

УДК 532.595

К.А. Семенович, О.С. Лимарченко*(Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев)*

Динамическое взаимодействие жидкости с резервуаром при угловых колебаниях

kateryna.semenovych@gmail.com, Olelim2010@yahoo.com*Светлой памяти Промарза Меликовича Тамразова посвящается*

Angular motion of cylindrical reservoir, partially filled by ideal incompressible liquid, on pendulum suspension for impulse moment excitation of the system is under consideration. Dependence of liquid dynamic response on the length of the suspension is investigated and analyzed.

1. Введение. Рассматривается угловое движение цилиндрического резервуара, частично заполненного жидкостью, на маятниковом подвесе при импульсном моментном возбуждении движения системы. Изучается зависимость динамического взаимодействия жидкости с резервуаром от длины подвеса.

Движение системы возбуждается моментом в виде импульса прямоугольной формы продолжительностью 1 с, его амплитуда подбирается таким образом, чтобы максимальные амплитуды колебаний свободной поверхности находились в диапазоне развития волн с нелинейными свойствами $0,2R - 0,3R$, где R – радиус резервуара.

2. Математическая модель. Для исследования данной задачи используется математическая модель системы, представленная в работах [2, 3]. Жидкость считается идеальной, однородной, несжимаемой, ее

начальное движение принимается безвихревым. Применяемый метод решения базируется на формулировании задачи в форме вариационного принципа Гамильтона–Остроградского и использовании метода Канторовича для построения дискретной модели системы [3]. При этом кинематические граничные условия на свободной поверхности необходимо исключить предварительно. Движение жидкости описывается в системе координат, жестко связанной с резервуаром. Вводятся следующие обозначения. Пусть τ – область, занимаемая жидкостью; S и S_0 – свободная поверхность жидкости в ее возмущенном и невозмущенном движении; Σ и Σ_0 – границы контакта жидкости со стенками резервуара в возмущенном и невозмущенном состоянии; $\xi(r, \theta, z, t) = 0$ – уравнение свободной поверхности жидкости. Для описания поступательных движений резервуара вводится вектор перемещений $\vec{\varepsilon}$.

К рассмотрению принимаются 12 форм колебаний жидкости. Для построения нелинейной дискретной модели системы резервуар – жидкость со свободной поверхностью вводятся следующие обобщенные координаты: a_i – амплитуды возбуждения форм колебаний жидкости; α_i – углы отклонения резервуара; ε_i – параметры поступательного движения резервуара. Уравнения движения системы в параметрах $a_i, \alpha_i, \varepsilon_i$ могут быть записаны следующим образом:

$$\sum_{n=1}^N p_{rn} \ddot{a}_n + \sum_{n=N+1}^{N+3} p_{rn} \ddot{\varepsilon}_{n-N} + \sum_{n=N+4}^{N+6} p_{rn} \ddot{\alpha}_{n-N-3} = q_r, r = \overline{1, N+6}, \quad (1)$$

где p_{rn} – квадратная матрица размерности $N+6$, q_r – вектор размерности $N+6$. Компоненты матрицы и вектора зависят от форм колебаний ψ_i и векторного потенциала Стокса–Жуковского. За счет того, что центр системы координат выбирается в точке подвеса, в данной задаче отсутствуют поступательные движения, поэтому размерность сокращается до $N+3$.

Движение системы изучалось для длин подвеса в диапазоне $0 - 25R$ и больше (здесь R – радиус резервуара).

Рассмотрим круговой цилиндрический резервуар с радиусом основания $R = 1$ м на маятниковом подвесе. Резервуар заполнен жидкостью до уровня $H = R$. Соотношение масс резервуара и жидкости 0,25. Движение резервуара происходит в вертикальной плоскости. Рассматривается динамика системы в течение 25 с, что соответствует 20–25 периодам колебаний жидкости по первой антисимметричной форме.

Проанализируем динамическое взаимодействие жидкости с резервуаром в зависимости от длины маятникового подвеса. Введем следующие обозначения: R_x, R_y, R_z – компоненты главного вектора сил давления жидкости на стенки резервуара. В рассматриваемой задаче в силу начальных условий $R_x = 0$. M_x – ненулевая составляющая главного момента сил давления жидкости на стенки резервуара.

Рассмотрим подробнее результаты для некоторых длин подвеса. Ниже приведена таблица экстремальных значений ненулевых компонент главного вектора и главного момента сил давления жидкости на стенки резервуара для различных длин подвеса.

Таблица 1.

	$\max R_y$	$\max R_z$	$\max M_x$	$\min R_y$	$\min R_z$	$\min M_x$
$l = 10R$	1,3281	2,1362	0,4225	-1,1119	-1,4882	-0,3008
$l = 0,7R$	1,0196	1,0605	2,0149	-1,0112	-0,868	-1,9735
$l = 0,1R$	2,1277	0,7073	3,6065	-2,268	-0,0419	-3,8177

Подсчет значений проводился без учета переходного процесса, то есть из рассмотрения были исключены первые 10 с движения системы. Здесь необходимо отметить, что амплитуда внешнего моментного импульса не была постоянной для разных задач, а подбиралась таким образом, чтобы обеспечить развитие колебательного процесса на свободной поверхности в диапазоне нелинейных волн. Поэтому мы не можем просто сравнивать абсолютные значения реакций жидкости для

различных длин подвеса. Вместе с тем возможно выделить общие тенденции. Как можно видеть из таблицы, для больших длин подвеса вертикальная составляющая сил давления жидкости на стенки больше по модулю, чем горизонтальная. Также отмечаем, что R_z обладает смещенным средним.

1. Рассмотрим случай больших длин подвеса на примере $l = 10R$, где l – длина маятникового подвеса.

Из графика, представленного на Рис.1 б), видно, что наблюдается модуляция вертикальной компоненты главного вектора сил давления жидкости на стенки резервуара. Также заметно присутствие супергармоник в ненулевых компонентах главного вектора, о чем свидетельствует изрезанность графиков на Рис.1 а), б). Перечисленные эффекты свидетельствуют о проявлении нелинейных свойств динамики системы резервуар – жидкость.

2. Рассмотрим теперь задачи с короткими длинами подвеса на примере случая $l = 0,7R$.

Как видно из графиков изменения компонент силового взаимодействия резервуара с жидкостью на Рис. 2 а), б), в этом диапазоне длин подвеса также присутствуют супергармоники, что проявляется в изрезанности законов изменения.

У вертикальной составляющей сил давления жидкости присутствует заметная модуляция. Следовательно, процессы, происходящие в системе, являются нелинейными. Вместе с тем, в отличие от предыдущей задачи, можем заметить, что амплитуда вертикальной составляющей сил давления идет на спад к концу изучаемого периода движения системы. Ту же тенденцию можно наблюдать и для горизонтальной составляющей. Эти данные соответствуют теоретическим и экспериментальным результатам, свидетельствующим о том, что для коротких подвесов волновое движение на поверхности жидкости быстро угасает. Задачи движения на длинных подвесах близки по характеру поведения к поступательному движению резервуара.

3. Проанализируем динамику системы при ультракоротких подвесах на примере задачи для $l = 0,1R$.

Следует отметить, что характер изменений компонент главного вектора и момента сил давления жидкости незначительно отличается от гармонического закона в отличие от задач с средними и длинными под-

весами. В этом случае практически не наблюдается модуляция, изрезанность графиков незначительная.

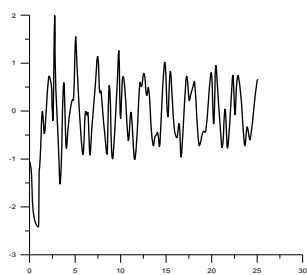


Рис. 2 а) Горизонтальная компонента R_y сил давления, $l = 0,7R$.

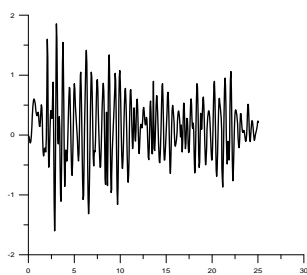


Рис. 2 б) Вертикальная компонента R_z сил давления, $l = 0,7R$.

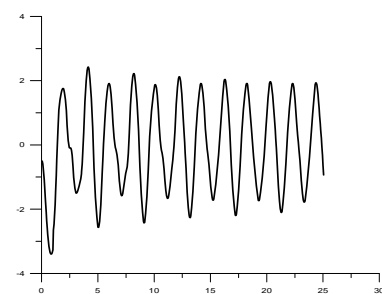


Рис. 3 а) Горизонтальная компонента R_y сил давления, $l = 0,1R$.

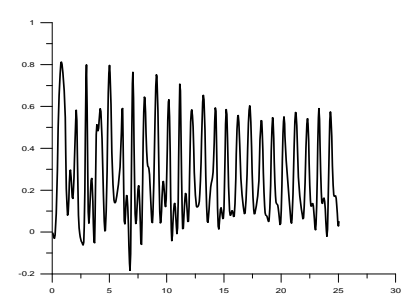


Рис. 3 б) Вертикальная компонента R_z сил давления, $l = 0,1R$.

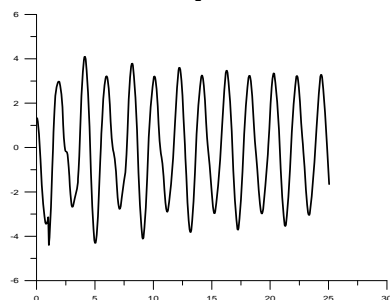


Рис.3 в) Ненулевая компонента главного момента M_x .

Амплитуды компонент сил давления, как и в предыдущей задаче, снижаются в процессе движения системы.

Выводы. В работе рассмотрена задача динамики цилиндрического резервуара на маятниковом подвесе, частично заполненного жидкостью. Изучено динамическое взаимодействие жидкости и резервуара в зависимости от длины подвеса. Установлено, что в диапазоне коротких подвесов наблюдается движение системы, практически подчиняющееся линейной теории, что указывает на то, что при таких подвесах нелинейные механизмы в системе практически не инициируются. В процессе движения амплитуды сил давления жидкости снижались. Вместе с тем, в случае больших длин подвесов динамика системы существенно нелинейна, присутствуют модуляции в вертикальной составляющей главного вектора сил давления жидкости на стенки резервуара.

Список литературы

- [1] Narimanov G.S., Dokuchaev L.V., Lukovsky I.A. *Nonlinear dynamics of a spacecraft with liquid*. – Moscow: Mashinostroenie, 1977. – 208 p. [in Russian]
- [2] Limarchenko O., Matarazzo G., Yasinsky V. *Rotational motion of structures with tanks, partially filled by liquid*. – Kyiv: “FADA Ltd”, 2003. – 286 p. [in Russian].
- [3] Limarchenko O.S., Yasinsky V.V. *Nonlinear dynamics of constructions with liquid*. – Kiev: Kiev Polytechnic Institute, 1997. – 338 p. [in Russian].
- [4] Lukovsky I.A. *Introduction to nonlinear dynamics of rigid body with cavities containing liquid*. – Kiev: Naukova dumka, 1990. – 295 p. [in Russian].
- [5] Ibrahim R.A. *Liquid Sloshing Dynamics*. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005. – 970 p.