

## МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ЗАТРАТ

НАУМОВА М. А.

УДК 517.977

### Наумова М. А. Модель оптимизации инвестиционных затрат

В условиях рыночной экономики все предприятия в той или иной степени связаны с инвестиционной деятельностью и принятием инвестиционных решений. Каждое предприятие имеет ограниченные финансовые ресурсы, доступные для инвестирования. В связи с этим возникает задача оптимизации инвестиционных решений. Современные микро- и макроэкономические теории не обходятся без такого мощного метода, как математическое моделирование. Использование математики позволяет выделить и формально описать наиболее существенные свойства экономических процессов, исследовать эти свойства и сделать выводы, адекватные изучаемому процессу. Поэтому становится актуальным поиск методов исследования и расчета математических моделей сложных процессов, динамика которых описывается нелинейными системами. В статье рассмотрена модель управления инвестиционными решениями с производственной функцией Кобба – Дугласа (Cobb – Douglas production function). Приведена математическая постановка задачи для максимизации суммы прибыли. Используя принцип максимума, получена система нелинейных дифференциальных уравнений. Проведен качественный анализ системы с помощью её фазового портрета вблизи точки равновесия.

**Ключевые слова:** инвестиции, прибыль, оптимальное управление, нелинейная система, фазовый портрет.

**Формул:** 24. **Библ.:** 9.

**Наумова Марина Анатольевна** – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математики и математических методов в экономике, Донецкий национальный университет (ул. Университетская, 24, Донецк, 83001, Украина)

**E-mail:** naumova.maryna@gmail.com

УДК 517.977

UDC 517.977

### Наумова М. А. Модель оптимізації інвестиційних витрат

В умовах ринкової економіки всі підприємства тією чи іншою мірою пов'язані з інвестиційною діяльністю та прийняттям інвестиційних рішень. Кожне підприємство має обмежені фінансові ресурси, що доступні для інвестування. У зв'язку з цим виникає задача оптимізації інвестиційних рішень. Сучасні мікро- і макроекономічні теорії не обходяться без такого потужного метода, як математичне моделювання. Використання математики дозволяє виділити і формально описати найбільш суттєві властивості економічних процесів, дослідити ці властивості та зробити висновки, адекватні досліджуваному процесу. Тому стає актуальним пошук методів дослідження і розрахунку математичних моделей складних процесів, динаміка яких описується нелінійними системами. У статті розглянуто модель управління інвестиційними рішеннями з виробничою функцією Кобба – Дугласа (Cobb – Douglas production function). Наведено математичну постановку задачі для максимізації суми прибутку. Використовуючи принцип максимуму, отримано систему нелінійних диференціальних рівнянь. Проведено якісний аналіз системи за допомогою її фазового портрету в околі точки рівноваги.

**Ключові слова:** інвестиції, прибуток, оптимальне управління, нелінійна система, фазовий портрет.

**Формул:** 24. **Бібл.:** 9.

**Наумова Марина Анатоліївна** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики і математичних методів в економіці, Донецький національний університет (вул. Університетська, 24, Донецьк, 83001, Україна)

**E-mail:** naumova.maryna@gmail.com

### Naumova M. A. Model of Optimisation of Investment Expenditures

The market economy provides such conditions when all enterprises are connected, to a certain degree, with the investment activity and with making investment decisions. Each enterprise has limited financial resources, available for investing. This results in appearance of the task of optimisation of investment decisions. The modern micro- and macro-economic theories use such a powerful method as mathematic modelling. Using mathematics allows allocation and formal description of the most significant properties of economic processes and studying these properties and making conclusions that would be adequate to the studied process. That is why, it becomes topical to search for methods of study and calculation of mathematical models of complex processes, dynamics of which is described by non-linear systems. The article considers the model of management of investment decisions with the Cobb–Douglas production function. It provides a mathematical task setting for maximisation of the sum of profit. Using the principle of maximum, the article obtains the system of non-linear differential equations. It conducts a quality analysis of the system with the help of its phase portrait near points of equilibrium.

**Key words:** investments, profit, optimal management, non-linear system, phase portrait.

**Formulae:** 24. **Bibl.:** 9.

**Naumova Maryna A.** – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor, Department of Mathematics and Mathematical Methods in Economics, Donetsk National University (vul. Universytetska, 24, Donetsk, 83001, Ukraine)

**E-mail:** naumova.maryna@gmail.com

В условиях рыночной экономики все предприятия в той или иной степени связаны с инвестиционной деятельностью и принятием инвестиционных решений. В современном мире возможностей для инвестирования достаточно много. Вместе с тем каждое предприятие имеет ограниченные финансовые ресурсы, доступные для инвестирования. В связи с этим возникает задача оптимизации инвестиционных решений.

Экономика как наука об объективных причинах развития и функционирования общества давно пользуется разными количественными характеристиками, для исследования которых широко применяются различные математические методы исследования. Сове-

менные микро- и макроэкономические теории не обходятся без такого мощного метода, как математическое моделирование. Использование языка математики позволяет выделить и формально описать наиболее существенные свойства экономических процессов, исследовать эти свойства и сделать выводы, адекватные изучаемому процессу. Формализация основных особенностей функционирования экономических объектов позволяет оценить возможные последствия воздействия на них и использовать такие оценки в управлении. Изучение реальных процессов зачастую сводится к исследованию нелинейных систем дифференциальных уравнений.

В современных условиях возрастает интерес к использованию математических методов в управлении инвестиционными решениями, увеличивается эффективность их применения в экономике. Поэтому становится актуальным поиск методов исследования и расчета математических моделей сложных процессов, динамика которых описывается управляемыми нелинейными системами.

Инвестиции оказывают огромное влияние на основы хозяйственной деятельности и различные направления общественной жизни, играют большую роль в формировании и укреплении производственного потенциала, социальной сферы.

**Т**еория инвестиций развивалась представителями классической, кейнсианской и институциональной школ. Представители классической теории А. Смит, Д. Рикардо, Дж. Милль, Ж.-Б. Сей и другие исследовали сущность и роль инвестиций в сфере промышленного производства и непромышленной сфере. К. Маркс внес большой вклад в развитие теории инвестиций в рамках работы о капитале и прибавочной стоимости [1], впервые раскрыл содержание стадий инвестиционного процесса.

Микроэкономический аспект инвестиционного анализа рассматривался в исследованиях представителей школы маржиналистов С. Джевонса, К. Менгера, Е. Бем-Баверка, Ф. Визера, Л. Вальраса, Дж. Кларка и др., а также в работах представителей школы неоклассического направления Дж. Мида, Э. Денисона, Р. Солу и др. Работы основоположника этой школы А. Маршалла [2] посвящены проблемам определения условий инвестирования.

Позже основатель макроэкономического подхода Дж. М. Кейнс [3] исследовал зависимость и пропорции между совокупными народнохозяйственными величинами: национальным доходом, сбережениями, инвестициями, совокупным спросом. Представители институционального направления Т. Веблен, А. Шпитгоф, Дж. Коммонс и другие предложили методологию инвестиционного анализа дополнить рассмотрением политических, социальных и других проблем. В дальнейшем теория инвестиций получила свое развитие в работах таких ученых, как Н. Д. Конратьев, Й. Шумпетер [4], С. Кузнец, К. Кларк, У. Митчел и др.

Оптимизационные динамические модели экономических систем основаны на классических работах Ф. Рамсея, Д. Касса, Т. Купманса. Развитие этих моделей представлено работами В. Д. Матвеевко, В. З. Беленького, В. Ф. Кротова, В. Г. Болтянского [5], Э. Полака [6], Р. Е. Калмана [7] и других.

Отдельно следует выделить работы Л. С. Понтрягина [8] и Р. Беллмана [9], которые внесли большой вклад в разработку инструментальных методов оптимального управления и математического анализа динамических экономических систем.

Целью статьи является исследование модели управления инвестиционными решениями с производственной функцией Кобба – Дугласа методами оптимального управления.

Результаты научных исследований говорят о том, что экономический рост страны или отдельного пред-

приятия зависит от структуры и размеров инвестиций, скорости и качества инвестирования. Создание капитала, обеспечение конкурентоспособности товаропроизводителей на внешних и внутренних рынках в настоящее время невозможны без инвестиций. Качественное обновление мирового товаропроизводства и рыночной инфраструктуры происходит в основном за счет инвестирования. Эффективные рыночные преобразования происходят тем быстрее, чем интенсивней осуществляется процесс инвестирования.

В настоящее время мировая экономика стоит перед объективной необходимостью активизации инвестиционной деятельности на создание конкурентоспособных хозяйственных систем, модернизацию и реконструкцию действующих структур, обеспечение диверсификации капитала в направлении социально ориентированных структурных преобразований.

**В** современной экономике теория инвестиций является одной из основных категорий. Эта теория рассматривается с точки зрения двух уровней: микро- и макроуровня. На уровне микроэкономики основным в теории инвестиций является процесс принятия инвестиционных решений с позиции предприятия. В теории инвестиций разрабатываются и научно обосновываются методы формирования оптимальной инвестиционной политики. На уровне макроэкономики проблема инвестирования рассматривается с позиций государственной инвестиционной политики, политики доходов и занятости.

Инвестиции определяют будущее страны в целом, отдельного предприятия и являются одним из основных факторов развития экономики в целом.

Успех в современном бизнесе и менеджменте во многом опирается на оперативный анализ экономической ситуации и выбор оптимального решения из всех возможных решений. В связи с этим особенно актуальным становится разработка и применение экономико-математических методов и моделей для решения возникающих производственных задач, определения и выбора вариантов экономического развития в будущем, обеспечения оптимального распределения ресурсов. Эти задачи не могут быть решены без использования теории управляющих систем. Определение оптимального варианта развития, как правило, связано с решением динамических задач оптимального управления.

Разнообразие теоретических и практических задач, возникающих в теории оптимального управления и ее приложений, вызывает необходимость поиска новых методов решения краевых задач, особенно для нелинейных систем.

Пусть выпуск некоторого предприятия зависит только от основных фондов:

$$Q = q(K),$$

где  $Q$  – выпуск продукции,  $q(K)$  – производственная функция, которая выражает зависимость выпуска от капитала  $K$ .

Будем предполагать, что предприятие инвестирует свой капитал. Пусть  $I(t)$  – количество капитала, которое предприятие инвестирует в производство в мо-

мент времени  $t$ , и пусть  $\delta$  – коэффициент амортизации основных фондов ( $\delta > 0$ ). Тогда количество капитала в каждый момент времени изменяется в соответствии с дифференциальным уравнением

$$dK = [I(t) - \delta K(t)]dt$$

или

$$\frac{dK}{dt} = I(t) - \delta K(t).$$

Пусть  $c[I(t)]$  – функция, которая выражает издержки на инвестирование капитала  $I(t)$  в момент времени  $t$ . Тогда прибыль предприятия в момент времени  $t$  можно выразить формулой:

$$\Pi[K(t), I(t)] = q[K(t)] - c[I(t)].$$

Предположим, что предприятию нужно определить, какое количество капитала оно должно инвестировать в каждый момент времени, чтобы максимизировать сумму доходов в течение периода времени с текущего момента ( $t = 0$ ) до заданного момента времени  $t$ . Таким образом, мы получаем следующую задачу.

Найти максимум функционала

$$y[I(t)] = \int_0^T \Pi[K(t), I(t)]dt$$

при условиях

$$\begin{aligned} \frac{dK}{dt} &= I(t) - \delta K, \\ K(0) &= K_0. \end{aligned}$$

Предположим, что количество продукции, произведенное предприятием, выражается производственной функцией Кобба – Дугласа

$$Q = A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta,$$

где  $K$  – количество основного капитала,  $L$  – затраты труда,  $A, \alpha, \beta$  – некоторые константы,  $A > 0, \alpha, \beta > 0, \alpha + \beta < 1$ .

Пусть  $p$  – стоимость единицы выпущенной продукции,  $w$  – реальная заработная плата ( $p > 0, w > 0$ ). Воспользуемся соотношением «цена единицы выпуска, умноженная на маргинальную производительность, равна заработной плате» и получим, что

$$p \frac{\partial Q}{\partial L} = w.$$

Из этого равенства выразим  $L$  через  $K$ :

$$\begin{aligned} p \cdot A \cdot \beta \cdot K^\alpha \cdot L^{\beta-1} &= w, \\ L &= \left( \frac{w}{pA\beta} \right)^{\frac{1}{\beta-1}} \cdot K^{-\frac{\alpha}{\beta-1}}. \end{aligned}$$

Теперь производственная функция имеет вид

$$q(K) = \left( \frac{w}{pA\beta} \right)^{\frac{\beta}{\beta-1}} \cdot K^{\frac{\alpha}{1-\beta}},$$

или

$$q(K) = a \cdot K^{\frac{\alpha}{1-\beta}},$$

где  $a = \left( \frac{w}{pA\beta} \right)^{\frac{\beta}{\beta-1}} > 0$ .

Пусть функция издержек имеет вид

$$c(I) = I^2.$$

Тогда прибыль предприятия в любой момент времени будет составлять

$$\Pi = a \cdot K^{\frac{\alpha}{1-\beta}} - I^2.$$

Задачу максимизации интегральной суммы доходов предприятия на заданном интервале времени  $(0, T)$ , получаем в следующей математической постановке.

Найти

$$\max \int_0^T (a \cdot K^{\frac{\alpha}{1-\beta}} - I^2) dt$$

при условиях

$$\begin{aligned} \frac{dK}{dt} &= I - \delta K, \\ K(0) &= K_0. \end{aligned}$$

Здесь управлением является  $I(t)$ . Для того, чтобы решить эту задачу, составим функцию Гамильтона

$$H(K, I, \lambda, t) = a \cdot K^{\frac{\alpha}{1-\beta}} - I^2 + \lambda(I - \delta K).$$

Применяя принцип максимума, получим

$$\frac{\partial H}{\partial I} = -2I + \lambda = 0,$$

откуда

$$I(t) = \frac{\lambda(t)}{2}. \tag{1}$$

С учетом этой зависимости получим систему дифференциальных уравнений с неизвестными  $\lambda(t)$  и  $K(t)$ :

$$\begin{cases} \frac{d\lambda}{dt} = \lambda\delta - \frac{a \cdot \alpha}{1-\beta} \cdot K^{\frac{\alpha+\beta-1}{1-\beta}}, \\ \frac{dK}{dt} = \frac{\lambda}{2} - \delta K. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь степень  $\frac{\alpha + \beta - 1}{1 - \beta} < 0$ .

Граничные условия:

$$K(0) = K_0, \quad \lambda(T) = 0,$$

где граничное условие для  $\lambda(t)$  получено из условия трансверсальности.

Так как система дифференциальных уравнений нелинейная, то мы можем провести ее качественный анализ с помощью её фазового портрета вблизи точек равновесия.

Точки равновесия  $(\lambda^*, K^*)$  системы найдем из условия

$$\begin{cases} \frac{d\lambda}{dt} = 0, \\ \frac{dK}{dt} = 0. \end{cases}$$

Получим две точки  $(0; 0)$  и

$$\left( 2\delta \left( \frac{a \cdot \alpha}{2\delta^2(1-\beta)} \right)^{\frac{1-\beta}{2-\alpha-2\beta}}, \left( \frac{a \cdot \alpha}{2\delta^2(1-\beta)} \right)^{\frac{1-\beta}{2-\alpha-2\beta}} \right),$$

первая из которых не представляет экономического интереса. Здесь  $(2 - \alpha - 2\beta > 0)$ .

Линеаризованная система вблизи точки  $(\lambda^*, K^*)$  для системы (2) будет иметь вид

$$\begin{cases} \frac{d\lambda}{dt} = \delta(\lambda - \lambda^*) + 2\delta^2 \frac{1 - (\alpha + \beta)}{1 - \beta} (K - K^*), \\ \frac{dK}{dt} = \frac{1}{2}(\lambda - \lambda^*) - \delta(K - K^*), \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \frac{d\lambda}{dt} = \delta\lambda + 2\delta^2 \frac{1 - (\alpha + \beta)}{1 - \beta} K + \\ + \left( -\delta\lambda^* - 2\delta^2 \frac{1 - (\alpha + \beta)}{1 - \beta} K^* \right), \\ \frac{dK}{dt} = \frac{1}{2}\lambda - \delta K + \left( -\frac{\lambda^*}{2} - \delta K^* \right). \end{cases}$$

Матрица коэффициентов указанной выше системы:

$$A = \begin{pmatrix} \delta & 2\delta^2 \frac{1 - (\alpha + \beta)}{1 - \beta} \\ \frac{1}{2} & -\delta \end{pmatrix}.$$

Так как определитель матрицы

$$\Delta A = -\delta^2 \cdot \frac{2 - \alpha - 2\beta}{1 - \beta} < 0,$$

а ее след  $\text{tr}A = 0$ , то точка равновесия является седлом.

Уравнения изоклин имеют вид:

$$K = -\frac{1}{2\delta} \cdot \frac{1 - \beta}{1 - (\alpha + \beta)} \cdot \lambda - \text{уравнение вертикаль-}$$

ной изоклины,

$$K = \frac{1}{2\delta} \cdot \lambda - \text{уравнение горизонтальной изоклины.}$$

Уравнения сепаратрис имеют вид:

$$K = \frac{1}{2\delta} \cdot \frac{1 - \beta}{1 - (\alpha + \beta)} \cdot \left( \sqrt{\frac{2 - \alpha - 2\beta}{1 - \beta}} - 1 \right) \cdot \lambda, \quad (3)$$

$$K = \frac{1}{2\delta} \cdot \frac{1 - \beta}{1 - (\alpha + \beta)} \cdot \left( -\sqrt{\frac{2 - \alpha - 2\beta}{1 - \beta}} - 1 \right) \cdot \lambda, \quad (4)$$

причем

$$\frac{1}{2\delta} \cdot \frac{1 - \beta}{1 - (\alpha + \beta)} \cdot \left( \sqrt{\frac{2 - \alpha - 2\beta}{1 - \beta}} - 1 \right) > 0,$$

а

$$\frac{1}{2\delta} \cdot \frac{1 - \beta}{1 - (\alpha + \beta)} \cdot \left( -\sqrt{\frac{2 - \alpha - 2\beta}{1 - \beta}} - 1 \right) < 0.$$

Остальные фазовые траектории – это гиперболы, для которых найденные прямые являются асимптотами. Особая точка типа седла всегда неустойчива. Только при специально выбранных начальных условиях на сепаратрисе (4), система будет приближаться к состоянию равновесия. Фазовый портрет нелинейной системы (2) в окрестности точки равновесия  $(\lambda^*, K^*)$  качественно эквивалентен фазовому портрету в окрестности начала координат линеаризованной системы.

Если при некоторых значениях параметров удастся явно определить решения системы (2), то подставляя значение  $\lambda(t)$  в (1), получим оптимальное управление для инвестиций, которое максимизирует суммарную прибыль в течение планируемого периода времени.

## ВЫВОДЫ

В теории оптимального управления экономики определяющим является системный подход. Экономика рассматривается как очень сложная динамическая система. Ее развитие происходит в условиях ограниченности трудовых и материальных ресурсов, возрастания потребностей в научных и технических знаниях, новых технологиях. Возникает необходимость в оптимальном преодолении дефицита ресурсов в смысле превышения предъявляемого спроса над реальным предложением, оптимизации инвестиционных решений. Целью оптимизации развития экономики становится максимально возможное удовлетворение возрастающих потребностей.

Огромное множество вариантов решения экономических и управленческих задач создает взаимозаменяемость потребностей, ресурсов, технологий, территориального размещения производства. Это определяет проблему выбора лучшего варианта, который удовлетворяет поставленным целям, что, в свою очередь, приводит к задачам оптимального функционирования и управления экономическими системами.

В современное время производственным предприятиям приходится функционировать в условиях нестабильности и неопределенности. Для эффективной работы предприятия должны быть способны своевременно реагировать на постоянно изменяющиеся внешние условия. Для этого необходимо применять экономико-математические методы исследования для создания методик, позволяющих оптимизировать кредитно-инвестиционную деятельность, повысить эффективность использования капитала с помощью разработанного математического аппарата. ■

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Маркс К.** Капитал / К. Маркс. – М. : Издательство политическая литература, 1975. – Т. 2. – 752 с.
2. **Маршалл А.** Принципы экономической науки / А. Маршалл : в 3 т. – М. : Прогресс, 1993. – 994 с.
3. **Кейнс Дж. М.** Общая теория занятости процентов и денег / Дж. М. Кейнс // Антология экономической классики. – Т. 2. – М. : Эксо. 2007. – 960 с.
4. **Шумпетер Й.** Теория экономического развития (Исследование предпринимательской прибыли, капитала, кредита, процента и цикла конъюнктуры) / Й. Шумпетер. – М. : Издательство «Прогресс», 1982. – 454 с.
5. **Болтянский В. Г.** Математические методы оптимального управления / В. Г. Болтянский. – М. : Наука, 1969. – 408 с.
6. **Полак Э.** Численные методы оптимизации. Единый подход / Э. Полак. – М. : Мир, 1974. – 374 с.
7. **Калман Р. Е.** Об общей теории систем управления / Р. Е. Калман // Труды I конгресса ИФАК / Изв. АН СССР. – М., 1961. – Т. 2. – С. 521 – 546.

8. Понтрягин Л. С. Принцип максимума в оптимальном управлении / Л. С. Понтрягин. – М.: Наука, 1989. – 61 с.
9. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.: Изд-во ин. лит. 1960. – 400 с.

#### REFERENCES

- Boltianskiy, V. G. *Matematicheskie metody optimalnogo upravleniia* [Mathematical methods of optimal control]. Moscow: Nauka, 1969.
- Bellman, R. *Dinamicheskoe programmirovaniie* [Dynamic programming]. Moscow: Izdatelstvo inostrannoy literatury, 1960.
- Keyns, Dzh. M. "Obshchaia teoriia zaniatosti protsentov i deneg" [General Theory of Employment Interest and Money]. In *Antologiiia ekonomicheskoy klassiki*, 1960. Moscow: Ekso, 2007.

- Kalman, R. E. "Ob obshchey teorii sistem upravleniia" [On the general theory of control systems]. In *Trudy I kongressa IFAK*, 521-546. Moscow: Izvestiia AN SSSR, 1961.
- Marks, K. *Kapital* [Capital]. Moscow: Politicheskaiia literatura, 1975.
- Marshall, A. *Printsipy ekonomicheskoy nauki* [The principles of economics]. Moscow: Progress, 1993.
- Pontriagin, L. S. *Printsip maksimuma v optimalnom upravlenii* [The maximum principle in optimal control]. Moscow: Nauka, 1989.
- Polak, E. *Chislennyye metody optimizatsii. Edinyy podkhod* [Numerical optimization. A unified approach]. Moscow: Mir, 1974.
- Shumpeter, Y. *Teoriia ekonomicheskogo razvitiia (Issledovanie predprinimatelskoy pribyli, kapitala, kredita, protsenta i tsikla konnkury)* [Theory of Economic Development (Study of business profits, capital, credit, interest, and cycle conditions)]. Moscow: Progress, 1982.

УДК 658.015

## ПРОГНОЗУВАННЯ ОБСЯГУ ПРОДАЖІВ У ЗБАЛАНСОВАНІЙ СИСТЕМІ ПОКАЗНИКІВ

ОРЛЕНКО Н. С., НАУМЕНКО І. В.

УДК 658.015

### Орленко Н. С., Науменко І. В. Прогнозування обсягу продажів у збалансованій системі показників

Виникла проблема визначення та застосування математичних моделей прогнозування обсягів продажу в збалансованій системі показників. Досліджено структурний підрозділ підприємства – планування, визначено основні моделі планування обсягів продажу. Обґрунтовано доцільність застосування моделі, яка заснована на методі прогнозування попиту на товари (послуги) сезонного споживання і товари довгострокового використання, щодо планування обсягів продажів підприємства з ремонту вагонів.

**Ключові слова:** збалансована система показників (ЗСП), прогнозування обсягів продажу.

**Рис.:** 2. **Формул.:** 4. **Бібл.:** 8.

**Орленко Наталія Станіславівна** – кандидат економічних наук, доцент, кафедра ІС в економіці, Криворізький економічний інститут Київського національного економічного університету ім. В. Гетьмана (вул. К. Маркса, 64, Кривий Ріг, Дніпропетровська обл., 50000, Україна)

**Науменко Ірина Віталіївна** – аспірантка, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (пр. Перемоги, 54/1, Київ, 03068, Україна)  
**E-mail:** umkaira@ukr.net

УДК 658.015

### Орленко Н. С., Науменко И. В. Прогнозирование объема продаж в сбалансированной системе показателей

Возникла проблема определения и использования математических моделей прогнозирования объемов продаж в сбалансированной системе показателей. Исследовано структурное подразделение предприятия – планирование, определены основные модели планирования объемов продаж. Обоснована целесообразность использования модели, которая основана на методе прогнозирования спроса на товары (услуги) сезонного потребления и товары долгосрочного использования, для планирования объемов продаж предприятия по ремонту вагонов.

**Ключевые слова:** сбалансированная система показателей (ССП), прогнозирование объемов продаж.

**Рис.:** 2. **Формул.:** 4. **Библ.:** 8.

**Орленко Наталія Станіславівна** – кандидат економічних наук, доцент, кафедра ІС в економіці, Криворізький економічний інститут Київського національного економічного університету ім. В. Гетьмана (вул. К. Маркса, 64, Кривий Ріг, Дніпропетровська обл., 50000, Україна)

**Науменко Ірина Віталіївна** – аспірантка, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (пр. Перемоги, 54/1, Київ, 03068, Україна)  
**E-mail:** umkaira@ukr.net

UDC 658.015

### Orlenko N. S., Naumenko I. V. Forecasting Sales Volumes in the Balanced Scorecard

The article considers the problem of identification and use of mathematical models of forecasting sales volumes in the balanced scorecard. It studies one structural subdivision of an enterprise – planning and identifies main models of planning of sales volumes. It justifies expediency of use of the model, which is based on the method of forecasting demand on goods (services) of seasonal consumption and goods of long-term use for planning sales volumes of an enterprise that deals with repair of carriages.

**Key words:** balanced scorecard, forecasting sales volumes.

**Pic.:** 2. **Formulae:** 4. **Bibl.:** 8.

**Orlenko Nataliya S.** – Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Department of IS in the Economy, Kryvyi Rig Economic Institute of the Kiev National Economic University named after V. Getman (vul. K. Marksa, 64, Kryvyi Rig, Dnipropetrovska obl., 50000, Ukraine)

**Naumenko Iryna V.** – Postgraduate Student, Kyiv National Economic University named after V. Getman (pr. Peremogy, 54/1, Kyiv, 03068, Ukraine)  
**E-mail:** umkaira@ukr.net

З розвитком ринкової економіки почався і розвиток конкуренції, тому більшість підприємств намагається визначити попит на свою продукцію, спланувати обсяги продажів у майбутньому, щоб підвищити ефективність та рівномірність роботи. Звідси виникла необхідність у створенні моделі, яка дасть можливість

виконувати прогноз попиту на продукцію в збалансованій системі показників (ЗСП). Модель заснована на методі прогнозування попиту на товари (послуги) сезонного споживання і товари довгострокового використання.

Особливе місце серед методик застосування систем показників сьогодні займає розроблена американ-