, q)$ реєструватиме промінь $p(\beta \pm \pi + 2\gamma, -\gamma, q)$.

На рис. 1 показано, що за відсутності кругової симетрії об'єкта, зафіксовані детектором додаткові проєкційні дані $p(\beta \pm \pi + 2\gamma, -\gamma, q)$ можуть відрізнитись від даних основного положення $p(\beta, \gamma, q)$. Видно, що при $q \neq 0$ інтегрування проводиться вздовж різних прямих у просторі. В загальному випадку для довільного об'єкта вказані інтеграли можуть істотно відрізнитись, що приводить до помітних похибок реконструкції.

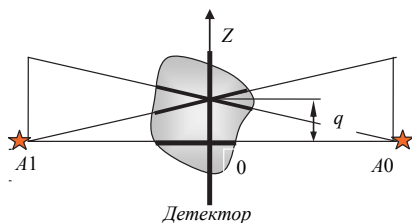


Рис. 1. Відмінність проєкційних даних для прямого (A) та додаткового (A1) положення при $q \neq 0$.

Отже, при тривимірній реконструкції використання надлишковості проєкційних даних для скорочення кута охоплення об'єкта скануючою системою приводить до додаткової похибки. Її величина істотно залежить від властивостей об'єкта дослідження (форми, розміру та просторового розподілу щільності). Але для тривимірної реконструкції симетричних об'єктів використання надлишковості доцільне, оскільки в цьому випадку похибка мінімальна. При цьому скорочується час позиціонування об'єкта за умови зменшення кількості центрів обертання. Також це веде до скорочення часу сканування та реконструкції [10].

Сканування об'єктів при половинному охопленні скануючою системою

Розглянемо реконструкцію об'єкта при обертанні його на кут 2π , причому скануюча система реєструє 50 відсотків кутового розміру об'єкта (рис. 2).

Половинне охоплення скануючою системою приводить до того, що кожна точка об'єкта буде просвічуватись променями, що реєструються, точно половину дуги кола обертання. Ваго-

вий коефіцієнт внеску для точки з координатами $r = (R \sin \gamma, \varphi)$ в цьому випадку можна записати так: $\frac{R^2}{L^2} = \frac{1}{1 + 2a \cdot \sin \varphi + a^2}$, де

$$a = \sin \gamma \leq \sin 2\gamma_{\max}.$$

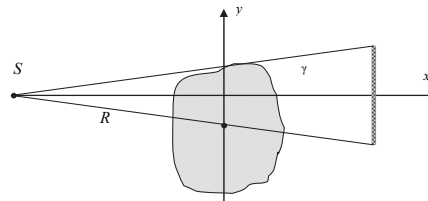


Рис. 2. Сканування об'єкта з 50%-м охопленням скануючою системою

При неперервній зміні φ середні значення внесків визначатимуться інтегралами:

$$\begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + 2a \cdot \sin \varphi + a^2} d\varphi = \frac{1}{1 - a^2} \\ \frac{1}{\pi} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \pi} \frac{1}{1 + 2a \cdot \sin \varphi + a^2} d\varphi = \frac{1}{1 - a^2} \end{cases}$$

(Другий інтеграл враховує, що підінтегральна функція дорівнює нулю на інтервалі $[\varphi_0 + \pi, \varphi_0 + 2\pi]$, де промені не реєструються детекторами).

При обчисленнях інтеграл замінюється сумою кінцевого числа внесків $(\frac{M}{2})$, де M – число ракурсів). Це веде до варіації накопиченої суми через випадковий характер φ_0 , тому сума може змінюватися в інтервалі від $s_0 + zn_{\min}$ до $s_0 + zn_{\max}$, де $zn_{\min} = \frac{1}{(1+a)^2}$, $zn_{\max} = \frac{1}{(1-a)^2}$.

Оцінимо різницю накопичених внесків до точного значення суми: $s_0 = \frac{M}{2(1-a^2)}$. Відносні значення похибки реконструйованих величин щільності не перевищуватимуть величини

$$\delta_{\max} \approx \frac{8 \sin(2\gamma_{\max})}{M \cos(2\gamma_{\max})^2}.$$

Ще одним джерелом похибки у реконструкції при половинному охопленні об'єкта скануючою системою є згортка. Це пов'язано з тим, що в цьому випадку проєкційні дані в площині центрального детектора не є неперервними.

На основі аналізу причин цих похибок пропонується наступний спосіб їх компенсації [10, 12]: додання n_{dop} детекторів для реєстрації променів при $\gamma < 0$ та введення згладжувальної функції для $2n_{\text{dop}} + 1$ відліків, сусідніх з центральним (рис. 3).

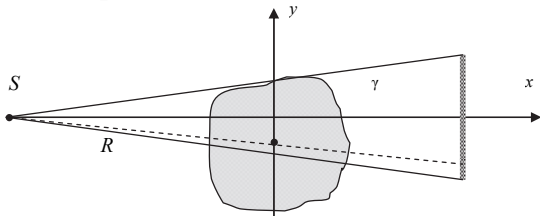


Рис. 3. Сканування об'єкта з $(50 + k)\%$ -м охопленням скануючою системою

Як вагова функція для згладжування проєкційних даних перед виконанням згортки пропонується функція:

$$kt(i) = \begin{cases} 0, & \text{if } i < i_{\min} = Ndg - 1 - n_{\text{dop}}; \\ 1 + \sin \left[\frac{\pi \cdot (i - Ndg + 1)}{2 \cdot n_{\text{dop}}} \right], & \text{if } i \in [i_{\min}, i_{\max}]; \\ 2, & \text{if } i > i_{\max} = Ndg - 1 + n_{\text{dop}}. \end{cases}$$

Графік цієї функції представлений на рис. 4.

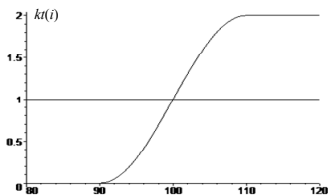


Рис. 4. Графік згладжувальної функції при $Ndg = 101$, $n_{\text{dop}} = 10$

Моделювання томографічної реконструкції «великих» об'єктів за допомогою математичних фантомів

Якість роботи розроблених алгоритмів перевірялася шляхом моделювання реконструкції математичних фантомів за різних режимів сканування.

Розглянуто такі варіанти:

- охоплення системою збору даних 50 відсотків кутового розміру об'єкта; проводиться сканування об'єкта з обертанням його навколо єдиного центру на 360° ;
- охоплення системою збору даних 60 відсотків кутового розміру об'єкта; проводиться сканування об'єкта з обертанням його навколо єдиного центру на 360° .

Варіант 1. Режим сканування

M	$2\gamma_{\text{max}}$	Ndg	Ndz	H
500	18	253	253	50%

На рис. 5 представлено результати реконструкції фантому Шепа–Логана: перетини ортогональними площинами $x = 130$, $y = 155$, $z = 110$; інтервал щільності – 0,805–0,898. Сканування виконувалось при обертанні об'єкта навколо одного центра з охопленням скануючою системою на 50 відсотків.

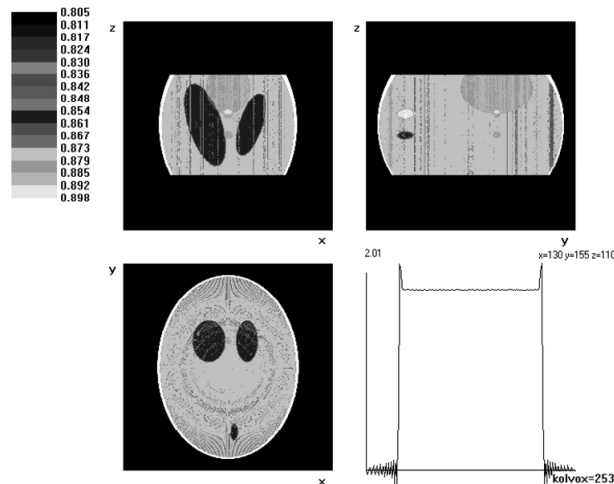


Рис. 5. Фантом Шепа–Логана. Охоплення скануючою системою на 50 відсотків

Варіант 2. Режим сканування

M	$2\gamma_{\text{max}}$	Ndg	Ndz	H
500	18	253	253	60%

На рис. 6 представлено результати реконструкції фантому Шепа–Логана: перетини ортогональними площинами $x = 130$, $y = 155$, $z = 110$; інтервал щільності – 0,805–0,898. Сканування виконувалось при обертанні об'єкта навколо одного центра з охопленням скануючою системою на 60 відсотків.

Результати свідчать, що сканування об'єкта з охопленням на 50 відсотків з одного центра дозволяє вдвічі скоротити час збору даних, виключити періодичне переналагодження центрів обертання при скануванні «широких» об'єктів, а також зменшити час реконструкції, однак підвищення продуктивності супроводжується зниженням якості реконструкції; незначне збільшення охоплення об'єкта до 55–60 відсотків з додатковим згладжуванням проєкційних даних значно покращує якість реконструкції.

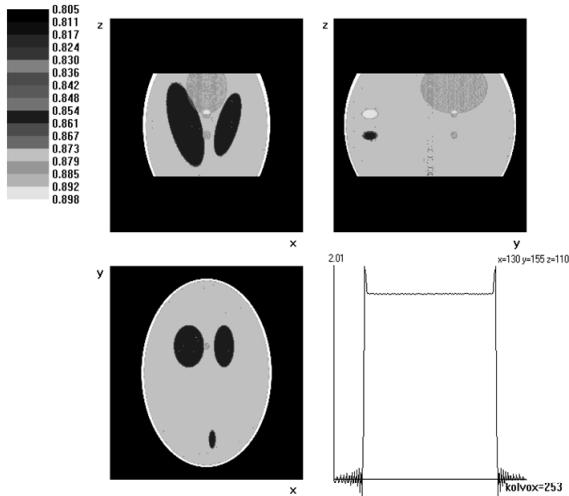


Рис. 6. Фантом Шепа–Логана. Охоплення скануючою системою на 60 відсотків

Висновки. Дослідження показали, що у випадку жорстких вимог до якості реконструкції та достовірності отриманих результатів слід використовувати повне число сканувань навколо відповідних центрів обертання об'єкта. Це забезпечить повноту проєкційних даних, але приблизно вдвічі збільшить як час сканування, так і час реконструкції. Проте, якщо допускається деяка втрата якості реконструкції, завдяки використанню надлишковості можна досліджувати об'єкти, розміри яких на 40–45 відсотків перевищують розміри матриці детекторів, без сканувань з додаткових центрів. Це дозволяє скоротити час сканування та реконструкції, і таким шляхом підвищити пропускну спроможність томографа.

1. *Введение в современную томографию* / К.С. Терновой, М.В. Синьков, А.И. Закидальский и др. – Киев: Наук. думка, 1983. – 232 с.
2. *Хермен Г.* Восстановление изображений по проециям. Основы реконструктивной томографии. – М.: Мир, 1983. – 350 с.

3. *Feasibility of Half-Data Image Reconstruction in 3-D Reflectivity Tomography With a Spherical Aperture* / M.A. Anastasio, J. Zhang, E.Y. Sidky et al. // IEEE Transactions on Medical Imaging – 2005. – 24, № 9. – P. 1100–1112.
4. *Image reconstruction in π -scheme SPECT with non-uniform attenuation* / X. Pan, E.Y. Sidky, C. Kao et al. // IEEE Trans. Nucl. Sci. – 2003. – 50, № 1. – P. 87–96.
5. *Gregor J., Gleason S.S., Paulus M.J.* Conebeam X-Ray Computed Tomography with an Offset Detector Array // Ibid. – II. – P. 803–806.
6. *Turbell H.* Cone-Beam Reconstruction Using Filtered Backprojection: Dissertation № 672 // Linköping: Linköping Studies in Science and Technology, Sweden – 2001 – 189 p.
7. *Parker D.L.* Optimal Short Scan Convolution Reconstruction for Fan-beam CT // Medical Physics. – 1982. – 9(2). – P. 254–257.
8. *Синьков М.В., Закидальський А.І., Цибульська Є.О.* Томографічна реконструкція «великих» об'єктів при використанні часткових сканувань // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2009. – 11, № 4. – С. 33–42.
9. *Синьков М.В., Закидальський А.І.* Избыточность проекционных данных и пути ее использования для повышения эффективности промышленных томографов // Там же. – 2003. – 5, № 2. – С. 85–93.
10. *Разработка алгоритмов объемной реконструкции «больших» объектов* / М.В. Синьков, А.И. Закидальский, Э.Е. Самбыкина и др. // Там же. – 2003. – 5, № 4. – С. 43–50.
11. *Синьков М.В., Закидальский А.И., Цибульская Е.А.* Реконструкционные алгоритмы томографических систем, ориентированных на решение задач контроля и безопасности // Матеріали IV міжнар. наук.-практ. конф. «Інформаційні технології та безпека». – (Партизит, 22–26 июня 2004). – 2004. – С. 91–95.
12. *Закидальский А.И., Цибульская Е.А.* Способ повышения качества реконструкции «больших» объектов // Реєстрація, зберігання і обробка даних. – 2004. – 6, № 1. – С. 110–114.

Поступила 11.10.2011

Тел. для справок: (044) 454-2177 (Киев)

E-mail: evts@meta.ua

© М.В. Синьков, А.И. Закидальский, Е.А. Цибульская, 2011

М.В. Синьков, А.И. Закидальский, Е.А. Цибульская

Томографическая реконструкция «больших» объектов при использовании избыточности проекционных данных

Введение. Современная компьютерная томография – результат достижений многочисленных научных и технических направлений – математики, физики, медицины, радиологии, вычислительной техники и многих других. Существует значительное число модификаций компью-

терных томографов, которые отличаются типом используемого проникающего излучения, построением сканирующей системы, алгоритмическим и программным аппаратом обработки данных, показателями пространственной и плотностной разрешающей способности и т.п. [1].

В отделе специализированных средств моделирования Института проблем регистрации информации (ИПРИ) НАН Украины разработан и передан в серийное производство компьютерный томограф третьего поколения для исследования живых объектов. В данной работе самой сложной по требованиям частью был узел сбора данных с детекторов и преобразование их в удобную для цифровой обработки форму. Это было с блеском выполнено Анатолием Ивановичем Закидальским. На таком же уровне была разработана система реконструкции и визуализации изображений.

При выполнении этих работ неоднократно возникали научные дискуссии о том, что делать с живыми объектами, которые не вмещаются в окно томографа («большие» объекты). В этих дискуссиях также четко сформировалось понимание того, что, кроме живых объектов, необходимо томографировать объекты неживой природы такого типа. Эти объекты условно называли «большими», они стали основой дальнейших специальных разработок.

Именно этому вопросу посвящена данная статья, которая базируется на замыслах А.И. Закидальского и предложенных им научных подходах к решению задачи.

Постановка задачи

Цель данной работы – определение путей расширения класса объектов, которые можно исследовать на томографах с ограниченной по размерам матрицей детекторов, путем использования избыточности проекционных данных, полученных при сканировании.

Избыточность проекционных данных и ее использование для повышения эффективности томографов

Известно, что при сканировании веерными лучами путем вращения объекта на угол 360° получаем избыточное количество проекционных данных [2, 3–5]. Эта избыточность позволяет:

- повысить разрешающую способность (как пространственную, так и плотностную);
- сократить угол сканирования с 2π до $\pi + 2\gamma_{\max}$.

Эти возможности достаточно давно используются для улучшения эксплуатационных характеристик томографов промышленного назначения. Так, для повышения разрешающей способности вдвое используют смещение положения центрального детектора на четверть шага (*quarter offset*) [6]. Хотя сначала этот метод использовали для сканирования параллельными лучами, позднее он был успешно применен и для веерной геометрии сканирования. Широко применяется и уменьшение угла сканирования с 2π до $\pi + 2\gamma_{\max}$ [7].

Применение избыточности проекционных данных для уменьшения количества частичных сканирований из разных центров

Используя дополнительное сканирование с вращением вокруг нового центра, при такой же сканирующей системе, можно получать данные для реконструкции с четырехкратным выигрышем по пространственной разрешающей способности. В общем случае при полном сканировании объекта с вращением вокруг n центров можно в

$2n$ раз выиграть по пространственной разрешающей способности. При этом на i -м сканировании, где $i = 1, \dots, n$, начальное смещение центрального детектора следует сделать равным $(2i - 1)/4n$ от угловой апертуры детектора [8].

Рассмотрим возможность сокращения количества сканирований из разных центров при реконструкции объекта по проекционным данным частичных сканирований горизонтальных секций. Это позволит значительно повысить производительность томографических исследований при условии сокращения времени многократного позиционирования, сканирования и реконструкции.

Сканирование веерными лучами

При веерном сканировании с вращением вокруг одного центра можно удовлетвориться сканирующей системой, охватывающей только половину нужного углового размера объекта [9]. Это вытекает из условия, что при некотором определенном положении сканирующей системы лучи, пересекающие объект, будут (с точностью до направления) совпадать.

При этом значение проекции будет равняться

$$P(\beta, \gamma) = P(\beta \pm \pi + 2\gamma, -\gamma). \quad (1)$$

Из (1) видно, что при вращении объекта на угол 2π существует принципиальная возможность получить все необходимые данные для реконструкции объекта в том случае, когда сканирующая система обеспечивает регистрацию проекционных данных только половины объекта.

В результате при использовании n сканирований с вращением вокруг n разных центров на той же детекторной системе (детекторы размещены на дуге $2\gamma_{\max}$) можно исследовать объекты в $2n$ раз большего углового размера. Необходимо отметить, что в общем случае для предотвращения погрешностей при стыковке отдельных секций может понадобиться интерполяция проекционных данных соседних ракурсов.

При размещении фокуса излучателя в точке $(-R, 0)$ на расстоянии R от центра вращения $O^1(0, 0)$ можно сканировать объекты радиусом $r_1 \leq R \sin \gamma_{\max}$ (с угловым размером до $2\gamma_{\max}$).

Объекты радиуса $r_2 \leq R \sin(2\gamma_{\max})$ можно сканировать путем вращения на 360° вокруг одного центра $O^2(-R \cos \gamma_{\max}, -R \sin \gamma_{\max})$. Сканируя объекты путем вращения на 360° вокруг двух центров O^2 и $O^3(-R \cos(4\gamma_{\max}), -R \sin(4\gamma_{\max}))$, можно получить проекционные данные для реконструкции объектов радиуса $r_3 \leq R \sin(4\gamma_{\max})$.

Сканирование конусными лучами

В предыдущем разделе показана возможность получения полных проекционных данных при частичном охвате объекта исследования системой *источник излучения – матрица детекторов*. Это касается как двухмерной реконструкции с веерными лучами, так и трехмерной реконструкции с конусными лучами. Применяя тот или другой алгоритм реконструкции для полных проекционных данных при частичном охвате объекта исследования, получим при реконструкции результат такой же, как при

обычном сканировании с полным охватом. Однако у случаев применения избыточности проекционных данных при реконструкции в веерных и конусных лучах есть некоторые различия [10, 11]. При трехмерной реконструкции, круговой орбите источника излучения и цилиндрическом детекторе выражение (1) будет выполняться только для центрального сечения, которое лежит в плоскости круговой орбиты.

Рассмотрим случай регистрации интеграла линейного ослабления луча матрицей цилиндрического детектора. Положение луча однозначно определяется параметрами β, γ , а также координатой слоя цилиндрического детектора q : $p(\beta, \gamma, q)$.

При вращении системы на угол $\pm\pi + 2\gamma$ детектор с координатами $(-\gamma, q)$ будет регистрировать луч $p(\beta \pm \pi + 2\gamma, -\gamma, q)$.

На рис. 1 показано, что при отсутствии круговой симметрии объекта зафиксированные детектором дополнительные проекционные данные $p(\beta \pm \pi + 2\gamma, -\gamma, q)$ могут отличаться от данных основного положения $p(\beta, \gamma, q)$. Из рисунка видно, что при $q \neq 0$ интегрирование проводится вдоль разных прямых в пространстве. В общем случае для произвольного объекта указанные интегралы могут существенным образом отличаться, что приводит к заметным погрешностям реконструкции.

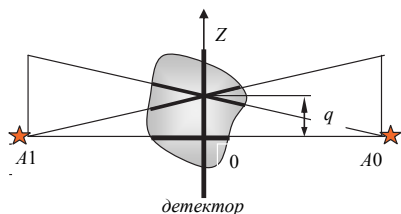


Рис. 1. Отличие проекционных данных для прямого (A) и дополнительного положения (A1) при $q \neq 0$

Таким образом, при трехмерной реконструкции использование избыточности проекционных данных для сокращения угла охвата объекта сканирующей системой приводит к дополнительной погрешности. Ее величина существенно зависит от свойств объекта исследования (формы, размера и пространственного распределения плотности). Но для трехмерной реконструкции симметричных объектов использование избыточности целесообразно, поскольку в этом случае погрешность минимальна. Тогда сокращается время позиционирования объекта при уменьшении количества центров вращения. Также это приводит к сокращению времени сканирования и реконструкции [10].

Сканирование объектов при половинном охвате сканирующей системой

Рассмотрим реконструкцию объекта при вращении его на угол 2π , причем сканирующая система регистрирует 50 процентов углового размера объекта (рис. 2).

Половинный охват детекторной системой приводит к тому, что каждая точка объекта будет просвечиваться ре-

гистрируемыми лучами ровно на половину дуги круга вращения. Весовой коэффициент вклада для точки с координатами $r = (R \sin \varphi, \varphi)$ в этом случае можно записать так:

$$R^2/L^2 = 1/(1 + 2a \cdot \sin \varphi + a^2),$$

где $a = \sin \gamma \leq \sin 2\gamma_{\max}$.

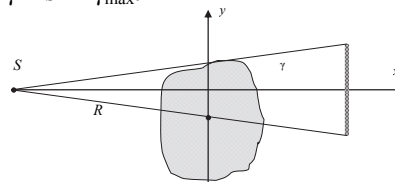


Рис. 2. Сканирование объекта с 50%-ным охватом сканирующей системой

При непрерывном изменении φ средние значения вкладов будут определяться интегралами

$$\begin{cases} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + 2a \cdot \sin \varphi + a^2} d\varphi = \frac{1}{1 - a^2} \\ \frac{1}{\pi} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \pi} \frac{1}{1 + 2a \cdot \sin \varphi + a^2} d\varphi = \frac{1}{1 - a^2} \end{cases}$$

(Второй интеграл учитывает, что подынтегральная функция равняется нулю на интервале $[\varphi_0 + \pi, \varphi_0 + 2\pi]$, где лучи не регистрируются детекторами).

При вычислениях интеграл заменяется суммой конечного числа вкладов ($M/2$, где M – число ракурсов). Это приводит к вариации накопленной суммы вследствие случайного характера φ_0 , поэтому сумма может изменяться в интервале от $s_0 + zn_{\min}$ до $s_0 + zn_{\max}$, где $zn_{\min} = 1/(1 + a)^2$, $zn_{\max} = 1/(1 - a)^2$.

Оценим разность накопленных вкладов в точное значение суммы $s_0 = M/2(1 - a^2)$. Относительные значения погрешности реконструированных величин плотности не будут превышать величины

$$\delta_{\max} \approx \frac{8 \sin(2\gamma_{\max})}{M \cos(2\gamma_{\max})^2}.$$

Еще один источник погрешности при реконструкции с половинным охватом объекта детекторной системой – свертка. Это связано с тем, что в этом случае проекционные данные в плоскости центрального детектора не являются непрерывными.

На основе анализа причин этих погрешностей предлагается следующий способ их компенсации [10, 12]: добавление дополнительных $n_{\text{доп}}$ детекторов для регистрации лучей при $\gamma < 0$ и введение сглаживающей функции для $2n_{\text{доп}} + 1$ отсчетов, соседних с центральным (рис. 3).

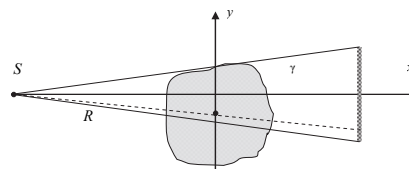


Рис. 3. Сканирование объекта с $(50 + k)$ -ным охватом сканирующей системой

В качестве весовой функции для сглаживания проекционных данных перед выполнением свертки предлагается функция

$$kt(i) = \begin{cases} 0, \text{if } i < i_{\min} = Ndg - 1 - n_{\text{dop}}; \\ 1 + \sin \left[\frac{\pi \cdot (i - Ndg + 1)}{2 \cdot n_{\text{dop}}} \right]; \\ 2, \text{if } i > i_{\max} = Ndg - 1 + n_{\text{dop}}. \end{cases}$$

График этой функции представлен на рис. 4.

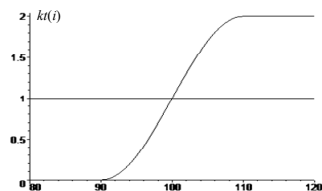


Рис. 4. График сглаживающей функции при $Ndg = 101$, $n_{\text{dop}} = 10$

Моделирование томографической реконструкции «больших» объектов с помощью математических фантомов

Качество работы разработанных алгоритмов проверялось путем моделирования реконструкции математических фантомов при разных режимах сканирования.

Рассмотрены такие варианты:

- охват системой сбора данных ровно 50 процентов углового размера объекта; проводится сканирование объекта с вращением его вокруг единого центра на 360° ;
- охват системой сбора данных 60 процентов углового размера объекта; проводится сканирование объекта с вращением его вокруг единого центра на 360° .

Вариант 1. Режим сканирования

M	$2y_{\max}$	Ndg	Ndz	H
500	18	253	253	50%

На рис. 5 представлены результаты реконструкции фантома Шеппа–Логана: сечения ортогональными плоскостями $x = 130$, $y = 155$, $z = 110$; интервал плотности – 0,805–0,898. Сканирование выполнялось при вращении объекта вокруг одного центра с охватом сканирующей системой на 50 процентов.

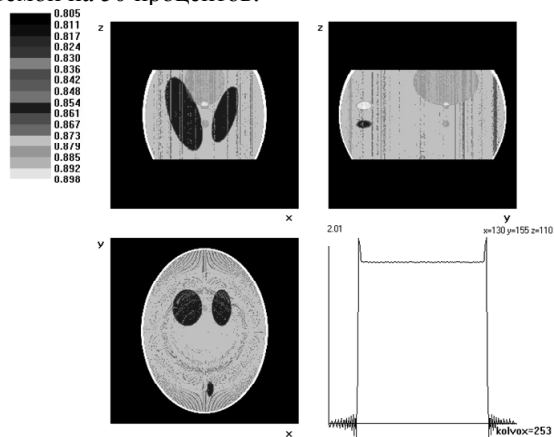


Рис. 5. Фантом Шеппа–Логана. Охват сканирующей системой на 50 процентов

Вариант 2. Режим сканирования

M	$2y_{\max}$	Ndg	Ndz	H
500	18	253	253	60%

На рис. 6 представлены результаты реконструкции фантома Шеппа–Логана: сечения ортогональными плоскостями $x = 130$, $y = 155$, $z = 110$; интервал плотности – 0,805–0,898. Сканирование выполнялось при вращении объекта вокруг одного центра с охватом сканирующей системой на 60 процентов.

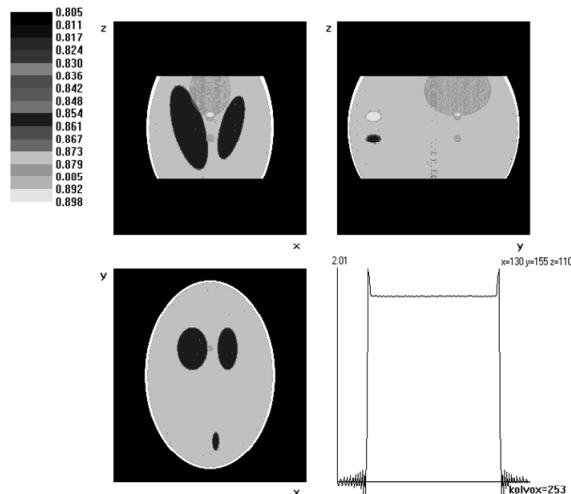


Рис. 6. Фантом Шеппа–Логана. Охват сканирующей системой на 60 процентов

Результаты показывают, что сканирование объекта из одного центра с охватом на 50 процентов позволяет вдвое сократить время сбора данных, исключить периодическую переналадку центров вращения при сканировании «широких» объектов, а также уменьшить время реконструкции. Однако повышение производительности сопровождается снижением качества реконструкции.

Незначительное увеличение охвата объекта до 55–60 процентов с дополнительным сглаживанием проекционных данных значительно улучшает качество реконструкции.

Заключение. Исследования показали, что в случае жестких требований к качеству реконструкции и достоверности результатов следует использовать полное число сканирований вокруг соответствующих центров вращения объекта. Это обеспечит полноту проекционных данных, однако приблизительно вдвое увеличит как время сканирования, так и время реконструкции. Но если допускается некоторая потеря качества реконструкции, при использовании избыточности можно исследовать объекты, размеры которых на 40–45 процентов превышают размеры матрицы детекторов, без сканирования из дополнительных центров. Это позволяет сократить время сканирования и реконструкции и, таким образом, повысить пропускную способность томографа.