Збірник праць Інституту математики НАН України 2014, т. 11, № 5, 199–209

УДК 531.36

І.Ф. Святовець

Ін-т математики НАН України, Київ,
Запорізький національний ун-т України, Запоріжжя
E-mail: Svjatovez@gmail.com

Модальний підхід до задачі керування

Для получения почти консервативной асимптотически устойчивой системы 4-го порядка с двумерным вектором управления предложен модальный подход. Приведен пример, иллюстрирующий данный подход, в котором за основу выбрана модель, описывающая поведение гироскопического стабилизатора.

An algorithm for the using of the modal approach to the 4th order system with a two-dimensional control vector in order to obtain almost conservative asymptotically stable system. An example illustrating this approach, based on a system of differential equations describing the behavior of the gyroscopic stabilizer.

У роботах [1], [2] досліджувалася задача конструювання керування у вигляді зворотного зв‘язку, з метою отримання майже консервативної системи. Було знайдено умови при яких можлива побудова такого керування.

Розглянемо цю ж задачу з точки зору модального керування, коли заздалегідь можна задати бажане розташування коренів характеристичного рівняння [3], [4], [5], [7].

Розглянемо [3–7] процес побудови модального керування для лінійної стаціонарної системи вигляду

$$\dot{x} = (F_0 + \varepsilon F_1)x + Gu, \tag{1}$$

де $x = [x_1, ..., x_{2n}]^T$ — $2n$-вимірний вектор стану, $u = [u_1, ..., u_m]^T$ — m-вимірний вектор керувань, ε — малий параметр; F_0, $F_1 \in \Re_{2n\times 2n}$, $G \in \Re_{2n\times m}$. Припустимо, що система не є майже консервативною, тобто $F_0^T \neq -F_0$ або $det(F_0) = 0$.

Задамося метою отримати в результаті досліджень, майже консервативну та асимптотично стійку систему. Оберем наступний вигляд вектора u

$$u = -(K_0 + \varepsilon K_1)x = -Kx. \tag{2}$$

Перший доданок цього вектора буде відповідати за отримання майже консервативної системи, а другий — за асимптотичну стійкість замкненої системи. З (1)–(2) матимемо

$$\dot{x} = (F_0 - GK_0 + \varepsilon(F_1 - GK_1))x = (A_0 + \varepsilon A_1)x = Ax. \tag{3}$$

При цьому бажано, щоб матриця A_0 була кососиметричною або зводилася до такої за допомогою неособливого перетворення. Також нехай $det(A_0) \neq 0$.

Згідно з теорією модального керування можна для керованих систем заздалегідь вибрати бажаний вид характеристичного многочлена системи, замкненої зворотним зв'язком за станом. Тому вимагатимемо, щоб корені характеристичного многочлена матриці A були комплексно спряженими з від'ємними дійсними частинами.

Запропонуємо покроковий опис застосування модального підходу для системи четвертого порядку з двовимірним вектором керування.

I. Перевірка умови повної керованості системи $\{F, G\}$, як необхідної та достатньої.

II. Побудова матриці K_0, з метою отримання характеристичного многочлена матриці $F_0 - GK_0$ вигляду

$$A_0(\lambda) = (\lambda^2 + \omega_1^2) \cdot (\lambda^2 + \omega_2^2) = \lambda^4 + (\omega_1^2 + \omega_2^2) \cdot \lambda^2 + \omega_1^2 \cdot \omega_2^2 \tag{4}$$

Зауваження 1. Необхідною умовою визначення K_0, є виконання умови повної керованості системи $\{F_0, G\}$.

Зауваження 2. Розв'язок задачі побудови модального керування для системи з двома входами виконують у два етапи. На першому, підбирається такий зворотний зв'язок за станом, щоб отримана система була керована за допомогою одного входу. Цей факт випливає з теореми [7].

На другому етапі будується керування для системи з одним входом.

Отже,

1. Матрицю K_0 представляємо у вигляді

$$K_0 = M_0 + M_1, \tag{5}$$

причому M_0 повинна бути обрана таким чином, щоб пара матриць $\{F_0 - GM_0, g_i\}$ була керована. g_i — відмінний від нуля стовпець матриці G; $i = 1$, або $i = 2$.

2. Складаємо матрицю керованості для пари $\{F_0 - GM_0, g_i\}$ за формулою

$$R_0 = (g_i, (F_0 - GM_0) \cdot g_i, (F_0 - GM_0)^2 \cdot g_i, (F_0 - GM_0)^3 \cdot g_i). \tag{6}$$

3. Позначаємо через M_{11} перший рядок матриці M_1, яка має вигляд

$$M_1 = \begin{bmatrix} m_{11}^1 & m_{12}^1 & m_{13}^1 & m_{14}^1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{7}$$

4. Далі застосовуємо алгоритм синтезу одновимірних модальних регуляторів. Обчислюємо коефіцієнти передачі регулятора в канонічному базисі, як різницю відповідних коефіцієнтів бажаного характеристичного многочлена $A_0(\lambda)$ (4) і характеристичного многочлена матриці $F_0 - GM_0$

$$\lambda^4 + m_3\lambda^3 + m_2\lambda^2 + m_1\lambda + m_0. \tag{8}$$

Результати записуємо у вигляді вектора - рядка

$$\widetilde{M_{11}} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 \cdot \omega_2^2 - m_0 & -m_1 & \omega_1^2 + \omega_2^2 - m_2 & -m_3 \end{bmatrix}. \tag{9}$$

5. Для полінома (8) складаємо канонічну пару $\{\widetilde{F_0 - GM_0}, \widetilde{g}\}$ виду

$$\widetilde{F_0 - GM_0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -m_0 & -m_1 & -m_2 & -m_3 \end{bmatrix}, \ \widetilde{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{10}$$

і обчислюємо для неї матрицю керованості $\widetilde{R_0}$ в канонічному базисі.

6. За формулою $P_0 = \widetilde{R_0} \cdot R_0^{-1}$, обчислюємо матрицю перетворення пари $\{F_0 - GM_0, g_i\}$ в пару $\{\widetilde{F_0 - GM_0}, \widetilde{g}\}$.

7. Знайшовши M_{11} за формулою $M_{11} = \widetilde{M_{11}} \cdot P$, запишемо другий компонент матриці K_0, а саме M_1.

8. Обчислюємо K_0.

III. Побудова асимптотично стійкої системи. Для цього бажаний характеристичний многочлен матриці $A = A_0 + \varepsilon A_1$, задаємо у вигляді

$$A(\lambda) = (\lambda + \omega)^4 = \lambda^4 + 4\lambda^3\omega + 6\lambda^2\omega^2 + 4\lambda\omega^3 + \omega^4. \qquad (11)$$

Зауваження 3. Відзначимо, що послідовність виконання всіх кроків по знаходженню K, повністю збігається з послідовністю знаходження K_0.

Зауваження 4. Як вже зазначалося вище для системи з двома входами, матрицю керування розшукують у вигляді суми двох матриць (5). Пропонується, в якості першого доданка використовувати вже знайдену матрицю K_0 і далі будувати модальне керування для системи $\{F - GK_0, g_i\}$ з одним входом.

Застосування модального підходу до моделі керованого гіростабілізатора. Для ілюстрації пропонованого підходу побудови модального керування, виберемо за основу систему диференціальних рівнянь, яка описує поведінку гіроскопічного стабілізатора при малих значеннях змінних x і y [6]

$$\begin{aligned} J(\beta_0)\frac{d^2x}{dt^2} + H\cos\beta_0\frac{dy}{dt} &= M, \\ B_0\frac{d^2y}{dt^2} - H\cos\beta_0\frac{dx}{dt} &= 0. \end{aligned} \qquad (12)$$

Переписавши дану систему у вигляді (1), отримаємо матрицю коефіцієнтів

$$F_0 + \varepsilon F_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \cos\beta_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{H}{J(\beta_0)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{H}{B_0} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad (13)$$

та керування $u = M$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J(\beta_0)} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \qquad (14)$$

(Для скорочення запису, у подальшому, замінимо $J(\beta_0)$ на J, B_0 на B).

Але, у такому вигляді система не є керованою. Матриця керованості

$$U = (G, FG, F^2G, F^3G) =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{J} & 0 & -\frac{H^2\cdot\cos^2(\beta_0)}{J^2B} \\ \frac{1}{J} & 0 & -\frac{H^2\cdot\cos^2(\beta_0)}{J^2B} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{H\cdot\cos(\beta_0)}{JB} & 0 \\ 0 & \frac{H\cdot\cos(\beta_0)}{JB} & 0 & -\frac{H^3\cdot\cos^3(\beta_0)}{J^2B^2} \end{bmatrix} \qquad (15)$$

має ранг рівний трьом.

Будемо вважати, що на гіростабілізатор діє також момент N. Він і буде другим керуванням, тобто $u_1 = M$, $u_2 = N$.

$$\begin{aligned} J(\beta_0)\frac{d^2x}{dt^2} + H\cos\beta_0\frac{dy}{dt} &= M, \\ B_0\frac{d^2y}{dt^2} - H\cos\beta_0\frac{dx}{dt} &= N. \end{aligned} \qquad (16)$$

Тоді

$$Gu = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{B} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}. \qquad (17)$$

Для нової матриці G умова повної керованості виконується, а, значить, можна переходити до виконання пункту II нашого алгоритму — конструювання матриці K_0. (Система $\{F_0, G\}$ — також повністю керована).

Отже,

1. Виберемо матрицю M_0 у вигляді

$$M_0 = \begin{bmatrix} m_{11}^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{23}^0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad (18)$$

Запишемо

$$F_0 - GM_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-m_{23}^0}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-m_{11}^0}{B} & 0 & 0 & \end{bmatrix}, g_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{B} \end{bmatrix}. \qquad (19)$$

g_1 — перший стовпець матриці G.

2. Складемо матрицю керованості для пари $\{F_0 - GM_0, g_1\}$

$$R_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{m_{23}^0}{JB} \\ 0 & 0 & -\frac{m_{23}^0}{JB} & 0 \\ 0 & \frac{1}{B} & 0 & 0 \\ \frac{1}{B} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{20}$$

3. Позначимо через M_{11} перший рядок матриці M_1, яка має вигляд (7).

4. Обчисливши характеристичний поліном матриці $F_0 - GM_0$

$$\lambda^4 - \frac{m_{23}^0 m_{11}^0}{JB} \tag{21}$$

запишемо

$$\widetilde{M_{11}} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 \cdot \omega_2^2 + \frac{m_{23}^0 m_{11}^0}{JB} & 0 & \omega_1^2 + \omega_2^2 & 0 \end{bmatrix}. \tag{22}$$

5. Для полінома (21) складемо канонічну пару $\{\widetilde{F_0 - GM_0}, \widetilde{g_1}\}$, де

$$\widetilde{F_0 - GM_0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{m_{23}^0 m_{11}^0}{JB} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \widetilde{g_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{23}$$

і обчислимо для неї матрицю керованості $\widetilde{R_0}$ в канонічному базисі:

$$\widetilde{R_0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{24}$$

6. Знаходимо матрицю P_0 перетворення пари $\{F_0 - GM_0, g_1\}$ в пару $\{\widetilde{F_0 - GM_0}, \widetilde{g_1}\}$,

$$P_0 = \widetilde{R_0} \cdot R_0^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{BJ}{m_{23}^0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{BJ}{m_{23}^0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B \end{bmatrix}. \tag{25}$$

7. Обчисливши

$$M_{11} = \widetilde{M_{11}} \cdot P_0 = \begin{bmatrix} -\frac{\omega_1^2 \cdot \omega_2^2 BJ}{m_{23}^0} - m_{11}^0 & 0 & (\omega_1^2 + \omega_2^2) \cdot B & 0 \end{bmatrix}, \qquad (26)$$

запишемо другий компонент матриці K_0, а саме

$$M_1 = \begin{bmatrix} -\frac{\omega_1^2 \cdot \omega_2^2 BJ}{m_{23}^0} - m_{11}^0 & 0 & (\omega_1^2 + \omega_2^2) \cdot B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad (27)$$

8. Шукана матриця K_0 має вигляд

$$K_0 = \begin{bmatrix} -\frac{\omega_1^2 \cdot \omega_2^2 BJ}{m_{23}^0} & 0 & (\omega_1^2 + \omega_2^2) \cdot B & 0 \\ 0 & 0 & m_{23}^0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad (28)$$

тому можна обчислити перший доданок нової замкнутої системи, а саме матрицю A_0. Маємо

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{m_{23}^0}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\omega_1^2 \cdot \omega_2^2 J}{m_{23}^0} & 0 & -\omega_1^2 - \omega_2^2 & 0 \end{bmatrix}. \qquad (29)$$

Визначник цієї матриці $det(A_0) = \omega_1^2 \cdot \omega_2^2 \neq 0$, характеристичний поліном співпадає з (4).

При виконанні пункту III запишемо тільки основні проміжні результати та остаточну шукану матрицю K.

Отже, характеристичний многочлен матриці $F - GK_0$ має вигляд

$$\lambda^4 + \lambda^2 \cdot \left(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \frac{H^2 \cos^2 \beta_0}{BJ} \right) +$$

$$+\lambda \cdot \left(\frac{H \cos \beta_0 m_{23}^0}{BJ} + \frac{\omega_1^2 \omega_2^2 H \cos \beta_0}{m_{23}^0} \right) + \omega_1^2 \omega_2^2. \qquad (30)$$

Матриця P перетворення пари $\{F - GK_0, g_1\}$ в канонічну пару $\{\widetilde{F - GK_0}, \widetilde{g_1}\}$ буде такою:

$$P = \begin{bmatrix} -\frac{BJ}{m_{23}^0} & \frac{BJH \cos \beta_0}{m_{23}^{02}} & \frac{BH^2 \cos^2 \beta_0}{m_{23}^{02}} & 0 \\ 0 & -\frac{BJ}{m_{23}^0} & -\frac{BH \cos \beta_0}{m_{23}^0} & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B \end{bmatrix}. \qquad (31)$$

І, нарешті, другий доданок матриці K:

$$\varepsilon K_1 = \left[\begin{array}{ll} -\frac{(\omega^4-\omega_1^2\omega_2^2)BJ}{m_{23}^0} & \frac{\omega^4 BJH\cos\beta_0}{m_{23}^{02}} - \frac{4\omega^3 BJ}{m_{23}^0} + H\cos\beta_0 \\ 0 & 0 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{\omega^4 BH^2\cos^2\beta_0}{m_{23}^{02}} - \frac{4\omega^3 BH\cos\beta_0}{m_{23}^0} + (6\omega^2-\omega_1^2-\omega_2^2)B & 4\omega B \\ 0 & 0 \end{array}\right]. \qquad (32)$$

Підсумовуючи знайдені K_0 і εK_1 запишемо вид шуканої матриці

$$K = \left[\begin{array}{ll} -\frac{\omega^4 BJ}{m_{23}^0} & \frac{\omega^4 BJH\cos\beta_0}{m_{23}^{02}} - \frac{4\omega^3 BJ}{m_{23}^0} + H\cos\beta_0 \\ 0 & 0 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{ll} \frac{\omega^4 BH^2\cos^2\beta_0}{m_{23}^{02}} - \frac{4\omega^3 BH\cos\beta_0}{m_{23}^0} + 6\omega^2 B & 4\omega B \\ m_{23}^0 & 0 \end{array}\right]. \qquad (33)$$

В результаті дії знайденого керування, отримали замкнену асимптотично стійку систему, з матрицею коефіцієнтів $A = A_0 + \varepsilon A_1$ виду

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{m_{23}^0}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\omega_1^2\omega_2^2 J}{m_{23}^0} & 0 & -\omega_1^2-\omega_2^2 & 0 \end{bmatrix} +$$

$$+ \left[\begin{array}{ll} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{\omega^4 J}{m_{23}^0} - \frac{\omega_1^2\omega_2^2 J}{m_{23}^0} & -\frac{\omega^4 JH\cos\beta_0}{m_{23}^{02}} + \frac{4\omega^3 J}{m_{23}^0} \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{ll} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{H\cos\beta_0}{J} \\ 0 & 0 \\ -\frac{\omega^4 H^2\cos^2\beta_0}{m_{23}^{02}} + \frac{4\omega^3 H\cos\beta_0}{m_{23}^0} - 6\omega^2 + \omega_1^2 + \omega_2^2 & -4\omega \end{array}\right]. \qquad (34)$$

Зауважимо, якщо в (18) покласти $m_{23}^0 = -J$, то значно спрощується вид усіх матриць. А саме

$$K_0 = \begin{bmatrix} \omega_1^2\omega_2^2 B & 0 & (\omega_1^2+\omega_2^2)B & 0 \\ 0 & 0 & -J & 0 \end{bmatrix}, \qquad (35)$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_1^2\omega_2^2 & 0 & -\omega_1^2 - \omega_2^2 & 0 \end{bmatrix}, \tag{36}$$

$$K = \left[\begin{matrix} \omega^4 B & \frac{\omega^4 BH\cos\beta_0}{J} + 4\omega^3 B + H\cos\beta_0 \frac{\omega^4 BH^2\cos^2\beta_0}{J^2} + \\ 0 & 0 \end{matrix} \right.$$

$$\left. \begin{matrix} + \frac{4\omega^3 BH\cos\beta_0}{J} + 6\omega^2 B & 4\omega B \\ -J & 0 \end{matrix} \right]. \tag{37}$$

І, нарешті, матриця коефіцієнтів замкненої системи

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_1^2\omega_2^2 & 0 & -\omega_1^2 - \omega_2^2 & 0 \end{bmatrix} +$$

$$+ \left[\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\omega^4 + \omega_1^2\omega_2^2 & -\frac{\omega^4 H\cos\beta_0}{J} - 4\omega^3 \end{matrix} \right.$$

$$\left. \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{H\cos\beta_0}{J} \\ 0 & 0 \\ -\frac{\omega^4 H^2\cos^2\beta_0}{J^2} - \frac{4\omega^3 H\cos\beta_0}{J} - 6\omega^2 + \omega_1^2 + \omega_2^2 & -4\omega \end{matrix} \right] \tag{38}$$

Проаналізуємо сили, що діють на початкову і нову замкнуту системи. Згідно класифікації сил, описаної в [8], маємо, що на початкову систему діють тільки гіроскопічні сили. Відповідна матриця має вигляд

$$G = \begin{bmatrix} 0 & H\cos\beta_0 \\ -H\cos\beta_0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{39}$$

На нову систему, з матрицею коефіцієнтів (38) діють дисипативні, гіроскопічні, потенційні сили та сили радикальної корекції з відповідними матрицями:

$$B = \left[\begin{matrix} 0 \\ \frac{H\cos\beta_0}{2} + \frac{\omega^4 H\cos\beta_0 J}{2} + 2\omega^3 J^2 \end{matrix} \right.$$

$$\left. \begin{matrix} \frac{H\cos\beta_0}{2} + \frac{\omega^4 H\cos\beta_0 J}{2} + 2\omega^3 J^2 \\ 4\omega J^2 \end{matrix} \right], \quad (40)$$

$$G = \left[\begin{matrix} 0 \\ -\frac{H\cos\beta_0}{2} + \frac{\omega^4 H\cos\beta_0 J}{2} + 2\omega^3 J^2 \end{matrix} \right.$$

$$\left. \begin{matrix} \frac{H\cos\beta_0}{2} - \frac{\omega^4 H\cos\beta_0 J}{2} - 2\omega^3 J^2 \\ 0 \end{matrix} \right], \quad (41)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-J+J^2\omega^4}{2} \\ \frac{-J+J^2\omega^4}{2} & \frac{\omega^4 J^2\cos^2\beta_0}{2} - 2\omega^3 H\cos\beta_0 J + 3\omega^2 J^2 \end{bmatrix}, \quad (42)$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-J-J^2\omega^4}{2} \\ \frac{J+J^2\omega^4}{2} & 0 \end{bmatrix}. \quad (43)$$

Література

[1] *Святовець І.Ф., Коломійчук О.П., Новицький В.В.* Формування майже консервативної системи за допомогою вектора керування // Аналітична механіка та її застосування: Зб. праць Ін-ту математики НАН України. — 2012. — **9**, № 1. — С. 301–307.

[2] *Новицький В.В., Святовець І.Ф., Коломійчук О.П.* Моделювання майже консервативної системи за допомогою зворотного зв'язку // Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. — Запоріжжя, ЗНУ, 2013. — С. 76–82.

[3] *Кузовков Н.Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. — М.: Машиностроение, 1976. — 184 с.

[4] *Кухаренко Н.В.* Синтез модальных регуляторов при неполной управляемости объектов // Техническая кибернетика, 1992, № 2. — С. 3–10.

[5] *Александров А.Г.* Оптимальные и адаптивные системы. — М.: Высш.шк., 1989. — 263 с.

[6] *Ишлинский А.Ю., Борзов В.И.,Степаненко Н.П.* Лекции по теории гироскопов. — М.: Изд-во МГУ, 1983. — 248 с.

[7] *Андреев Ю.Н.* Управление конечномерными линейными объектами. — М.: Наука, 1976. — 424 с.

[8] *Меркин Д.Р.* Введение в теорию устойчивости движения. — М.: Наука, 1971. — 312 с.