

Оптимальні перельоти між близькими круговими орбітами з врахуванням тіні

Я.В. Ткаченко

*Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ;
yaroslavvt@ukr.net*

The problem of an optimal transfer of a space vehicle with the maximal payload between nearby noncoplanar circular orbits in the spherical gravitation field is solved. The space vehicle is equipped with a constant power solar electric propulsion and an energy storage. The payload increase due to the energy storage is evaluated. It is shown that the storage usage increases the effectiveness when the shadow phases of the trajectory exist.

Решена задача о переходе космического аппарата с максимальной массой полезной нагрузки с фиксированной круговой орбиты на заданную некомпланарную, близкую к ней круговую орбиту в сферическом гравитационном поле. Космический аппарат оснащен солнечной электро-реактивной двигательной системой постоянной мощности с накопителем энергии. Проведена оценка увеличения массы полезной нагрузки за счет использования накопителя энергии в двигательной системе. Показано, что при наличии теневых участков траектории эффективность использования накопителя энергии возрастает.

1. Вступ

Через високу вартість виведення одиниці маси на низьку монтажну орбіту задача збільшення маси корисного навантаження в початковій масі космічного апарату (причому таким чином, щоб переліт між заданими орбітами був здійсненим) була, є та залишиться актуальною найближчим часом. Цей факт приводить до необхідності сумісної оптимізації траєкторій та параметрів рушійної системи міжорбітального транспортного апарату. Використання електрореактивних

двигунів дозволяє суттєво збільшити масу корисного навантаження. Класична електрореактивна рушійна система включає в себе два основних компоненти: джерело потужності для живлення рушія і, власне, рушій, який генерує реактивну тягу. Включення акумулятора енергії до складу електрореактивної рушійної системи з метою перерозподілу енергії, яка генерується джерелом, у відповідності до необхідного рівня реактивного прискорення може дозволити збільшити масу корисного навантаження у порівнянні з класичною електрореактивною рушійною системою. Така ідея вперше була сформульована в 60-х роках минулого сторіччя [1]. Подальші роботи [2–7] підтвердили доцільність проведення досліджень у цьому напрямку. У вказаних роботах розглянуто оптимізацію руху космічних апаратів (КА) з автономним джерелом енергії.

При міжорбітальних перельотах у навколосемному просторі для забезпечення космічного апарату енергією широко використовуються сонячні батареї. В цьому випадку при входженні КА в тінь Землі джерело енергії перестає функціонувати. В ряді робіт [8,9] проаналізовано вплив цього негативного фактору для КА з класичними електрореактивними рушійними системами. В деяких роботах пропонується включати акумулятор енергії до апаратного складу КА для накопичення енергії на сонячних частинах траєкторії з подальшим її використанням на тінюваних частинах, з метою зменшення негативного впливу тіні [10, 11]. Однак, наукових публікацій, де досліджується оптимізація міжорбітальних перельотів КА, в яких акумулятор включений до складу електрореактивної рушійної системи з метою збільшення маси корисного навантаження та враховано наявність тіні, автору даної публікації знайти не вдалося.

В даній роботі розглянуто застосування акумулятора енергії у складі рушійної системи з метою підвищення маси корисного навантаження КА при перельотах між близькими круговими орбітами з врахуванням тіні, що симетрично розташована відносно центру траєкторії, за час, який відповідає повному оберту навколо гравітаційного центру. Такий динамічний маневр КА без врахування тіні детально розглянутий в роботах [4, 6]. Показано, що, принаймні для вказаного вище розташування тіні, ефективність включення акумулятора енергії до складу рушійної системи КА вища порівняно з безтіньовою траєкторією. Також виявлено, що зі збільшенням інтервалу тіні область значень масово-енергетичних характеристик рушійної системи КА, в якій зберігається доцільність включення акумулятора енергії, стає

ширшою.

2. Постановка задачі

Рух КА моделюємо рухом матеріальної точки змінної маси, початкова маса M_0 якої складається з маси рушія M_ν , маси джерела енергії M_γ , маси акумулятора енергії M_e , маси робочої речовини M_f , необхідної для виконання заданого маневру, та маси корисного навантаження M_π . Як і в роботах [4–6], вважаємо

$$M_\nu = \alpha N_0, \quad M_\gamma = \gamma N_\gamma N_0, \quad M_e = \beta E_0, \quad (1)$$

де N_0 — максимальна потужність джерела енергії, N_γ — безрозмірний коефіцієнт, що показує наскільки потужність рушія відрізняється від потужності джерела, E_0 — енергоємність акумулятора, α , γ та β — питомі маси джерела енергії, рушія та акумулятора енергії. Рушійну систему вважаємо рушійною системою сталої потужності, тобто потужність рушія незмінна в часі.

У подальшому всі співвідношення записані у безрозмірній формі: лінійний розмір віднесено до деякої відстані до гравітаційного центру r^* , час t віднесено до T^* — періоду обертання по круговій орбіті радіусом r^* , розділеному на 2π , прискорення — до прискорення вільного падіння на відстані r^* від гравітаційного центру, потужності рушія та джерела енергії електрореактивної рушійної системи — до максимальної потужності джерела N_0 , поточний запас енергії акумулятора — до його енергоємності E_0 , швидкості — до величини r^*/T^* , а маси КА в цілому та його складових — до початкової маси КА. Безрозмірні маси позначимо маленькими буквами.

У випадку рушія сталої потужності рівняння зміни накопиченої в акумуляторі енергії має вигляд [3, 4]:

$$\dot{e}_a = -\eta(N_\gamma\delta - 1)/\xi_B, \quad e_a \in [0; 1]. \quad (2)$$

Тут обмеження на величину e_a зумовлені тим, що запас енергії в акумуляторі не може бути від'ємним та не може перевищувати його енергоємність, а $\eta = \beta T^*/\alpha$. В роботі [12] показано, що максимум маси корисного навантаження досягається при русі по траєкторії, яка відповідає мінімуму функціонала

$$J_e = (\varepsilon + (1 + \xi_B)/N_\gamma) \int_0^T (W_{1e}^2 + W_{2e}^2 + W_{3e}^2) \delta dt, \quad (3)$$

де W_{1e}, W_{2e}, W_{3e} — компоненти вектора реактивного прискорення, $\varepsilon = \gamma/\alpha$, $\xi_B = m_e/m_\nu$, δ — керуюча функція, яка дорівнює 1 на активних частинах траєкторії (рушій працює, акумулятор розряджається, енергія джерела та акумулятора спрямовані в рушій) та 0 — на пасивних частинах (рушій вимкнений, енергія джерела використовується для зарядки акумулятора). При цьому маси джерела енергії, рушія, акумулятора енергії, робочої речовини та корисного навантаження обчислюються за формулами

$$\begin{aligned} m_{\nu e} &= \frac{\sqrt{\Phi_e} - \Phi_e}{1 + \xi_B + \varepsilon N_\gamma}, m_{\gamma e} = \frac{\varepsilon N_\gamma (\sqrt{\Phi_e} - \Phi_e)}{1 + \xi_B + \varepsilon N_\gamma}, \\ m_e &= \frac{\xi_B (\sqrt{\Phi_e} - \Phi_e)}{1 + \xi_B + \varepsilon N_\gamma}, \\ m_{fe} &= \sqrt{\Phi_e}, m_{\pi e} = (\sqrt{\Phi_e} - 1)^2, \Phi_e = \frac{\alpha r^{*2}}{2T^{*3}} J_e. \end{aligned} \quad (4)$$

У випадку класичної електрореактивної рушійної системи (без акумулятора енергії) функціонал (3) та формули (4) приймають вигляд

$$\begin{aligned} J &= (1 + \varepsilon) \int_0^T (W_1^2 + W_2^2 + W_3^2) dt, \\ m_\nu &= \frac{\sqrt{\Phi} - \Phi}{1 + \varepsilon}, m_\gamma = \frac{\varepsilon N_\gamma (\sqrt{\Phi} - \Phi)}{1 + \varepsilon}, \\ m_f &= \sqrt{\Phi}, m_\pi = (\sqrt{\Phi} - 1)^2, \Phi = \frac{\alpha r^{*2}}{2T^{*3}} J. \end{aligned} \quad (5)$$

Ставимо наступну задачу: доставити максимум корисного навантаження за допомогою КА з сонячним джерелом енергії з початкової кругової орбіти на близьку до неї кругову орбіту за час, що відповідає одному оберту навколо гравітаційного центру, причому частина траєкторії знаходиться в тіні. За характерний лінійний розмір r^* прийемо радіус початкової орбіти. Враховуючи лінеаризовані рівняння руху з відповідними початковими та кінцевими умовами, які наведено в [12], та функціонал J з формул (5), запишемо математичну постановку даної задачі для КА з класичною електрореактивною рушійною системою

$$J = (1 + \varepsilon) \int_0^{2\pi} (W_1^2 + W_2^2 + W_3^2) \delta_{sh} dt \rightarrow \min,$$

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_1 &= y_2, & y_1(0) &= 0, \\
 \dot{y}_2 &= y_3, & y_2(0) &= 0, & y_2(2\pi) &= \Delta_r, \\
 \dot{y}_3 &= W_1\delta_{sh} + 2y_4, & y_3(0) &= 0, & y_3(2\pi) &= 2\Delta_r/2, \\
 \dot{y}_4 &= W_2\delta_{sh} + 3y_2 - 2y_3, & y_4(0) &= 0, & y_4(2\pi) &= 0, \\
 \dot{y}_5 &= y_6 & y_5(0) &= 0, \\
 \dot{y}_6 &= W_3\delta_{sh} - y_5, & y_6(0) &= 0, & y_5^2(2\pi) + y_6^2(2\pi) &= \Delta_I,
 \end{aligned} \tag{6}$$

де y_1 — кутове відхилення апарату від положення при кеплеровому русі по початковій орбіті, y_2 — радіальне відхилення від початкової орбіти, y_3 — кутове відхилення від площини початкової орбіти, Δ_r — заданий приріст радіуса початкової орбіти (радіус кінцевої орбіти дорівнює $1 + \Delta_r$), Δ_I — заданий кут нахилу кінцевої орбіти відносно початкової орбіти, δ_{sh} — функція, яка дорівнює 1 на освітлених частинах траєкторії та 0 на тінювих. Якщо до складу рушійної системи КА включений акумулятор енергії, то математична постановка задачі дещо відрізняється від (6)

$$\begin{aligned}
 J_e &= (\varepsilon + (1 + \xi_B)/N_\gamma) \int_0^{2\pi} (W_{1e}^2 + W_{2e}^2 + W_{3e}^2) \delta dt \rightarrow \min, \\
 \dot{y}_1 &= y_2, & y_1(0) &= 0, \\
 \dot{y}_2 &= y_3, & y_2(0) &= 0, & y_2(2\pi) &= \Delta_r, \\
 \dot{y}_3 &= W_{1e}\delta + 2y_4, & y_3(0) &= 0, & y_3(2\pi) &= 2\Delta_r/2, \\
 \dot{y}_4 &= W_{2e}\delta + 3y_2 - 2y_3, & y_4(0) &= 0, & y_4(2\pi) &= 0, \\
 \dot{y}_5 &= y_6 & y_5(0) &= 0, \\
 \dot{y}_6 &= W_{3e}\delta - y_5, & y_6(0) &= 0, & y_5^2(2\pi) + y_6^2(2\pi) &= \Delta_I, \\
 \dot{y}_7 &= -\eta(N_\gamma\delta - \delta_{sh})/\xi_B, & y_7(0) &= 0.5, & y_7(2\pi) &= 0.5, & 0 \leq y_7 \leq 1.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Тут $y_7 = e_a$ (див. (2)) — змінна, яка дорівнює поточному запасу енергії акумулятора. Незважаючи на схожість постановок, задача (7) суттєво відрізняється від задачі (6). По-перше, розподіл активних та пасивних дуг траєкторії визначається не відомим зовнішнім фактором (положення тіні на траєкторії руху, яке задається функцією δ_{sh}), а керуванням δ , яке забезпечує мінімізацію функціонала задачі. По-друге, це задача з фазовими обмеженнями (див. останнє рівняння

в (7)), які мають цілком зрозумілий фізичний зміст: запас енергії акумулятора не може бути від'ємним та не може перевищувати його енергоємність. По-третє, необхідно знайти оптимальні значення параметрів N_γ та ξ_B .

3. Метод розв'язання

Для розв'язування задач (6) та (7) використаємо принцип максимуму Понтрягіна та його розповсюдження на задачі з фазовими обмеженнями — метод Гамкрелідзе [13]. Складаємо гамільтоніани H — для задачі (6) та H_e — для задачі (7)

$$\begin{aligned} H = & -(1 + \varepsilon)(W_1^2 + W_2^2 + W_3^2)\delta_{sh} + \psi_1 y_3 + \psi_2 y_4 + \\ & + \psi_3(W_1\delta_{sh} + 2y_4) + \psi_4(W_2\delta_{sh} + 3y_2 - 2y_3) + \\ & + \psi_5 y_6 + \psi_6(W_3\delta_{sh} - y_5), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} H_e = & -b(W_{1e}^2 + W_{2e}^2 + W_{3e}^2)\delta + \psi_{1e} y_3 + \psi_{2e} y_4 + \\ & + \psi_{3e}(W_{1e}\delta + 2y_4) + \psi_{4e}(W_{2e}\delta + 3y_2 - 2y_3) + \psi_{5e} y_6 + \\ & + \psi_{6e}(W_{3e}\delta - y_5) - \psi_{7e}\eta(N_\gamma\delta - \delta_{sh})/\xi_B, \\ & b = (\varepsilon + (1 + \xi_B)/N_\gamma). \end{aligned} \quad (9)$$

З умови максимуму функції H по керуваннях W_i та з системи рівнянь для приєднаних функцій $\psi_i = -\frac{\partial H}{\partial y_i}$ знаходимо

$$\begin{aligned} \psi_1 = c_1, \quad \psi_2 = & -6(c_1 t - c_2 \cos t + c_3 \sin t + c_4), \\ \psi_3 = & 3c_1 t - 4c_2 \cos t + 4c_3 \sin t + 3c_4, \\ \psi_4 = & 2(c_1 + c_2 \sin t + c_3 \cos t), \quad (10) \\ \psi_5 = & 2(c_5 \cos t + c_6 \sin t), \quad \psi_6 = 2(c_5 \sin t - c_6 \cos t) \\ W_1 = & \psi_3/(2(1 + \varepsilon)), \quad W_2 = \psi_4/(2(1 + \varepsilon)), \quad W_3 = \psi_6/(2(1 + \varepsilon)). \end{aligned}$$

Аналогічно отримаємо вирази для оптимальних керувань для задачі (7) з гамільтоніаном (9)

$$\begin{aligned} \psi_{1e} = c_{1e}, \quad \psi_{2e} = & -6(c_{1e} t - c_{2e} \cos t + c_{3e} \sin t + c_{4e}), \\ \psi_{3e} = & 3c_{1e} t - 4c_{2e} \cos t + 4c_{3e} \sin t + 3c_{4e}, \\ \psi_{4e} = & 2(c_{1e} + c_{2e} \sin t + c_{3e} \cos t), \\ \psi_{5e} = & 2(c_{5e} \cos t + c_{6e} \sin t), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \psi_{6e} &= 2(c_{5e} \sin t - c_{6e} \cos t), \quad \psi_{7e} = c_{7e}, \\
 W_{1e} &= \psi_{3e}/2b, \quad W_{2e} = \psi_{4e}/2b, \quad W_{3e} = \psi_{6e}/2b, \\
 \delta &= 0, \Delta < 0, \\
 \delta &= 1, \Delta > 0, \\
 \Delta &= \frac{\psi_{3e}^2 + \psi_{4e}^2 + \psi_{6e}^2}{2b} - \psi_{7e}\eta/\xi_B.
 \end{aligned} \tag{11}$$

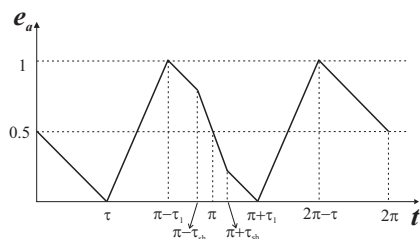
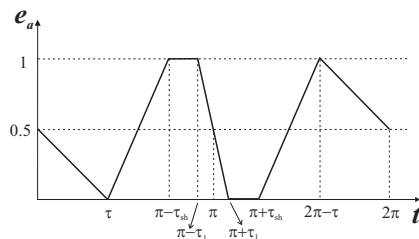
У випадку класичної рушійної системи, підставивши керування W_i , що визначені згідно з (10), в рівняння руху з (6), з кінцевих умов та умов трансверсальності $\psi_1 = 0$, $\frac{\psi_5^2(2\pi)}{y_5^2(2\pi)} = \frac{\psi_6^2(2\pi)}{y_6^2(2\pi)} = \Delta_I^2$, отримаємо систему алгебраїчних рівнянь для визначення невідомих сталих c_i . Отже, поставлена задача розв'язана. У випадку ж рушійної системи з акумулятором енергії ситуація значно складніша. Згідно з методом ГамкRELІдзе, в точках виходу на фазові обмеження $y_7 = 0$, $y_7 = 1$ відповідна приєднана функція матиме стрибки, величини яких невідомі та мають визначатися з умови мінімуму функціоналу J_e . Через те, що зарані кількість цих стрибків невідома, неможливо тільки зі співвідношень (11) визначити значення керуючої функції δ , або, що те саме, розподіл активних та пасивних дуг вздовж траєкторії.

Розглянемо випадок, коли КА перебуває в тіні протягом інтервалу часу $t \in [\pi - \tau_{sh}, \pi + \tau_{sh}]$, тобто

$$\begin{aligned}
 \delta_{sh} &= 1, \quad t \in [0, \pi - \tau_{sh}] \cup [\pi + \tau_{sh}, 2\pi], \\
 \delta_{sh} &= 0, \quad t \in [\pi - \tau_{sh}, \pi + \tau_{sh}].
 \end{aligned} \tag{12}$$

Використаємо підхід, який детально описаний у роботах [4–6]. Вважаємо, що активні дуги на освітленій частині траєкторії тривалістю τ розташовані на початку та в кінці маневру, а в околі точки $t = \pi$ розташована тіньова активна дуга дещо меншою тривалістю τ_1 . $\tau_1 < \tau$ через те, що в тіні джерело енергії не функціонує і живлення рушії відбувається тільки за рахунок енергії акумулятора, що, в свою чергу, збільшує швидкість його розрядки. Отже, в залежності від значень τ_{sh} та τ_1 можливі два сценарії роботи акумулятора енергії протягом здійснення маневру, які зображені на рис. 1 та 2.

Позначимо: $\Delta e_{act}(t_1, t_2)$ зміну запасу енергії акумулятора, якщо інтервал часу $[t_1, t_2]$ відповідає освітленій активній частині траєкторії; $\Delta e_{act}^{sh}(t_1, t_2)$, якщо інтервал часу $[t_1, t_2]$ відповідає тіньовій активній частині траєкторії; $\Delta e_{pas}(t_1, t_2)$, якщо інтервал часу $[t_1, t_2]$ відповідає пасивній частині траєкторії. В нашому випадку пасивні

Рис. 1. Сценарій 1, $\tau_1 > \tau_{sh}$.Рис. 2. Сценарій 2, $\tau_1 < \tau_{sh}$.

частини траєкторії є освітленими. З рівняння, що описує поточний запас енергії в акумуляторі (останнє рівняння в (7)), випливає

$$\Delta e_{act}(t_1, t_2) = -\frac{\eta}{\xi_B}(N_\gamma - 1)(t_2 - t_1),$$

$$\Delta e_{act}^{sh}(t_1, t_2) = -\frac{\eta}{\xi_B}N_\gamma(t_2 - t_1),$$

$$\Delta e_{pas}(t_1, t_2) = \frac{\eta}{\xi_B}(t_2 - t_1).$$

Тоді, приймаючи до уваги програми зміни запасу енергії акумулятора (див. рис. 1, 2), складемо рівняння для визначення N_γ , ξ_B та τ_1 через τ та η . Для сценарію 1 маємо систему рівнянь

$$\begin{aligned} \Delta e_{act}(0, \tau) &= -0.5, \\ \Delta e_{pas}(\tau, \pi - \tau_1) &= 1, \\ \Delta e_{act}(\pi - \tau_1, \pi - \tau_{sh}) + \Delta e_{act}^{sh}(\pi - \tau_{sh}, \pi) &= -0.5, \end{aligned} \quad (13)$$

яка має розв'язок

$$\begin{aligned} N_\gamma^{(1)} &= \left(\pi + 2\tau + \sqrt{(\pi - \tau)^2 + 8\tau\tau_{sh}} \right) / 4\tau, \\ \xi_B^{(1)} &= \eta \left(\pi - 2\tau + \sqrt{(\pi - \tau)^2 + 8\tau\tau_{sh}} \right) / 2, \\ \tau_1^{(1)} &= \left(\pi - \sqrt{(\pi - \tau)^2 + 8\tau\tau_{sh}} \right) / 2. \end{aligned} \quad (14)$$

Для сценарію 2 система рівнянь аналогічна (13) має вигляд

$$\begin{aligned} \Delta e_{act}(0, \tau) &= -0.5, \\ \Delta e_{pas}(\tau, \pi - \tau_{sh}) &= 1, \\ \Delta e_{act}^{sh}(\pi - \tau_{sh}, \pi) &= -0.5. \end{aligned} \quad (15)$$

Розв'язавши систему (13), знаходимо

$$\begin{aligned} N_\gamma^{(2)} &= (\pi + \tau - \tau_{sh}) / 4\tau, \\ \xi_B^{(2)} &= \eta (\pi - \tau - \tau_{sh}) / 2, \\ \tau_1^{(2)} &= (\tau - 2\tau^2 / (\pi + \tau - \tau_{sh})) / 2. \end{aligned} \quad (16)$$

Нерівності $\tau_1^{(1)} - \tau_{sh} > 0$ та $\tau_1^{(2)} - \tau_{sh} > 0$ мають однаковий розв'язок

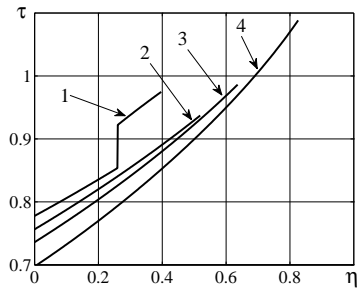
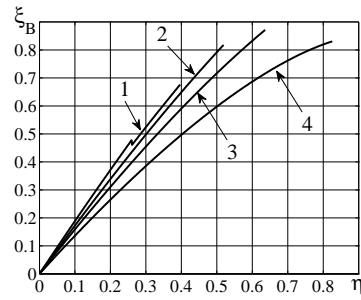
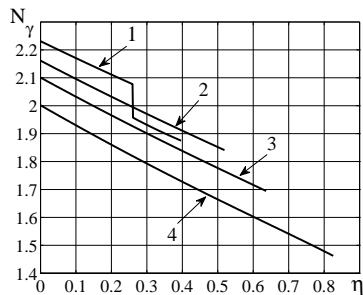
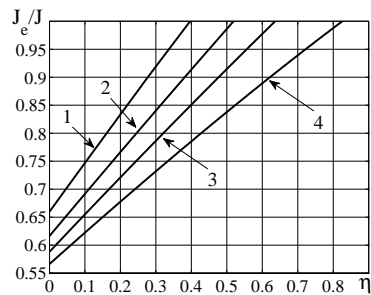
$$\tau \in \left[\frac{1}{2}(\pi - 2\tau_{sh} - \sqrt{\pi^2 - 8\pi\tau_{sh} + 8\tau_{sh}^2}); \frac{1}{2}(\pi - 2\tau_{sh} + \sqrt{\pi^2 - 8\pi\tau_{sh} + 8\tau_{sh}^2}) \right].$$

Завдяки цьому при заданому τ формули (14) та (16) дозволяють однозначно визначити сценарій розподілу дуг траєкторії та відповідні значення N_γ і ξ_B . Тепер вкажемо послідовність дій для розв'язання задачі (7). Задаємо значення параметрів ε , η та τ_{sh} . Задаємо τ . Використовуючи формули (14) та (16), знаходимо сценарій розподілу дуг траєкторії та відповідні значення N_γ і ξ_B . Підставляємо знайдені N_γ і ξ_B в (11) та інтегруємо у відповідності до вибраного сценарію рівняння руху зі співвідношень (7). З кінцевих умов та наведених вище умов трансверсальності знаходимо сталі в часі $c_{ie}(\tau)$, $i = 1, 2, \dots, 6$ у вигляді функцій від τ . Отже, тепер функціонал J_e зведений до функції від змінної τ , яку досліджуємо на мінімум за допомогою чисельних методів.

4. Результати чисельних розрахунків

Проведемо оцінку ефективності використання акумулятора енергії у складі сонячної електрореактивної рушійної системи на прикладі маневру збільшення радіуса та повороту площини початкової орбіти на величини $\Delta_r = 0.01$ та $\Delta_I = 0.01$. Мінімізуючи функціонал J_e по τ , можемо визначити оптимальні функціональні залежності $\tau(\eta)$, $\xi_B(\eta)$, $N_\gamma(\eta)$ (див. рис. 3-5), які зв'язують між собою параметри, що характеризують масово-енергетичні характеристики рушійної системи. Максимальне значення параметру η при побудові кривих вибране з умови доцільності застосування акумулятора енергії у складі рушійної системи, яка математично записується $J_e/J < 1$. Пояснимо, чому це так.

З формул (4) та (5) випливає, що для здійснених маневрів значення функціоналів Φ та Φ_e знаходяться в інтервалі від 0 до 1, тому

Рис. 3. Залежність, $\tau(\eta)$.Рис. 4. Залежність, $\xi_B(\eta)$.Рис. 5. Залежність, $N_\gamma(\eta)$.Рис. 6. Залежність, $J_e(\eta)/J$.

що вони більші 0 за означенням, а при перевищенні 1 маси елементів рушійної системи стають від'ємними, що неможливо. Тому маса корисного навантаження тим більша, чим менше Φ або Φ_e . Отже, застосування акумулятора енергії доцільне у випадку, коли $\Phi_e < \Phi$ або, як випливає з (4) та (5), $J_e/J < 1$, тобто, коли маса корисного навантаження більша, ніж у випадку класичної електрореактивної рушійної системи. Криві залежностей $J_e(\eta)/J$ для ряду тривалостей тінювих ділянок траєкторії зображено на рис. 6. На рис. 3–6 криві 1 побудовані для інтервалу тині $2\tau_{sh} = 2\pi/7$, криві 2 — для інтервалу тині $2\tau_{sh} = 2\pi/5$, криві 3 — для інтервалу тині $2\tau_{sh} = 2\pi/4$, криві 4 — для інтервалу тині $2\tau_{sh} = 2\pi/3$. Стрибки на кривих 1 пояснюються

тим, що при відповідній тривалості тіньової ділянки траєкторії при певному значенні параметру η відбувається перехід від сценарію 1 до сценарію 2 (див. рис. 1, 5). При тривалостях тіньових ділянок траєкторії, які відповідають кривим 2–4, рух відбувається за сценарієм 2. Як бачимо, зі збільшенням тривалості тіньової ділянки траєкторії ефективність використання акумулятора енергії у складі рушійної системи космічного апарату зростає.

5. Висновки

При виконанні космічним апаратом з сонячною електрореактивною рушійною системою перельотів між близькими некопланарними круговими орбітами за наявності тіньових ділянок траєкторії, включення акумулятора енергії до складу рушійної системи дозволяє значно покращити якість виконання таких маневрів. Цей факт дозволяє очікувати позитивних результатів від застосування акумулятора енергії у сонячній електрореактивній системі космічного апарату і при виконанні більш складних динамічних маневрів.

- [1] *Сатас М.* Use of energy storage in low thrust spaceflight // ARS J. — 1960. — **30**, 1. — Р. 32–41.
- [2] *Кифоренко Б. Н.* К выбору оптимальных параметров двигательной установки с ограниченной мощностью и накопителем энергии // Инж. журн. механ. тв. тела. — 1966. — № 3. — С. 53–58.
- [3] *Кифоренко Б. Н.* О движении по орбитам, близким к круговым, при использовании двигательных систем с накопителем энергии и двигателем постоянной мощности // Инж. журн. механ. тв. тела. — 1967. — № 3. — С. 152–157.
- [4] *Ткаченко Я. В.* Оптимальные околокруговые движения космических аппаратов с накопителем энергии // Прикладная механика. — 1999. — **35**, 10. — С. 93–100.
- [5] *Ткаченко Ya. V.* Using energy storage in low thrust constant power thruster for optimal interorbital transfers // Stability and control. Theory and application. International J. — 2003. — **5**, 1. — Р. 22–40.
- [6] *Ткаченко Я. В.* Оптимизация работы электрических ракетных двигателей с постоянной и регулируемой тягами // Прикладная механика. — 2010. — **46**, 3. — С. 114–123.

-
- [7] *Кифоренко Б. Н., Ткаченко Я. В.* Оптимизация перелетов космического аппарата с электрореактивной двигательной системой постоянной мощности и накопителем энергии между удаленными эллиптическими орбитами // Прикладная механика. — 2010. — **46**, 11. — С. 117–125.
- [8] *Cluever Craig A.* Using Edelbaum's Method to Compute Low-Thrust Transfers with Earth-Shadow Eclipses // J. of guidance, control, and dynamics. — 2011. — **34**, 1. — P. 300–303.
- [9] *Ferrier Ch., Epenoy R.* Optimal Control for Engines with Electro-Ionic Propulsion Under Constraint of Eclipse // Acta Astronautica. — 2001. — **48**. — P. 181–192.
- [10] *Marasch Mark W., Hall Christopher D.* Application of Energy Storage to Solar Electric Propulsion Orbital Transfer // J. of spacecraft and rockets. — 2000. — **37**, 5. — P. 645–652.
- [11] *Храмов А. А.* Анализ и оптимизация перелётов космических аппаратов между низкими околоземными орбитами с двигательными установками с накоплением энергии // Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук. — Самара, 2014. — 142 с.
- [12] *Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В.* Механика космического полета с малой тягой. — М.: Наука, 1966. — 679 с.
- [13] *Иванов В. А., Фалдин Н. В.* Теория оптимальных систем автоматического управления. — М.: Наука, 1981. — 336 с.