УДК 621.391:519.21

И.Н. Яворский, Р.М. Юзефович, И.Й. Мацько, П.А. Семенов

Стохастические модели вибросигналов и их анализ для исследования состояния механических систем

Описаны свойства корреляционно-спектральных характеристик периодически коррелированных случайных процессов и их обобщений – величин, которые целесообразно использовать для описания состояния вращающихся узлов механических систем и выявления их дефектов. Рассмотрены методы оценки вероятностных характеристик первого и второго порядков таких процессов по экспериментальным данным при известных и неизвестных периодах нестационарности.

Описано властивості кореляційно-спектральних характеристик періодично корельованих випадкових процесів та їх узагальнень – величин, які доцільно використовувати для опису стану обертових вузлів механічних систем та виявлення їх дефектів. Розглянуто методи оцінювання ймовірнісних характеристик першого та другого порядків таких процесів за експериментальними даними при відомих і невідомих періодах нестаціонарності.

Введение. Необходимость перехода от контроля работоспособности технических объектов к диагностированию зарождающихся дефектов приводит к поиску таких диагностических признаков, которые реагируют на незначительные отклонения параметров технического состояния от нормы. Выявление неисправностей, которые еще не привели к катастрофическим последствиям, определение степени развития дефекта и его признаков возможны только на основе детального исследования структуры вибросигналов и ее связи с кинематикой и динамикой механизмов. Описание такой структуры в свою очередь возможно на основе адекватных математических моделей вибросигналов, отражающих те их черты, которые необходимы для установления состояния механической системы. Характерные признаки вибрационных колебаний – повторяемость и стохастичность. Повторяемость обусловлена циклическим принципом действия многих механизмов, а стохастичность может быть вызвана флуктуациями толщины и вязкости смазки, изменениями сил трения, спонтанными и неуправляемыми изменениями нагрузки, турбулентностью и пр. Поскольку появление дефектов приводит к нелинейности механических колебательных систем, то повторяемость и стохастичность выступают в свойствах вибраций во взаимодействии. Именно в характере такого взаимодействия проявляются те свойства колебательного процесса, которые часто являются определяющими для установления состояния объекта, его порождающего. Адекватными моделями для описания и анализа этого взаимодействия являются периодически и почти периодически нестационарные случайные процессы (в рамках теории второго порядка – периодически и почти периодически коррелированные) [1–3]. Эти случайные процессы называются также *циклостационарными* [4, 5]. Подход, основанный на таких моделях, авторами впервые был апробирован для анализа сигналов вибрации подшипниковых опор турбоагрегатов ТЭС [6] и показал свою эффективность при дальнейших исследованиях [7–9]. Дефекты вращающихся механизмов проявляются в вибрации как в генерировании новых гармонических составляющих, так и в их модуляции. Вероятностные характеристики *периодически коррелированных случайных процессов* (ПКСП) и их обобщений служат носителями информации о таких изменениях, поэтому их можно использовать для диагностики как непосредственно, так и как основу для формирования новых диагностических признаков, и эти признаки дают возможность выявлять дефекты уже на ранних стадиях развития. В данной статье описаны ПКСП-модели вибросигналов, приведены их оценки корреляционных и спектральных характеристик.

ПКСП-модель вибросигналов и задачи их анализа

Первый этап обработки вибросигналов заключается в их разделении на детерминированную и стохастическую составляющие. Анализ детерминированной составляющей базируется на развитых авторами методах выявления и анализа скрытых периодичностей. С детерминированной составляющей вибросигналов, как правило, связаны макродефекты механических систем, такие как дисбаланс, эксцентриситет, несоосность, биение, зацепления и др. Выводы о дефектности вращающегося узла принимаются на основе анализа амплитудного и фазового спектров этой составляющей. Случайная составляющая содержит информацию о нестационарных и нелинейных свойствах вибрационного сигнала, связанных с силой трения, изменением вязкости масел, шероховатости поверхности и пр. Анализ случайной составляющей, в том числе характеристик ее периодической нестационарности, позволяет выявлять дефекты на ранних стадиях развития. Периодическая нестационарность случайной составляющей обусловлена стохастической модуляцией гармоник [1, 2, 10, 11]. Эта модуляция в большинстве своем не узкополосная, поэтому она не всегда проявляется в пиковых значениях оценок спектральной плотности мощности стационарного приближения сигнала.

В соответствии с изложенным модель вибрации сложных машинных комплексов с одним дефектным элементом имеет вид

$$\xi(t) = s(t) + \eta(t), \tag{1}$$

где $s(t)$ – детерминированная составляющая сигнала, $\eta(t) = \xi(t) + \varepsilon(t)$ – случайная составляющая сигнала, где соответственно $\xi(t)$ – периодически нестационарная составляющая, $\varepsilon(t)$ – стационарный фоновый шум, причем случайные процессы $\varepsilon(t)$ и $\eta(t)$ некоррелированные. Детерминированная составляющая $s(t)$ описывается почти периодической функцией

$$s(t) = \sum_{k=-M}^{M} c_k e^{ik\omega_k t}, \tag{2}$$

где M – число гармонических составляющих, c_k – их комплексные амплитуды, а ω_k – частоты. Моделью нестационарной составляющей есть ПКСП, для которого справедливо гармоничное представление [1, 2, 12, 13]

$$\xi(t) = \sum_{k\in Z} \xi_k(t) e^{ik\omega_0 t}, \tag{3}$$

где $\xi_k(t)$ – стационарно связанные случайные процессы, описывающие стохастическую амплитудную и фазовые модуляции основных гармонических составляющих ПКСП, а $\omega_0 = 2\pi/T$, T – период нестационарности. Именно корреляционные и спектральные характеристики модулирующих процессов являются носителями информации о типах дефектов вращающихся узлов. Диагностические признаки могут строиться на основе этих характеристик или с использованием вероятностных характеристик сформированного стационарными компонентами $\xi_k(t)$ ПКСП.

Математическое ожидание $m(t) = E\xi(t)$ и корреляционная функция, $b(t,u) = E\overset{\circ}{\xi}(t)\cdot\overset{\circ}{\xi}(t+u)$, $\overset{\circ}{\xi}(t) = \xi(t) - m(t)$ – периодические функции времени

$$m(t) = m(t+T), \quad b(t+T,u) = b(t,u),$$

и могут быть представлены рядами Фурье

$$m(t) = \sum_{k=\mathbb{Z}} m_k e^{ik\omega_0 t}, \quad b(t,u) = \sum_{k=\mathbb{Z}} B_k(u) e^{ik\omega_0 t}. \tag{4}$$

Периодически меняется по времени и мгновенная спектральная плотность ПКСП – преобразование Фурье корреляционной функции

$$f(\omega,t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} b(t,u) e^{-i\omega u} du = \sum_{k\in Z} f_k(\omega) e^{-ik\omega_0 t}.$$

Здесь

$$f_k(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} B_k(u) e^{-i\omega u} du.$$

Величины $B_k(u)$ и $f_k(\omega)$ соответственно называют корреляционными и спектральными компонентами. Нулевые компоненты $B_0(u)$ и $f_0(\omega)$ описывают свойства стационарного приближения ПКСП, т.е. усредненные корреляционные связи и усредненную по времени спектральную плотность мощности флуктуационных колебаний.

Коэффициенты Фурье математического ожидания ПКСП являются математическими ожиданиями модулирующих процессов $\xi_k(t)$ в представлении (3), т.е. $m_k(t)=E\xi_k(t)$, а корреляционные и спектральные компоненты определяются авто- и взаимокорреляционными функциями и соответствующими спектральными плотностями этих процессов

$$B_k(u)=\sum_{n\in Z} R_{n-k,n}(u)e^{-in\omega_0 u},$$
$$f_k(\omega)=\sum_{n\in Z} f_{n-k,k}(\omega-n\omega_0), \qquad (5)$$

где $R_{kl}(u)=E\overline{\overset{\circ}{\xi}_k(t)}\overset{\circ}{\xi}_l(t+u)$, $\overset{\circ}{\xi}_k(t)=\xi_k(t)-m_k$, $\overline{}$ – знак сопряжения, а

$$f_{kl}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R_{kl}(u)e^{-i\omega u}.$$

Как следует из соотношений (5), случайный процесс (3) – это ПКСП только тогда, когда модулирующие различные гармонические составляющие процессы $\xi_k(t)$ есть коррелированными. А это значит, что их спектры должны перекрываться.

Для стационарных случайных процессов $\xi_k(t)$ справедливо гармоничное представление [14]

$$\xi_k(t)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t}dZ_k(\omega),$$

где $EdZ_k(\omega)=m_k\delta(\omega)d\omega$,

$$E\overline{d\overset{\circ}{Z}_k(\omega_1)}d\overset{\circ}{Z}_l(\omega_2)=f_{kl}(\omega_2)\delta(\omega_1-\omega_2)d\omega_1 d\omega_2,$$

когда $d\overset{\circ}{Z}_k(\omega)=dZ_k(\omega)-m_k\delta(\omega)d\omega$, $\delta(\omega)$ – дельта функция Дирака. Исходя из (3), для ПКСП тогда имеем

$$\xi(t)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t}dZ(\omega),$$

при этом

$$dZ(\omega)=\sum_{k\in Z} dZ_k(\omega-k\omega_0).$$

Очевидно, что

$$EdZ_k(\omega)=m_k\delta(\omega-k\omega_0)d\omega,$$
$$Ed\overset{\circ}{Z}(\omega_1)\overline{d\overset{\circ}{Z}(\omega_2)}=$$
$$=\sum_{k\in Z} f_k(\omega_1)\delta(\omega_2-\omega_1+k\omega_0)d\omega_1 d\omega_2, \qquad (6)$$

где величины $f_k(\omega)$ определяются соотношением (5). Из (6) следует, что гармонические составляющие ПКСП, разность частот между которыми кратна ω_0, – коррелированные. Мерой этой коррелированности есть спектральные компоненты $f_k(\omega)$. Равенство (6) означает, что коррелируемость стационарных компонентов ПКСП и коррелируемость его гармонических составляющих эквивалентны.

Из представления (3) следует, что ПКСП охватывает известные модели скрытых периодичностей сигналов вибрации. Например, если $\xi_k(t)=c_k+\eta_k(t)$, где $\eta_k(t)$ – некоррелированные стационарные случайные процессы, то получим аддитивную модель $\xi(t)=\eta(t)+f(t)$, где $f(t)=\sum_{k\in Z} c_k e^{ik\omega_0 t}$ – периодическая функция, а $\eta(t)=\sum_{k\in Z}\eta_k(t)e^{ik\omega_0 t}$ – стационарный случайный процесс. ПКСП описывает мультипликативное взаимодействие периодичности и стохастичности, когда $\xi_k(t)=c_k\eta(t)$. Тогда $\xi(t)=\eta(t)f(t)$. К полигармонической модели приходим, если случайные процессы вырождаются в случайные переменные ξ_k: $\xi(t)=\sum_{k\in Z}\xi_k e^{ik\omega_0 t}$. Простейшей моделью амплитудной и фазовой модуляции сигналов вибрации машин и конструкций является так называемая квадратурная модель (представление Райса), когда в формуле (3) отличны от нуля только первые компоненты $\xi_{-1}(t)$ и $\xi_1(t)$. Такая модель, на первый взгляд, мало пригодна для описания сложных многорезонансных колебаний реальных технических объектов, однако может быть эффективно применена совместно с методами линейной полосовой фильтрации. Предполагая возможность выделения в сигнале вибрации отдельных узкополосных компонентов, получаем представление

$$\xi(t)=\xi_{-1}(t)e^{-i\omega_0 t}+\xi_1(t)e^{i\omega_0 t}=\xi_c(t)\cos\omega_0 t+$$
$$+\xi_s(t)\sin\omega_0 t=A(t)\cos\left[\omega_0 t-\varphi(t)\right],$$

при этом

$$\xi_1(t)=\frac{1}{2}\left[\xi_c(t)-i\xi_s(t)\right], \xi_{-1}(t)=\frac{1}{2}\left[\xi_c(t)+i\xi_s(t)\right],$$
$$\xi_c(t)=A(t)\cos\varphi(t), \quad \xi_s(t)=A(t)\sin\varphi(t).$$

Мгновенная спектральная плотность ПКСП является комплекснозначной функцией: $f(\omega, t) = \mathrm{Re}\, f(\omega, t) - i\,\mathrm{Im}\, f(\omega, t)$. Для действительной $\mathrm{Re}\, f(\omega, t)$ и мнимой $\mathrm{Im}\, f(\omega, t)$ частей соответственно имеем:

$$\mathrm{Re}\, f(\omega,t) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} b^{+}(t,u)\cos\omega u du ,$$

$$\mathrm{Im}\, f(\omega,t) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} b^{-}(t,u)\sin\omega u du ,$$

где $b^{+}(t,u) = \frac{1}{2}\left[b(t,u) + b(t-u,u)\right]$ – четная, а $b^{-}(t,u) = \frac{1}{2}\left[b(t,u) - b(t-u,u)\right]$ – нечетная составляющие корреляционной функции. Дисперсия процесса $b(t,0) = b^{+}(t,\varphi) = 2\int_0^{\infty} \mathrm{Re}\, f(\omega,t)\, d\omega$, описывающая изменение по времени мгновенной мощности колебаний, определяется интегрированием по всем частотам действительной части мгновенной спектральной плотности, однако последняя не может интерпретироваться как спектральная плотность мощности колебаний, поскольку она может быть отрицательной. Нечетная часть корреляционной функции $b^{-}(t, u)$ зависит от соотношения между скоростями изменения корреляционной функции по времени t и сдвигу u. Если корреляционные связи быстро затухают по сдвигу до нуля на интервале, где по времени они меняются мало, то нечетная часть будет достаточно малой. При сближении скоростей таких изменений величина нечетной части будет расти. Для каждого момента времени t будут существовать так называемые переходные корреляции, характер которых будет отображать функция $b^{-}(t, u)$, а их частотные характеристики – мнимая часть спектральной плотности $\mathrm{Im} f(\omega, t)$.

При исследовании сигналов вибрации достаточно часто встречаются ситуации, когда рядом со стохастической повторяемостью одного периода существуют и другие, обусловленные, прежде всего разной частотой вращения механических узлов, входящих в состав механической системы. Для описания свойств таких сигналов могут быть использованы математические модели в виде почти ПКСП [2], представляемые в виде ряда [2]

$$\xi(t) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} \xi_k(t) e^{i\omega_k t} , \qquad (7)$$

где $\xi_k(t)$ – стационарно связанные случайные процессы, а $\omega_k \in M$, где M – конечное или счетное множество действительных чисел. Математическое ожидание и корреляционная функция случайного процесса (7) будут почти периодическими функциями:

$$m(t) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} m_k e^{i\omega_k t} , \quad b(t,u) = \sum_{k\in\mathbb{Z}} B_k e^{i\mu_k t} ,$$

при этом действительные числа μ_k относятся к расширенному множеству $\overline{M}$, которые кроме чисел ω_k, содержат также их попарные разницы $\omega_k - \omega_n$.

Существенным частным случаем почти ПКСП, который применяют при анализе сигналов вибрации в нелинейных и параметрических системах, есть случайные процессы, показатели Фурье которых имеют вид

$$\omega_k = \sum_{l=1}^{L} r_{kl}\Omega_l , \qquad (8)$$

где все r_{kl} – целые числа. Тогда базис $\left\{\Omega_l, l = \overline{1,L}\right\} = M_0$ называют конечным и целым базисом множества $M = \{\omega_k, k \in Z\}$ Почти ПКСП с показателями Фурье (8) называют полипериодически коррелированными случайными процессами, а при $L = 2$ – бипериодически коррелированными [1, 2]. Для вращательных узлов элементы множества M показателей Фурье можно найти на основе их конструктивных данных, а элементы соответствующего базиса определяют как основные частоты возмущения.

Как отмечено ранее, вероятностные характеристики ПКСП и почти ПКСП хорошо приспосабливаются для идентификации характера изменений гармонических составляющих сигналов вибраций вращающихся механизмов. Для выявления стохастической модуляции и идентификации типа возможного дефекта на начальном этапе исследований достаточно использовать диагностические параметры, описывающие периодическую нестационарность первого и второго порядков. Для определения мер этой нестационарности избраны коэффициенты Фурье m_k математического ожидания $m(t)$ и $B_k(u)$ корреляционной функции $b(t, u)$. Эти коэффициенты описывают свойства стохастической модуляции гармоник вибрации. Поэтому введем в рассмотрение простые диагностические признаки периодической нестационарности первого и второго порядков:

$$I_1 = \frac{\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N_1}\left|\hat{m}_k\right|^2}{\hat{B}_0(0)}, \quad I_2 = \frac{\sum_{k=1}^{N_2}\left|B_k(0)\right|}{\hat{B}_0(0)}, \qquad (9)$$

где N_1 и N_2 – число гармонических составляющих, принятых во внимание в Фурье-разложении математического ожидания и корреляционной функции. Первая величина I_1 определяется отношением мощности детерминированных изменений вибрации к средней мощности его флуктуационных изменений, а вторая I_2 – отношением колебательной мощности флуктуаций к их колебательной средней мощности. Введенные признаки периодической коррелированности имеют свойства меры. Они монотонно растут при увеличении мощности колеблющихся регулярных и флуктуационных изменений вибрации. В случае стационарного процесса, когда $m_k \equiv 0$ и $B_k \equiv 0$ для всех $k \neq 0$, диагностические параметры I_1 и I_2 равны нулю.

Очевидно, что дефекты механизмов также могут сказываться на характере затухания корреляционных связей модулирующих стохастических процессов. Для отображения этого эффекта могут быть выбраны параметры

$$I_3^{(k)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\left|\hat{B}_k(u)\right|du}{\int_{-\infty}^{\infty}\left|\hat{B}_0(u)\right|du}, \quad k = \overline{1, N_2},$$

которые называют мерами периодической коррелированности. Для стационарного случая также имеем $I_3^{(k)} = 0$.

Подобные свойства вибрации, но уже в частотной области, описывает так называемая функция спектральной когерентности

$$C_k(\omega) = \frac{\left|\hat{f}_k(\omega)\right|}{\hat{f}_0(\omega)}, \quad k = \overline{1, N_2}. \qquad (10)$$

Нормирование спектральных компонентов высших порядков дает возможность подчеркнуть связь между энергетически слабыми компонентами от незначительных дефектов на фоне компонентов, которые не имеют отношения к идентификации дефекта, однако имеют существенно большую мощность.

Целесообразно также использование функционала

$$I_4^{(k)} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} C_k(\omega)\,d\omega,$$

однако его определение требует большого объема вычислений.

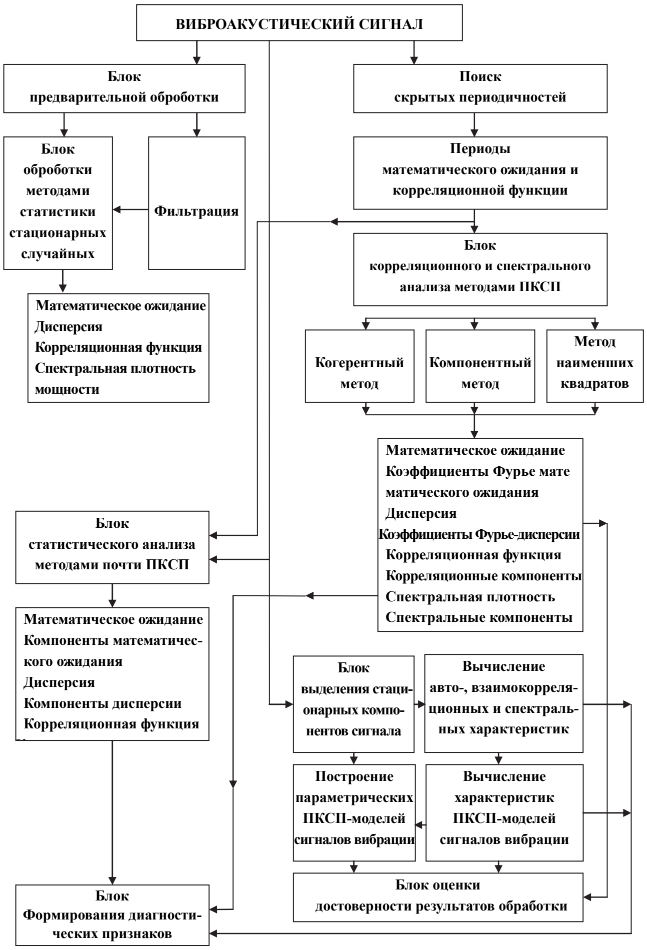
Для выявления определенного типа дефектов достаточно эффективны признаки, сформированные на основе корреляционных и спектральных характеристик стационарных компонентов ПКСП-модели вибросигналов, в том числе нормированные взаимокорреляционные функции $r_{kl}(u) = \dfrac{R_{kl}^2(u)}{R_{kk}(0)R_{ll}(0)}$ и функции автокогерентности

$$\gamma_{kl}^2(\omega) = \frac{\left|f_{kl}^2(\omega)\right|}{\left|f_{kk}(\omega)\right|\left|f_{ll}(\omega)\right|}. \qquad (11)$$

Функция (11) инвариантна относительно линейных преобразований. Поскольку появление дефектов сопровождается нелинейными эффектами, то ее целесообразно использовать при разделении источников дефектов, а ее частотные зависимости – при установлении их типов.

Оценка корреляционных и спектральных характеристик периодически коррелированных случайных процессов

Задачи отбора сигналов вибрации, их статистического анализа, оценки достоверности результатов статистической обработки, формирования диагностических признаков решаются с помощью созданных информационно-измерительных систем с использованием разработанного программного продукта *Vibro Analyzer* (рисунок). Теоретической основой для обоснования алгоритмов обработки стали оригинальные результаты в области теории и анализа стохастических колебаний [10, 11, 15–19], в том числе и выявления скрытых периодичностей [11].



Для оценки вероятностных характеристик ПКСП могут быть использованы методы когерентный [12] и компонентный [15], метод наименьших квадратов [16], методы линейной гребенчатой [17], полосовой [18] и фильтрационные методы.

Когерентный метод заключается в усреднении отсчетов сигналов, отобранных через период T

$$\hat{m}(t)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\xi(t+nT), \qquad (12)$$

$$\hat{b}(t,u)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\xi(t+nT)\xi(t+u+nT)-$$
$$-\hat{m}(t)\hat{m}(t+u+nT).$$

Компонентные оценки имеют вид тригонометрических полиномов

$$\hat{m}(t)=\sum_{k=-N_1}^{N_1}\hat{m}_k e^{ik\frac{2\pi}{T}t},\ \hat{b}(t,u)=\sum_{k=-N_2}^{N_2}\hat{B}_k(u)e^{i\omega_0 t}, \qquad (13)$$

где $N_i,\ i=\overline{1,2}$ – номера наивысших гармоник. Коэффициенты полиномов $\hat{m}_k$ и $\hat{B}_k(u)$ определяются на основе статистик

$$\hat{m}_k=\frac{1}{\theta}\int_0^{\theta}\xi(t)e^{-ik\frac{2\pi}{T}t}dt,\ \hat{B}_k(u)=,$$

$$=\frac{1}{\theta}\int_0^{\theta}\left[\xi(t)-\hat{m}(t)\right]\left[\xi(t+u)-\hat{m}(t+u)\right]e^{-ik\frac{2\pi}{T}t}dt,$$

где θ – длина отрезка реализации. Компонентные оценки формируются на основе априорных данных о числе гармонических составляющих, что содержит ряд Фурье для каждой вычисляемой вероятностной характеристики. Они более эффективны, чем когерентные, особенно при условии быстрого затухания корреляционных связей с увеличением сдвига u. Данные о числе гармоник, которые нужно учитывать в соотношениях (13), могут быть получены по результатам обработки экспериментальных данных когерентным методом.

Оценки наименьших квадратов находят, минимизируя функционалы

$$F_1\left[\hat{m}_0,\hat{m}_1^c,\ldots,\hat{m}_{N_1}^c,\hat{m}_1^s,\ldots,\hat{m}_{N_1}^s\right]=$$
$$=\int_0^{\theta}\left[\xi(t)-\hat{m}(t)\right]^2dt, \qquad (14)$$

$$F_2\left[\hat{B}_0(u),\hat{B}_1^c(u),\ldots,\hat{B}_{N_2}^c(u),\hat{B}_1^s(u),\ldots,\hat{B}_{N_2}^s(u)\right]=$$
$$=\int_0^{\theta}\left[\overset{\circ}{\xi}(t)\overset{\circ}{\xi}(t+u)-\hat{b}(t,u)\right]^2dt. \qquad (15)$$

Для таких оценок при всех значениях θ отсутствует эффект просачивания. При $\theta=NT$, N – натуральное число, классы оценок наименьших квадратов и компонентных оценок совпадают.

Для вычисления оценок спектральных характеристик может быть использован коррелограммный метод Блэкмана–Тьюки [20, 21]. Для этого выбирают точку усечения коррелограммы и соответствующее сглаживающее окно $k(u)$. Тогда оценки мгновенной спектральной плотности $f(\omega, t)$ и спектральных компонентов $f_k(\omega)$находят по формулам:

$$\hat{f}(\omega,t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-u_m}^{u_m}\hat{b}(t,u)k(u)e^{-i\omega u}du,$$

$$\hat{f}_k(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-u_m}^{u_m}\hat{B}_k(u)k(u)e^{-i\omega u}du,$$

Где $k(-u)=k(u)$, $k(0)=1$, $k(u)\equiv 0$, при $|u|\geq u_m$. Выбор параметров обработки реальных сигналов θ, u_m осуществляется на основе статистических характеристик оценок (4) – (12) и аналитически полученных критериях качества.

Для выделения модулирующих стационарных компонентов сигналов разработаны два метода. Первый из них заключается в частотном сдвиге сигнала на величину $-k\omega_0$ и дальнейшей низкочастотной фильтрации, а именно использовании преобразования

$$\xi_k(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t-\tau)\xi(\tau)e^{-ik\omega_0\tau}d\tau, \qquad (16)$$

где $h(\tau)$– импульсный отклик низкочастотного фильтра

$$h(\tau)=\frac{\sin\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right)}{\pi\tau}.$$

Во втором методе с помощью полосовой фильтрации выделяются составляющие, спектры которых сосредоточены в диапазонах $\left[k\omega_0-\frac{\omega_0}{2}\right],\left[k\omega_0+\frac{\omega_0}{2}\right]$, а дальше с использованием преобразования Гильберта находятся их огибающие. Такие преобразования сигналов дают возможность провести анализ вероятностных характеристик как самих огибающих основных гармоник ПКСП, так и их взаимокорреляционных и взаимоспектральных характеристик.

Приведенные методы корреляционно-спектрального анализа ПКСП требуют предварительного знания периода T. Часто основные периоды возбуждения механической системы, например, могут быть вычислены на основе их кинематических схем при условии, что известен период вращения вала двигателя, приводящего в действие машину. Однако вычисленные таким образом величины имеют недостаточную точность и в реальных ситуациях могут меняться, поэтому для эффективного применения ПКСП-подхода величины периодов следует находить на основе полученной реализации сигнала. Определение периода T и исследования на основе ПКСП-модели структуры стохастических колебаний можно рассматривать как развитие известной проблемы выделения скрытых периодичностей. Поскольку свойства скрытых периодичностей не всегда проявляются в пиковых значениях спектральной плотности стационарного приближения, то для оценки периода были разработаны специальные методы, основанные на выявлении периодических временных изменений вероятностных характеристик [22]. Для этого были применены функционалы, имеющие вид оценок (12) – (15) с той разницей, что вместо истинного значения периода T была использована некоторая пробная величина τ. Оценки периода T тогда находятся как точки экстремальных значений таких функционалов. Например, компонентные оценки периода находят на основе экстремальных значений функционалов

$$\hat{m}_k^{c,s}(\tau)=\frac{1}{\theta}\int_{-\theta}^{\theta}\xi(t)\begin{Bmatrix}\cos k\frac{2\pi}{\tau}t\\ \sin k\frac{2\pi}{\tau}t\end{Bmatrix}dt,$$

$$\hat{B}_k^{c,s}(u,\tau)=\frac{1}{\theta}\int_{-\theta}^{\theta}\mathring{\xi}(t)\mathring{\xi}(t+u)\begin{Bmatrix}\cos k\frac{2\pi}{\tau}t\\ \sin k\frac{2\pi}{\tau}t\end{Bmatrix}dt.$$

Определенные таким методом оценки периода имеют большую точность, а именно их смещение имеет порядок $O(\theta^{-2})$, а дисперсия – $O(\theta^{-3})$.

Когерентный и компонентный методы могут быть применены также при оценке вероятностных характеристик обобщений ПКСП. Однако в этих случаях проявляется та особенность, что полные оценки в общем случае могут быть получены только компонентным методом. Когерентное усреднение будет давать полную оценку только в том случае, когда отбор данных проводится через наибольший период, содержащий целое число других [23], иначе будем получать только оценки характеристик аддитивных составляющих того или иного периода. Следует отметить также, что при компонентной оценке отдельные гармонические составляющие могут быть разделены только в асимптотике, а при конечной длине реализации и близких периодах базисных гармоник существенной по величине может быть погрешность, обусловленная эффектом просачивания. Избежать этого эффекта можно применив для оценки характеристик метод наименьших квадратов (МНК) [24]. Исходя из этого, МНК можно считать основным при статистическом анализе почти ПКСП. Этот метод также эффективен при статистическом анализе почти ПКСП с неизвестными априори частотами базисных гармоник.

Заключение. На основе развитых методов спектрально-корреляционного анализа ПКСП и их обобщений с использованием созданных информационно-измерительных систем был проведен целый ряд вибродиагностических исследований состояния механических объектов на предприятиях Украины, результаты которых показали эффективность такого подхода при выявлении дефектов механизмов на стадиях зарождения и при дальнейшем анализе их развития.

1. *Драган Я.П.*, *Яворский И.Н.* Ритмика морского волнения и подводные акустические сигналы. – Киев: Наук. думка, 1982. – 247 с.
2. *Драган Я.П.*, *Рожков В.А.*, *Яворский И.Н.* Методы вероятностного анализа ритмики океанологичесих процессов. – Л.: Гидрометеоиздат, 1987. – 320 с.
3. *Hurd H.L.*, *Miamee A*. Periodically Correlated Random Sequences. Spectral Theory and Practice. – New Jersey: Wiley-Interscience, 2007. – 353 p.
4. *Gardner W.A*. Statistical Spectral Analysis: A Nonprobabilistic Theory. – New York: Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1987. – 566 p.
5. *Cyclostationarity* in Communications and Signal Processing / Ed. by W.A. Gardner – New York: IEEE Press, 1994. – 504 p.
6. *Василина Ю.Т.*, *Михайлишин В.Ю.*, *Яворский И.Н.* Анализ нестационарных модулированных случайных сигналов вибраций в системах технической диагностики // I Укр. научн.-техн. конф. «Надежность. Современное состояние, проблемы, перспективы». – Киев, 1995. – С. 92–93.
7. *Методи* і нові технічні засоби вібродіагностики підшипникових вузлів та зубчатих передач / І.М. Яворський, П.П. Драбич, О.П. Драбич та ін. // Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд та машин. – К.: Ін-т електрозвар. ім. Є.О. Патона НАН України. – 2006. – С. 52–56.
8. *Назарчук З.Т.*, *Яворський І.М.*, *Михайлишин В.Ю.* Застосування теорії періодично корельованих випадкових процесів до раннього виявлення дефектності обертових систем // 3-я міжнар. конф. «Механіка руйнування матеріалів і міцність коструkцій». – Львів, 2004. – С. 403–410.
9. *Методи* підвищення ефективності статистичного аналізу сигналів вібрації підшипникових опор турбоагрегатів теплоелектростанцій / І.М. Яворський, І.Ю. Ісаєв, І.Б. Кравець та ін. // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2009. – № 3. – С. 49–59.
10. *Javorskyj I.*, *Mykhajlyshyn V*. Probabilistic models and statistical analysis of stochastic oscilations // Patt. Recog. and Image Analysis. – 1996. – **6**, № 4. – P. 749–763.
11. *Methods* of periodically correlated random Processes and Their Generalizations. Cyclostationarity: Theory and Methods. Lecture Notes in Mechanical Engineering / I. Yavorskyj, R. Yuzefovych, I. Kravets et al., Ed. F. Chaari, J. Leskow, A. Sanches-Ramirez. – New York: Springer, 2014. – P. 73–93.
12. *Coherent* covariance analysis of periodically correlated random processes / I. Javorskyj, I. Isayev, Z. Zakrzewski et al. // Signal Processing. – 2007. – **87**. – P. 13–32.
13. *Ogura H.* Spectral representation of a periodic nonstationary random process // IEEE Trans. Inf. Theory. – 1971. – IT. 17, № 2. – P. 143–149.
14. *Yaglom A.M.* Correlation Theory of Stationary and Related Random Functions. – New York: Springer-Verlag, 1987. – 526 p.
15. *Component* covariance analysis for periodically correlated random processes / I. Javorskyj., I. Isayev, J. Majewski et al. // Signal Processing. – 2010. – **90**. – P. 1083–1102.
16. *Метод* наименьших квадратов при статистическом анализе периодически коррелированных случайных процессов / И.Н. Яворский, Р.М. Юзефович, И.Б. Кравец и др. / Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2011. – Т. 1, № 1. – С. 54–64.
17. *Linear* Filtration Methods for Statistical Analysis of Periodically Correlated Random Processes. – Part I: Coherent and component methods and their generalization / I. Javorskyj, J. Leśkow, I. Kravets et al. // Signal Processing. – 2012. – **92**. – P. 1559–1566.
18. *Linear* Filtration methods for statistical analysis of periodically correlated random processes – Part II: Harmonic series representation / I. Javorskyj, J. Leśkow, I. Kravets et al. // Ibid. – 2011. – P. 2506–2519.
19. *Hurd H.L.* Representation of strongly harmonizable periodically correlated random processes and their covariances // J. Multivariate Anal. – 1989. – **29**. – P. 53–67.

20. *Blackman R.B.*, *Tukey J.W.* The measurements of power spectra from the point of view of communications engineering // Bell Labs Techn. J. – 1958. – **33**. – P. 185–282.
21. *Parzen E.* Time Series Analysis Papers. – San Francisco: Holden-Day, 1967. – 565 p.
22. *Яворский И.Н.* Статистический анализ бипериодически коррелированных случайных процессов // Отбор и передача информации. – 1986. – № 73. – С. 12–21.
23. *Яворский И.Н.* Статистические свойства отчетных последовательностей бипериодически коррелированных случайных процессов // Отбор и передача информации. – 1988. – № 1 (77). – С. 16–23.
24. *Javorskyj I.*, *Mykhaylyshyn V.*, *Zabolotnyj O.* Least squares method for statistical analysis of polyritmics rhythmics // Appl. Math. Let. – 2003. – **16**. – P. 1217–1222.

E-mail: *iavor@ipm.lviv.ua*, *abzac@ipm.lviv.ua*, *ivanmatsko@ipm.lviv.ua*, *semenov_p@bk.ru*

UDC 621.391:519.21

I.N. Javors'kyj, R.M. Yuzefovych, I.I. Matsko, P.A. Semenov

The Stochastic Models of the Vibration Signals and Their Analysis for the Mechanical Systems State Estimation

Keyword: periodically correlated random process, vibration diagnosis, mathematical model of vibration signal, information-measuring system, spectral and correlation analysis

Introduction. Faults detection and estimation of its stage is possible only on the base of the detail analysis of the vibration signal structure and its relation with kinematic and dynamic mechanisms. Description of such structure is possible only using the adequate mathematical models of vibration signals that contain necessary signals' features needed for estimation of the mechanical system state. Recurrence and stochasticity are the features of the vibration oscillations. The faults appearance causes non-linearity of mechanical system and the interaction of these signal's components. The character of such interaction contains those properties of vibrations that are necessary for the mechanism state estimation. Periodically and almost periodically non-stationary random processes are adequate models for the description and analysis of such interaction.

Purpose. The purpose of the given paper is to propose a new approach for analysis of the vibration signal that allows one to detect the mechanical systems faults on the early stages of their initiation and to prevent accidents.

Results. Properties of the correlation and spectral characteristics of periodically correlated random processes and their generalizations – quantities that are suitable for the description of mechanical systems' rotary units state and the detection of their faults, are described. The methods for estimation of probabilistic characteristics of the first and the second order on the base of experimental data at known and unknown period of non-stationarity are considered. Advantages and disadvantages of the estimators using the coherent, component methods and least squares methods are shown. Parameters that affect on the estimation accuracy are given. Definition of the aliasing effect is given and its influence on characteristics estimators is investigated. Methodology for vibration signals processing is proposed.

Conclusions. On the base of the developed methods of spectral and correlation analysis of PCRP and their generalizations with uses of created information-measuring system the series of vibrodiagnostic investigations of mechanisms state on the factories in Ukraine are provided. Obtained results showed the high efficiency of the proposed approach for detection of the faults on the early stages of their initiation and its further growing.

●