

П.В. Стрельников

Оценивание надежности оборудования управляющих систем и машин в условиях малой статистики или отсутствия отказов

Рассмотрены методики оценки показателей надежности в условиях малой статистики отказов на основе использования двухпараметрических вероятностно-физических моделей надежности (диффузионных распределений).

The methods for the assessment of reliability in a low failure statistics based on the use of two-parameter probabilistic-physical models of reliability (diffusion distributions) are considered.

Розглянуто методики оцінки показників надійності за умов малої статистики відмов на основі використання двопараметричних ймовірнісно-фізичних моделей надійності (дифузійних розподілів).

Введение. Развитие современных систем управления, информационных и информационно-измерительных систем невозможно без внедрения и совершенствования средств вычислительной техники, которая все стремительней внедряется в общественное производство, становится незаменимым инструментом для автоматизации разнообразных процессов, в том числе процессов сбора и переработки информации, принятия решений и непосредственного управления. Проблема развития современных средств вычислительной техники и повышения их качества ставит особые задачи перед специалистами и учеными, работающими в этой области. Создание высокопроизводительных и высоконадежных вычислительных средств на основе новейших достижений микроэлектронной технологии, последних результатов в теории и практике надежности требует разработки новых подходов в проектировании современных вычислительных систем и комплексов, в которых вопросы обеспечения надежности приобретают первостепенное значение. В общей проблеме обеспечения надежности важна экспериментальная оценка показателей надежности, т.е. подтверждение проектируемого уровня надежности по результатам испытаний или эксплуатации. На практике как при испытаниях, так и в условиях эксплуатации приходится определять показатели надежности при ограниченном (малом) объеме статистических данных об отказах. При этом существующие методы оценки показателей надежности технических систем в условиях малой статистики отказов требуют достаточно точной априорной

оценки показателей надежности изделий, а также оценки дисперсии определяемых показателей надежности как при предыдущих, так и основных испытаниях, что практически невозможно ввиду малой статистики отказов, и приводят к низкой достоверности этих оценок.

Анализ существующих методов и методик экспериментальной оценки показателей надежности в условиях малой статистики отказов

Проведенный анализ существующих методов и методик экспериментальной оценки данных надежности показал:

- использование однопараметрического экспоненциального распределения приводит к большим погрешностям в оценке искомых показателей надежности, а также к существенному увеличению объема испытаний в полтора и более раз в сравнении с использованием более адекватных двухпараметрических функций распределения наработки до отказа;
- использование непараметрического метода экспериментальной оценки показателей надежности приводит к существенно большей относительной ошибке δ при одних и тех же требованиях по доверительной вероятности q в сравнении с использованием логарифмически нормального, Вейбулла и других двухпараметрических распределений;
- при определительных испытаниях с целью оценки средних показателей надежности использование рекомендуемых двухпараметрических функций распределения (Вейбулла, логарифмически нормального и других) при ис-

пользовании только статистической информации приводит к тому, что объем испытаний для требуемых значений доверительной вероятности и относительной ошибки остается достаточно большим, т.е. требует весьма больших затрат на проведение таковых испытаний;

- существующие методы оценки показателей надежности технических систем в условиях малой статистики отказов требуют достаточно точной априорной оценки показателей надежности изделий, а также оценки дисперсии определяемых показателей надежности как при предыдущих, так и основных испытаниях, что практически невозможно ввиду малой статистики отказов.

В настоящее время достаточно развит вероятностно-физический подход [1–9], позволяющий эффективно решать практически все основные задачи оценки надежности.

Постановка задачи

По результатам предварительных исследований ставится задача разработки методик испытаний с целью оценки показателей надежности на основе вероятностно-физических моделей отказов (диффузионных распределений) в условиях незначительной статистики отказов на основе использования дополнительной априорной информации о коэффициенте вариации распределения наработки до отказа (на отказ), т.е. решения задачи оценки надежности в условиях, когда двухпараметрические, строго вероятностные модели отказов (Вейбулла, логарифмически нормальное и другие) не работают ввиду незначительной статистики отказов, необходимой для оценки двух параметров.

Оценивание показателей надежности при единичных отказах

Согласно рекомендациям межгосударственного стандарта по моделям отказов для электротехнических изделий [4] принимают DN -распределение.

При планах испытаний (наблюдений) $[NRr]$ и $[NRT]$, приводящих к многократному цензурированию статистических данных об отказах, и при малом числе отказов ($r \leq 6, d \leq 6$) значения параметра формы $(\tilde{\nu}, \underline{\nu}, \bar{\nu})$ DN -распре-

деления определяют согласно рекомендациям [3–6].

Определение параметра масштаба μ DN -распределения

По результатам наблюдений формируют вариационный числовой ряд по неубыванию суммарных наработок до отказа (t_j) и до цензурирования (τ_j): $(t_1, t_2, \dots, t_r, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$. Определяют значение эмпирической функции распределения в каждый момент t_j (τ_j) вариационного ряда по формуле:

$$F_j = F_{j-1} + (1 - F_{j-1}) r_j \left[N + r - \sum_{i=1}^{j-1} (r_i + n_i) \right]^{-1},$$

где $r_{j(i)}, n_{j(i)}$ – соответственно число отказов (полных наработок) и число неполных наработок в $j(i)$ интервале ($j = 1, 2, \dots, w$); r – число замененных образцов. Число интервалов w и их граничные значения принимают из соображений удобства расчета.

Вычисляют точечную оценку параметра масштаба $\tilde{\mu}$ в общем случае по формуле:

$$\tilde{\mu} = \left[\sum_{j=1}^w k_j \right]^{-1} \sum_{j=1}^w k_j t_j \left[x(F_j; \tilde{\nu}) \right]^{-1},$$

где k_j – число совпадающих наработок на j -м интервале.

Доверительные границы параметра масштаба $(\underline{\mu}, \bar{\mu})$ вычисляют по формулам:

$$\underline{\mu} = \tilde{\mu} x \left(1 - q; \frac{\tilde{\nu}}{\sqrt{r}} \right); \quad \bar{\mu} = \tilde{\mu} x \left(q; \frac{\tilde{\nu}}{\sqrt{r}} \right),$$

где r – число отказов за время испытаний (наблюдений); q – доверительная вероятность оценки параметра.

Значение величины $x(F; \nu)$, представляющей собой относительную наработку при DN -распределении для вероятности отказа F при коэффициенте вариации наработки ν , определяют по соответствующим таблицам DN -распределения или решая следующее уравнение

$$\Phi \left(\frac{x-1}{\nu \sqrt{x}} \right) + \exp \left(\frac{2}{\nu^2} \right) \cdot \Phi \left(-\frac{x+1}{\nu \sqrt{x}} \right) = F,$$

где $\Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^U \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy$ – функция нормированного распределения.

Определив оценки параметров ($\underline{\mu}, \tilde{\mu}, \bar{\mu}, \underline{\nu}, \tilde{\nu}, \bar{\nu}$), вычисляют точечные оценки и доверительные границы показателей надежности по формулам таблицы.

Формулы для вычисления оценок показателей надежности при DN -распределении

Оценки	Средняя наработка (ресурс)	Гамма-процентная наработка до отказа (ресурс)	Вероятность безотказной работы за наработку t
Точечная оценка	$\tilde{\mu}$	$\tilde{\mu}x(1-\gamma; \tilde{\nu})$	$\Phi\left(\frac{\tilde{\mu}-t}{\tilde{\nu}\sqrt{\tilde{\mu}t}}\right) - \exp\left(\frac{2}{\tilde{\nu}^2}\right)\Phi\left(-\frac{\tilde{\mu}+t}{\tilde{\nu}\sqrt{\tilde{\mu}t}}\right)$
НДГ уровня q	$\underline{\mu}$	$\underline{\mu}x(1-\gamma; \bar{\nu})$	$\Phi\left(\frac{\underline{\mu}-t}{\bar{\nu}\sqrt{\underline{\mu}t}}\right) - \exp\left(\frac{2}{\bar{\nu}^2}\right)\Phi\left(-\frac{\underline{\mu}+t}{\bar{\nu}\sqrt{\underline{\mu}t}}\right)$
ВДГ уровня q	$\bar{\mu}$	$\bar{\mu}x(1-\gamma; \underline{\nu})$	$\Phi\left(\frac{\bar{\mu}-t}{\underline{\nu}\sqrt{\bar{\mu}t}}\right) - \exp\left(\frac{2}{\underline{\nu}^2}\right)\Phi\left(-\frac{\bar{\mu}+t}{\underline{\nu}\sqrt{\bar{\mu}t}}\right)$

Оценивание показателей надежности при отсутствии отказов (малая выборка)

В теории биномиальной схемы испытаний с остановкой в случае безотказных испытаний установлено (в частности Клоппером и Пирсоном), что значение нижней доверительной границы отсутствия отказа при испытании N образцов может быть оценено выражением:

$$\underline{P}(t_u) = \left(\frac{1-q}{2}\right)^{1/N}.$$

Примечание. Согласно известным выводам в математической статистике (Фишер Р.) количество образцов N в рассматриваемой ситуации безотказных испытаний должно быть не менее четырех. Иначе выводы по результатам испытаний могут иметь большие смещенные оценки.

Вычисляют нижнюю доверительную границу параметра масштаба μ DN -распределения, решая уравнение:

$$\underline{P}(t_u) = \Phi\left(\frac{\underline{\mu}-t_u}{\bar{\nu}\sqrt{\underline{\mu}t_u}}\right) - \exp\left(\frac{2}{\bar{\nu}^2}\right)\Phi\left(-\frac{\underline{\mu}+t_u}{\bar{\nu}\sqrt{\underline{\mu}t_u}}\right).$$

Используя таблицы DN -распределения, по которым установленным способом (по значениям $F = 1 - \underline{P}(t_u)$ и $\nu = \bar{\nu}$) определяют $x[1 - \underline{P}(t_u); \bar{\nu}]$, выражение для оценки $\underline{\mu}$ можно записать в следующем виде:

$$\underline{\mu} = \frac{t_u}{x[1 - \underline{P}(t_u); \bar{\nu}]} = t_u \cdot K_1^*(\underline{P}, \bar{\nu}),$$

где $K_1^*(\underline{P}, \bar{\nu})$ – поправочный коэффициент, учитывающий эмпирическую вероятность отсутствия отказа; $x[\cdot]$ – относительная наработка по DN -распределению, определение которой указано выше.

Используя оценку $\underline{\mu}$, соответствующую доверительной вероятности q , получают выборочную среднюю оценку параметра $\tilde{\mu}$:

$$\tilde{\mu} = \frac{\underline{\mu}}{x(1-q; \tilde{\nu})} = t_u \cdot K_1^*(\underline{P}, \bar{\nu}) \cdot K_2^*(q, \tilde{\nu}),$$

где $K_2^*(q, \tilde{\nu})$ – поправочный коэффициент, учитывающий вид распределения и доверительную вероятность оценки параметра.

Оценку верхней доверительной границы параметра масштаба $\bar{\mu}$ вычисляют по формуле:

$$\bar{\mu} = \tilde{\mu} \cdot x(q; \tilde{\nu}) = \tilde{\mu} \bar{K}_2^*(q, \tilde{\nu}).$$

Определив оценки параметров ($\underline{\mu}, \tilde{\mu}, \bar{\mu}, \underline{\nu}, \tilde{\nu}, \bar{\nu}$), вычисляют точечные оценки и доверительные границы соответствующих показателей надежности согласно таблице.

Заключение. Разработаны методики оценки показателей надежности при наличии единичных отказов, а также отсутствия отказов при испытании (наблюдении) совокупности идентичных образцов на основе двухпараметрической вероятностно-физической модели отказов (DN -распределения) с использованием дополнительной априорной информации о коэффици-

циенте вариации процессов деградации (распределения наработки до отказа (на отказ)), т.е. решены задачи оценки надежности в условиях, когда двухпараметрические, строго вероятностные модели отказов (Вейбулла, логарифмически нормальное и др.) не работают ввиду незначительной статистики отказов, необходимой для оценки двух параметров.

Практическая ценность результатов состоит в том, что предложены методики оценки показателей надежности по результатам испытаний и (или) наблюдений за объектами в процессе эксплуатации, которые приводят к повышению точности оценок показателей надежности для заданных требований по достоверности (доверительной вероятности и относительной погрешности оценок) или к сокращению объема испытаний (количества объектов) для заданных требований по достоверности.

1. Стрельников П.В. Экспериментальная оценка надежности изделий в условиях малого числа отказов // Математические машины и системы. – 2011. – № 1. – С. 159–164.

2. Морозов А.А., Стрельников В.П. Методы оценки надежности средств вычислительной техники на основе двухпараметрических диффузионных распределений // УСиМ. – 1989. – № 4. – С. 14–20.
3. Стрельников В.П., Федухин А.В. Оценка и прогнозирование надежности электронных элементов и систем. – К.: Логос, 2002. – 486 с.
4. ГОСТ 27.005-97. Надежность в технике. Модели отказов. Основные положения. – Введ. 01.01.99. – 43 с.
5. ГОСТ 27.506-2000. Надежность в технике. Планы испытаний для контроля средней наработки до отказа (на отказ). Ч. 2. Диффузионное распределение. – Введ. 01.07.2001. – 36 с.
6. ДСТУ 2862-94. Надежность техники. Методы расчета показателей надежности. Общие требования. – Введ. 01.01.96. – 39 с.
7. ДСТУ 2992-95. Изделия электронной техники. Методы расчета надежности. – Введ. 01.01.96. – 76 с.
8. ДСТУ 3004-95. Надежность техники. Методы оценки показателей надежности по экспериментальным данным. – Введ. 01.01.96. – 122 с.
9. ДСТУ 2504-94. Средства вычислительной техники. Отказоустойчивость и живучесть. Методы испытаний. – Введ. 01.07.95. – 45 с.

Поступила 19.06.2013
Тел. для справок: +38 044 526-4476, 526-4434 (Киев)
E-mail: pavlost@ukr.net
© П.В. Стрельников, 2013

Внимание !

**Оформление подписки для желающих
опубликовать статьи в нашем журнале обязательно.**

В розничную продажу журнал не поступает.

Подписной индекс 71008