

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЕЖИМА В ЦЕПИ С ЕМКОСТЬЮ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГОЙ, ПИТАЕМОЙ ОТ ИСТОЧНИКА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Е. Н. ВЕРЕЩАГО, В. И. КОСТЮЧЕНКО

Нац. ун-т кораблестроения им. Адмирала Макарова. 54025, Украина, г. Николаев, просп. Геров Сталинграда, 9.  
E-mail: vikmkua@mail.ru

Исследованы устойчивость и возникновение колебаний тока электрической дуги при определенных условиях в электрической цепи постоянного тока. Отмечено, что в цепи с дугой всегда будет параллельная ей емкость, образуемая собственными емкостями установки. Электрическая дуга как элемент электрической цепи описывается обобщенной моделью, которая учитывает термическую инерционность электрической дуги и не ограничивает вид ее статической вольт-амперной характеристики. Рассмотрено влияние параметров электрической дуги на переходной процесс, получены условия возникновения незатухающих и нарастающих собственных колебаний. Представлены принципиальные и эквивалентные схемы рассматриваемого контура. Диссипативные свойства колебательной системы охарактеризованы с помощью коэффициента затухания контура, относительного демпфирования, а также коэффициента потерь энергии в системе. Определены частота срыва, полоса пропускания, частота собственных колебаний и резонансное сопротивление контура. Рассмотрены резистивное демпфирование колебаний, определено желаемое значение демпфирующего резистора, проиллюстрированы результаты расчетов и моделирования. Полученные результаты могут найти применение при проектировании и наладке новых источников питания для сварки и родственных технологий, а также оценки демпфирования и стабилизации работающих источников питания. Библиограф. 8, рис. 4.

*Ключевые слова:* дуговая сварка, электрическая и плазменная дуга, устойчивость процесса, переходные процессы, демпфирование колебаний, расчет и моделирование

Устойчивость электрической дуги при определенных условиях в электрической цепи исследовалась неоднократно [1–8]. Обратим внимание на то, что в цепи с дугой всегда будет параллельная ей емкость, образуемая собственными емкостями установки. При этом емкость на выходе, например, в сварочных инверторах тока, используется в качестве фиксирующей (демпфирующей) цепи либо в целях помехоподавления [7]. Эти емкости достигают 0,001 мкФ, а с учетом емкости элементов запуска дуги и сети составляют даже несколько микрофард [1, 4, 7]. Теперь более подробно остановимся на устойчивом и неустойчивом состоянии электрической дуги с емкостью и ее влиянии на электрическую цепь.

В настоящей статье электрическая дуга как элемент электрической цепи описывается обобщенной моделью [3, 5, 7], которая учитывает термическую инерционность электрической дуги и не ограничивает вид ее статической вольт-амперной характеристики (ВАХ). Вследствие этого в схеме для исследования устойчивости неуправляемое нелинейное сопротивление — электрическая дуга имитировано дифференциальным сопротивлением  $R_{дф0}$  и последовательно с ним включенной малой паразитной индук-

тивностью  $L$ , зашунтированной активным сопротивлением  $R_1$ . В данном случае исследуемая электрическая цепь (рис. 1) образована параллельным соединением идеального источника тока, элемента с входным сопротивлением дуги  $Z_{д}(p)$ , сопротивления  $R_i$  и емкости  $C$ .

Наличие резистора  $R_i$  учитывает все виды потерь в системе — конечное (хотя и достаточно большое), внутреннее (выходное) сопротивление источника тока, а также влияние внешних цепей.

Характеристикой двухполюсника является его входное (или внутреннее) сопротивление

$$Z_{вх}(p) = Z(p) = \frac{k_1 + k_2 p}{1 + T_1 p + T_2^2 p^2}, \quad (1)$$

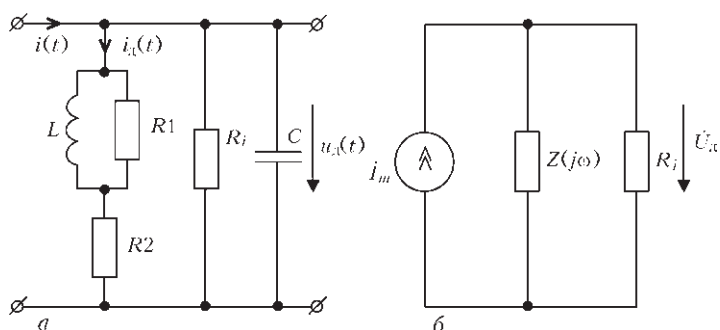


Рис. 1. Принципиальная схема (а) и схема замещения (эквивалентная) рассматриваемого контура (б) ( $L = \theta(R_{ст0} - R_{дф0})$ ;  $R_1 = R_{ст0} - R_{дф0}$ ;  $R_{ст0}$ ;  $R_2 = R_{дф0}$  — статическое и дифференциальное сопротивление дуги в выбранной рабочей точке  $I_0$ )

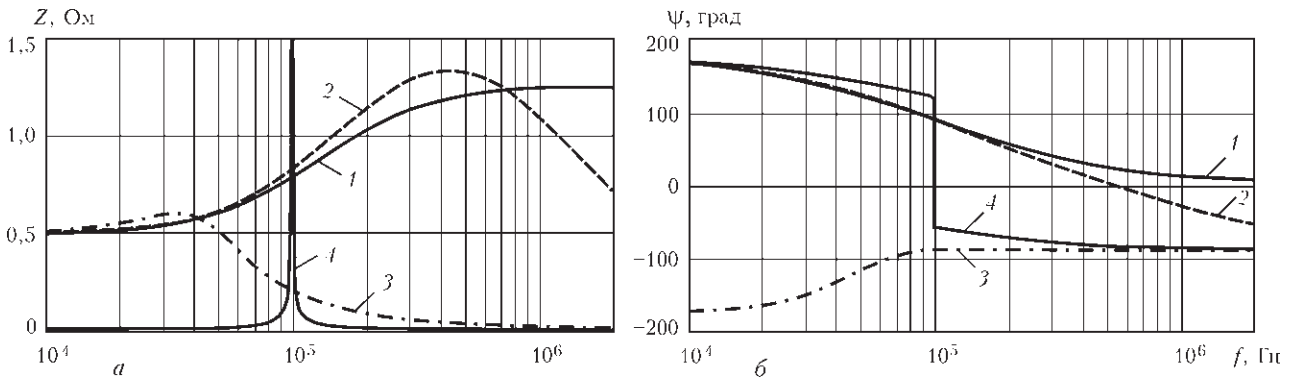


Рис. 2. Амплитудно- (а) и фазочастотная (б) характеристики двухполюсника: 1 —  $C = 0$  мкФ; 2 — 0,1; 3 — 10,0; 4 — 2,041

где  $k_1 = R_{дф0}$ ;  $k_2 = \theta R_{ст0}$ ;  $T_1 = \theta + R_{дф0}C$ ;  $T_2^2 = \theta R_{ст0}C$ ;  $\theta$  — постоянная времени дуги.

Если в уравнении (1) положить  $p = j\omega$ , то оно описывает при  $0 \leq \omega \leq \infty$  частотную передаточную функцию цепи

$$Z(j\omega) = \frac{k_1 + k_2 j\omega}{1 + T_1 j\omega + T_2^2 (j\omega)^2},$$

модуль которой и фаза имеют соответственно вид

$$|Z(j\omega)| = \frac{\sqrt{k_1^2 + k_2^2 \omega^2}}{\sqrt{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}},$$

$$\psi(\omega) = \arg Z(j\omega) = \arctg \frac{k_2 \omega}{k_1} - \arctg \frac{T_1 \omega}{1 - T_2^2 \omega^2}.$$

Формулу (1) удобно представить в виде

$$Z(p) = \frac{k_1 + k_2 p}{1 + 2\xi T p + T^2 p^2} = \frac{k_1 + k_2 p}{1 + \frac{2\xi p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}},$$

где

$$T = T_2 = \sqrt{\theta R_{ст0} C};$$

$$\xi = T_1 / (2T) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{\theta}{R_{ст0} C}} + \sqrt{\frac{C}{\theta R_{ст0}}} R_{дф0} \right) \text{ — параметр демпфирования;}$$

$\omega_0 = 1 / \sqrt{\theta R_{ст0} C}$  — частота собственных колебаний системы;  $\alpha = \xi \omega_0$ .

Для описания двухполюсника используем представление

$$Z(j\omega) = r(\omega) + jx(\omega),$$

где

$$r(\omega) = \operatorname{Re} Z(j\omega) = \frac{k_1(1 - T_2^2 \omega^2) + k_2 T_1 \omega^2}{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2};$$

$$x(\omega) = \operatorname{Im} Z(j\omega) = \frac{k_2 \omega(1 - T_2^2 \omega^2) - k_1 T_1 \omega}{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}.$$

Данное операторное сопротивление имеет единственный нуль при  $p = -R_{дф0} / R_{ст0} \theta$  и два полюса в точках с координатами

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_{ст0} C} + \frac{R_{дф0}}{R_{ст0} \theta} \right) \pm j\sqrt{\frac{1}{\theta R_{ст0} C} - \frac{1}{4} \left( \frac{1}{R_{ст0} C} + \frac{R_{дф0}}{R_{ст0} \theta} \right)^2},$$

которые в зависимости от соотношения между  $\omega_0$  и  $\alpha$  могут быть как комплексно-сопряженными, так и вещественными.

Семейство амплитудно- и фазочастотных характеристик контура с параметрами:  $\theta = 1$  мкс,  $R_{ст0} = 1,25$  Ом,  $R_i = \infty$ ,  $R_{дф0} = -0,49$  Ом приведено на рис. 2.

Возникновение нарастающих собственных колебаний в электрической цепи с потерями (см. рис. 1, а) возможно лишь тогда, когда в составе цепи, помимо пассивных элементов  $R, L, C$ , содержатся активные, передающие в цепь часть энергии от внешних источников. Распространенной моделью такого активного элемента является резистор с отрицательным сопротивлением. Рассматриваемая цепь становится неустойчивой (будет самопроизвольно возбуждаться), если имеющееся в ней отрицательное сопротивление  $R_{дф0} > R_{дф0 \text{ кр}}$  (условие самовозбуждения заключается в полной компенсации потерь в контуре).

Емкость  $C$  может быть выбрана такой, чтобы двухполюсник был демпфированным в желаемой полосе пропускания, что устраняет влияние резонансного пика. При выборе емкости  $C$ , обеспечивающей значение параметра демпфирования около 0,7, частота среза двухполюсника может быть сделана соответственно большой.

В данном случае двухполюсник представляет собой низкочастотную систему, полоса пропускания которой представляет собой диапазон частот от нуля до частоты среза  $\omega_c$ . Отметим, что полосой частот двухполюсника, грубо говоря, является

диапазон частот, в котором величина  $Z(j\omega)$  близка к 1. Точное значение частоты среза, конечно, в значительной степени зависит от числа  $\xi$ .

Дифференциальное уравнение данной цепи, составленное относительно напряжения  $u(t)$  на входном сопротивлении контура, имеет вид

$$\begin{aligned} \theta R_{\text{ст}0} C \frac{d^2 u}{dt^2} + (R_{\text{дф}0} C + \theta) \frac{du}{dt} + u = \\ = \theta R_{\text{ст}0} \frac{di}{dt} + R_{\text{дф}0} i. \end{aligned} \quad (2)$$

Варьируя величину  $C$ , можно изменять коэффициент при производной  $du/dt$ . Знак и значение этого коэффициента, как известно, определяют характер свободных колебаний в такой динамической системе.

Если в уравнении (2)  $R_{\text{дф}0} < 0$ , то за счет обратной связи возможна регенерация, т. е. частичная компенсация потерь в контуре.

Найдем условия самовозбуждения схемы (см. рис. 1, а), исследуя характеристическое уравнение этой системы с внутренней обратной связью. Отметим, что если, например  $Y_{\text{отр}} = S_{\text{дф}} < 0$  ( $S_{\text{дф}}$  — дифференциальная крутизна ВАХ дуги) — отрицательная активная проводимость, вносимая электрической дугой, то условие самовозбуждения системы заключается в компенсации потерь контура.

Это означает, что в стационарном режиме энергия, рассеиваемая в контуре за период собственных колебаний, в точности равна энергии, которая поступает в контур от внешних источников за данный отрезок времени. Такой механизм самовозбуждения получил название внутренней обратной связи [3, 5, 7]. Колебательной системой здесь служит  $RLC$ -контур, элементом обратной связи —  $Y_{\text{отр}}$  (активный элемент).

Корни  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  характеристического уравнения (2) имеют вещественные части

$$\text{Re } \gamma_{1,2} = -\frac{R_{\text{дф}0} C + \theta}{2\theta R_{\text{ст}0} C}.$$

Система переходит в неустойчивый режим, когда величина  $\text{Re } \gamma_{1,2}$  обращается в нуль. При этом поскольку  $(1 - R_{\text{дф}0}/R_{\text{ст}0}) > 0$ , то имеем незатухающие гармонические собственные колебания вида

$$u_{\text{соб}}(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi),$$

где  $A$ ,  $\varphi$  определяются начальными значениями  $u(t_0)$  и  $u'(t_0)$ .

Если емкость конденсатора  $C$  достигает критического значения  $C_{\text{кр}} = -\theta S_{\text{дф}}$ , то характеристическое уравнение приобретает вид

$$d^2 u / dt^2 + \omega_0^2 u = 0, \quad (3)$$

где  $\omega_0 = \omega_C \sqrt{1 - \frac{R_{\text{дф}0}}{R_{\text{ст}0}}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{R_{\text{дф}0}}{R_{\text{ст}0}}}$  — частота собственных колебаний.

Отсюда находим критическое значение отрицательного сопротивления:

$$R_{\text{дф}0 \text{ кр}} = -\theta / C.$$

Из последнего выражения видно, что чем меньше емкость конденсатора  $C$ , тем больше отрицательное активное сопротивление, необходимое для самовозбуждения контура.

Для цепи рис. 1, а с параметрами  $C = 1,0$  мкФ,  $\theta = 10$  мкс  $R_{\text{дф}0 \text{ кр}} = -10,0$  Ом. Если  $R_{\text{дф}0} = -2,0$  Ом, то  $C_{\text{кр}} = 5$  мкФ.

Очевидно, что электрическая дуга с параллельной емкостью горит устойчиво, пока выполняется условие  $\theta > -CR_{\text{дф}0}$ .

Диссипативные свойства колебательной системы можно охарактеризовать с помощью коэффициента затухания контура  $\alpha$ , относительного демпфирования  $\xi = \alpha/\omega_0$  (безразмерный параметр), а также коэффициента потерь энергии в системе  $\eta = 2\alpha/\omega_0$ . Рассеяние энергии можно оценить и с помощью коэффициента поглощения  $\psi$ , связанного простой приближенной зависимостью с другой характеристикой процесса диссипации энергии в системе — логарифмическим декрементом колебаний  $\delta$ :  $\psi = 2\delta = 4\pi\alpha/\omega_0 = 4\pi \ln A_1/A_2$ , где  $A_1, A_2$  — амплитуды двух соседних колебаний относительно установившегося значения. При малом демпфировании ( $\delta^2 \ll 6$ )  $\eta = \delta/\pi = \psi/2\pi$ , а при больших значениях  $\delta$  можно использовать приближенную формулу из работы [7]:  $\eta = 2\delta / \sqrt{4\pi^2 + \delta^2} \approx \delta(1 - 0,0127\delta^2) / \pi$ , погрешность которой не превышает 1 % при  $\delta \leq 3$ .

При  $C > C_{\text{кр}}$  контур становится неустойчивым. Введя параметр

$$\alpha = \frac{1}{2} [-\theta / (LC) - R_{\text{дф}0} / L] \left( 1 - \frac{R_{\text{дф}0}}{R_{\text{ст}0}} \right) > 0,$$

получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 u}{dt^2} - 2\alpha \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0,$$

решение которого описывает гармонические колебания с экспоненциально нарастающей во времени амплитудой

$$u(t) = Ae^{\alpha t} \cos \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} t + Be^{\alpha t} \sin \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} t,$$

где  $A, B$  — постоянные, зависящие от начальных условий.

Если  $\alpha \ll \omega_0$ , то в соответствии с (3) частота заполнения автоколебаний, возникающих в линейном режиме, близка частоте собственных колебаний контура.

Обращаясь к эквивалентной схеме замещения (см. рис. 1, б), видим, что ток с комплексной ам-

плитудой  $I_m$ , поступающий от источника тока, протекает по сопротивлению

$$Z_{\text{эKB}}(j\omega) = Z(j\omega)R_i / [Z(j\omega) + R_i] = \frac{p\theta R_{\text{CT0}} + R_{\text{дф0}}}{p^2\theta R_{\text{CT0}}C + p[R_{\text{дф0}}C + \theta(1 + R_{\text{CT0}}/R_i)] + R_{\text{дф0}}/R_i + 1}$$

Несложные преобразования показывают, что

$$Z_{\text{эKB}}(j\xi) = \frac{R_{\text{рез.эKB}}}{1 + \xi_{\text{эKB}}^2} \quad (4)$$

где  $R_{\text{рез.эKB}} = R_{\text{рез}} / (1 + R_{\text{рез}}/R_i)$  — эквивалентное сопротивление контура при резонансе с учетом разрядного сопротивления  $R_i$ ;  $\xi_{\text{эKB}} = \xi_0 / (1 + R_{\text{рез}}/R_i)$  — эквивалентная обобщенная расстройка;  $\xi_0$  — безразмерная обобщенная расстройка при  $R_i = \infty$ .

Можно считать, что влияние  $R_i$  состоит в том, что добротность колебательной системы уменьшается и становится равной эквивалентной добротности

$$Q_{\text{эKB}} = \frac{Q}{1 + R_{\text{рез}}/R_i}$$

Согласно последней формуле для ослабления действия  $-R_{\text{рез}}$  на колебательную систему следует уменьшать резонансное сопротивление  $R_{\text{рез}}$ , применяя параллельное включение  $R_i$ .

Рассмотрим параллельный колебательный контур с параметрами  $\theta = 1$  мкс,  $R_{\text{CT0}} = 1,25$  Ом,  $R_{\text{дф0}} = -0,49$  Ом,  $C = C_{\text{кр}} = 2,041$  мкФ, настроенный на частоту  $f_{\text{рез}}$ . Частота собственных колебаний в контуре

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\theta R_{\text{CT0}} C}} \sqrt{1 - R_{\text{дф0}}/R_{\text{CT0}} - \frac{C}{\theta} R_{\text{дф0}}^2 / R_{\text{CT0}}} = 0,626 \cdot 10^6 \text{ (с}^{-1}\text{)}; f_0 = 99,7 \cdot 10^3 \text{ Гц} \approx 100 \text{ кГц.}$$

Резонансное сопротивление колебательной системы

$$R_{\text{рез}} = \frac{R_{\text{дф0}} [(\theta\omega_0)^2 R_{\text{CT0}}^2 / R_{\text{дф0}}^2 + 1]}{(\theta\omega_0)^2 R_{\text{CT0}} / R_{\text{дф0}} + 1} = -10,66 \text{ (кОм).}$$

Эквивалентное сопротивление контура при резонансе с учетом шунтирующего действия  $R_i$  ( $R_i = 10$  кОм)

$$R_{\text{рез.эKB}} = 161,52 \text{ кОм.}$$

При настройке контура в резонанс  $\xi_{\text{эKB}} = 0$ , поэтому из (4) следует, что резонансный коэффициент передачи контура

$$K_{\text{рез}} = R_{\text{рез.эKB}}$$

Очевидно, что в данной цепи роль шунтирующего резистора  $R$  выполняет активное резонансное сопротивление контура  $R_{\text{рез}}$  без учета внутреннего сопротивления источника и демпфирующего резистора (вносимого сопротивления  $R_i$ ).

Если  $R_{\text{рез}} < 0$  — активная составляющая входного сопротивления контура при резонансе, а  $1/R_i > 0$  — параллельно включенная проводимость, вносимая источником тока и демпфирующим резистором, то условие обеспечения устойчивости и отсутствия самораскачивания (стабилизации и демпфирования) примет вид

$$-R_i/R_{\text{рез}} < 1.$$

Если это условие выполняется, то демпфирование, отраженное в основном уравнении малых колебаний членом с положительным коэффициентом, приводит к затуханию колебаний. Рассматриваемая система будет самопроизвольно возбуждаться, если имеющееся в ней отрицательное сопротивление меньше вносимого сопротивления  $-R_{\text{рез}} < R_{\text{ивн}}$ . Отметим, что вызываемые неустойчивостью перенапряжения оказывают воздействие на установку в целом.

Пример результатов расчета приведен на рис. 3. При этом основные условия с  $\theta = 1$  мкс,  $R_{\text{дф0}} = -0,49$  Ом;  $C = 2,041$  мкФ выбирали так, чтобы могли возникать неустойчивости. Следует отметить, что возникающая неустойчивость приводит к колебаниям как напряжения, так и тока дуги.

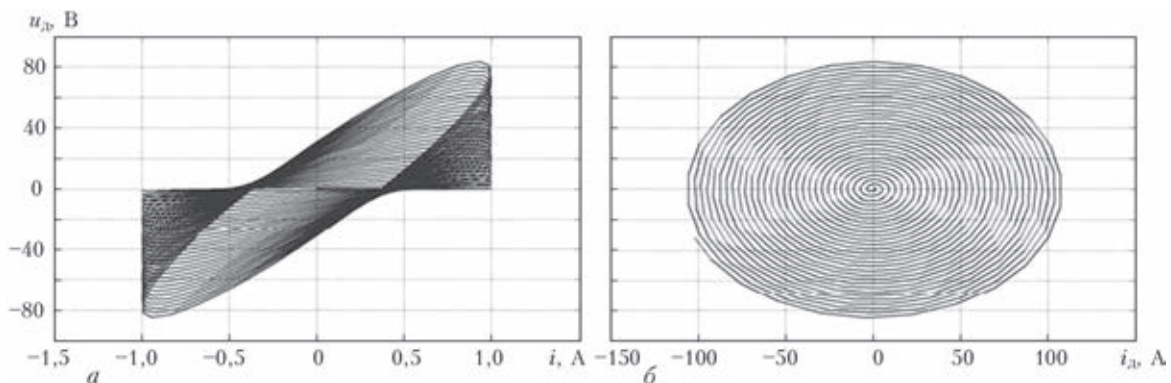


Рис. 3.  $u$ - $i$ -Диаграммы: а —  $u_d = f(i)$ ; б —  $u_d = f(i_d)$



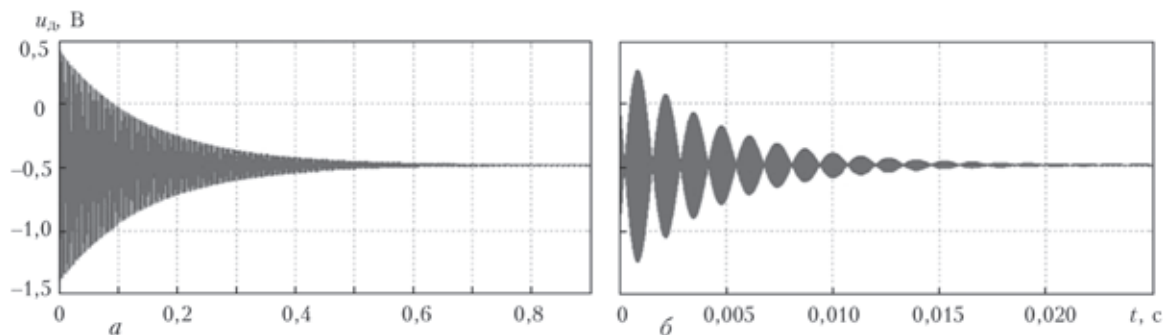


Рис. 4. Отклик цепи на функцию включения  $R_i = 10$  (а) и 1 (б) кОм

В  $u-i$ -диаграмме (см. рис. 3, б) спиральная форма характеристики показывает, что напряжение и ток дуги сдвинуты по фазе относительно друг друга.

Полезно сравнить переходные характеристики контура, полученные при различных значениях  $R_i/R_{рез}$  (рис. 4). Если  $R_i = 10$  кОм, то имеем собственные колебания с отрицательным затуханием (рис. 4, а).

Наконец, в общем случае переходная характеристика системы (рис. 4, б) представляет собой квазигармоническое затухающее колебание с биениями.

Влияние  $R_i$  в зависимости от отношения  $R_i/|R_{рез}|$  проявляется в скорости снижения во времени тока и напряжения дуги. При значениях отношения  $R_i/|R_{рез}|$  приблизительно от 0,95 до 0,5 оно вызывает сильное затухание колебаний напряжения (тока) по сравнению со случаем  $R_i = \infty$ . Если же, напротив, сделать это отношение еще меньше, то колебания, хотя и продолжают затухать, но относительное изменение уже не является таким большим. Кроме того, с уменьшением  $R_i/|R_{рез}|$  появляются биения.

Таким образом, для практических нужд сопротивление  $R_i$  для резистивного демпфирования должно составлять приблизительно  $R_i \approx |R_{рез}|$ .

### Выводы

1. В электрической цепи с электрической дугой возможно возникновение колебаний. Установив-

шаяся амплитуда колебаний определяется видом нелинейной характеристики электрической дуги, входящей в контур.

2. Найденные частотные характеристики входного сопротивления цепи позволяют определять области неустойчивости системы с комплексной линейной или нелинейной нагрузкой.

3. В контуре, имеющем только резистивное демпфирование при  $-R_i/R_{рез} \approx 1$ , колебания затухают достаточно медленно.

4. Емкость конденсатора  $C$  может быть выбрана такой, чтобы двухполюсник был демпфированным в желаемой полосе пропускания.

1. Верещаго Е. Н., Костюченко В. И. Физико-математическая модель цепи питания плазматрона // Свароч. пр-во. – 2013. – № 2. – С. 19–25.
2. Гладков Э. А. Управление процессами и оборудованием при сварке. – М.: Академия, 2006. – 430 с.
3. Демирчян К. С., Нейман Л. Р. Теоретические основы электротехники: Т. 2. Теория линейных электрических цепей. – СПб.: Питер, 2003. – 576 с.
4. Дюргеров Н. Г., Сагиров Х. Н. Устойчивость системы саморегулирования дуги при механизированной и автоматической сварке // Свароч. пр-во. – 2009. – № 2. – С. 13–14.
5. Лоос А. В., Лукутин А. В., Сараев Ю. Н. Источники питания для импульсных технологических процессов. – Томск: Изд-во Томск. политехн. ин-та, 1998. – 160 с.
6. Сидорец В. Н., Пентегов И. В. Детерминированный хаос в нелинейных цепях с электрической дугой. – Киев: Международная ассоциация «Сварка», 2013. – 272 с.
7. Схемотехника инверторных источников питания для дуговой нагрузки: Учеб. пособие / Е. Н. Верещаго, В. Ф. Квасницкий, Л. Н. Мирошниченко, И. В. Пентегов. – Николаев: Нац. ун-т кораблестроения им. Адмирала Макарова, 2000. – 283 с.
8. Цыбульский Г. А. К вопросу об устойчивости процесса дуговой сварки плавящимся электродом // Автомат. сварка. – 2002. – № 5. – С. 17–19.

Поступила в редакцию 30.05.2014