УДК 519.6

КОРРЕКТНАЯ МОДЕЛЬ ХАРРОДА И МОДЕЛИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

ЧЕРНЫШОВ С. И.

УДК 519.6

Чернышов С. И. Корректная модель Харрода и моделирование социально-экономических процессов

Цель статьи – исправление ошибочной трактовки понятия производной в экономической динамике. Так, модель Харрода на самом деле имеет дискретный характер, и вытекающий из нее рост экономики по экспоненте ошибочен. Ошибка базируется на сопряжении капитала и годового дохода через постоянный коэффициент. Это становится понятным с позиций исследования размерности используемых величин, которого в математической экономике сознательно избегают. В категориях непрерывного анализа представление капитала через интенсивность дохода очень естественно реализуется с помощью функции Стеклова. Она формирует корректную модель Харрода (КМХ), из которой, в отличие от упомянутой выше экспоненты, напротив, вытекает неизбежность экономических кризисов, однако моменты их наступления поддаются расчетной оценке. Функция Стеклова допускает обобщение посредством компоненты, предназначенной для мониторинга экономической ситуации в целях уточнения параметров модели. Весьма плодотворно преломление КМХ к балансу участников экономической системы в стоимостной интерпретации. Получающаяся таким образом модель представляет собой систему дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами. В этой связи сформулированы общие принципы моделирования социально-экономических процессов.

Ключевые слова: *экономический рост; модель Харрода; функция Стеклова; дифференциальное уравнение; корректность; экономический кризис; стоимостный баланс; социально-экономическое моделирование.*
Рис.: *3.* ***Табл.:*** *1.* ***Формул:*** *31.* ***Библ.:*** *13.*

Чернышов Сергей Иванович *– кандидат технических наук, доцент, кафедра статистики и экономического прогнозирования, Харьковский национальный экономический университет (пр. Ленина, 9а, Харьков, 61166, Украина)*

УДК 519.6

Чернишов С. І. Коректна модель Харрода й моделювання соціально-економічних процесів

Мета статті – виправлення помилкового трактування похідної в економічній діяльності. Так, модель Харрода насправді має дискретний характер, і зростання економіки, що випливає з неї по експоненті, помилкове. Помилка базується на сполученні капіталу й річного доходу через постійний коефіцієнт. Це стає зрозумілим з позицій дослідження розмірності використовуваних величин, якого в математичній економіці свідомо уникають. У категоріях безперервного аналізу подання капіталу через інтенсивність доходу дуже природно реалізується за допомогою функції Стеклова. Вона формує коректну модель Харрода (КМХ), з якої, на відміну від згаданої вище експоненти, навпроти, випливає неминучість економічних криз, однак моменти їхнього настання піддаються розрахунковій оцінці. Функція Стеклова допускає узагальнення за допомогою компоненти, призначеної для моніторингу економічної ситуації з метою уточнення параметрів моделі. Досить плідне переломлення КМХ до балансу учасників економічної системи у вартісній інтерпретації. Модель, що отримується таким чином, являє собою систему диференціальних рівнянь першого порядку зі змінними коефіцієнтами. У цьому зв'язку сформульовано загальні принципи моделювання соціально-економічних процесів.

Ключові слова: *економічне зростання; модель Харрода; функція Стеклова; диференціальне рівняння; коректність; економічна криза; вартісний баланс; соціально-економічне моделювання.*
Рис.: *3.* ***Табл.:*** *1.* ***Формул:*** *31.* ***Бібл.:*** *13.*

Чернишов Сергій Іванович *– кандидат технічних наук, доцент, кафедра статистики та економічного прогнозування, Харківський національний економічний університет (пр. Леніна, 9а, Харків, 61166, Україна)*

UDC 519.6

Chernyshov S. I. Harrod Correct Model and Modelling of Socio-Economic Processes

Harrod method in the differential form has a discrete character and the resulting growth of economy exponentially is insubstantial. The mistake is based on adjunction of the capital and annual income through a constant ratio. This becomes clear from the positions of study of dimensionality of the used values, which is knowingly avoided in the mathematical economy. Representation of the capital through intensity of income in categories of continuous analysis is quite naturally realised with the help of the Steklov function. It forms a correct Harrod method (CHM), which, unlike the above mentioned exponent, results in inevitability of economic crises, however, the moments of their appearance are calculable. The Steklov function allows generalisation by means of the component designed for monitoring of the economic situation with the aim to specify model parameters. Refraction of CHM to the balance of participants of the economic system in cost interpretation is quite fruitful. The obtained model is a system of differential equations of the first order with variable ratios. Due to this the article formulates general principles of modelling of socio-economic processes.

Key words: *economic growth, Harrod model, Steklov function, differential equation, correctness, economic crisis, cost balance, socio-economic modelling.*
Pic.: *3.* ***Tabl.:*** *1.* ***Formulae:*** *31.* ***Bibl.:*** *13.*

Chernyshov Serhiy I. *– Candidate of Sciences (Engineering), Associate Professor, Department of Statistics and Economic Projections, Kharkiv National University of Economics (pr. Lenina, 9a, Kharkiv, 61166, Ukraine)*

Введение. В работах 1939 и 1948 гг. [1, с. 39 – 194] знаменитый английский экономист Рой Харрод пришел к выводу о том, что развитию капиталистической экономики присуща внутренняя неустойчивость. Теоретически существует линия поступательного роста, от которой, однако, с течением времени реальная экономика все дальше уходит. При этом изложение материала носит преимущественно эвристический характер, во всяком случае, аппарат дифференциального исчисления не используется.

Напротив, без дополнительных пояснений, Я. Тинберген и Х. Босс [2, п. 2.1] представили модель Харрода в дифференциальной форме (ДМХ), причем о какой-либо неустойчивости экономического развития здесь не упоминается (что же, позаимствован брэнд?). Заметим, Я. Тинберген – лауреат Нобелевской премии по экономике в 1-й год ее присуждения (1969). И вслед за ним по проблематике экономической динамики лауреатами той же премии становились: П. Самуэльсон (1970); С. Кузнец (1971); Дж. Хикс (1972); В. Леонтьев (1973) и другие.

Цель статьи – коррекция модели Харрода, поскольку вытекающий из неё рост экономики по экспоненте ошибочен, что и определяет актуальность темы.

Результаты исследования. Итак, ДМХ определяют следующие соотношения. Национальный доход разделяется на потребление и инвестиции

$$Y_g(t) = C_g(t) + I_g(t) \qquad (1)$$

в следующей пропорции:

$$I_g(t) = \mu Y_g(t); \qquad (2)$$

производная капитала равна инвестициям:

$$d_t K(t) = I_g(t), \qquad (3)$$

а также капитал и доход связывает линейная зависимость:

$$K(t) = \nu Y_g(t). \qquad (4)$$

Здесь $d_t = d/dt$; t – переменная времени; константы $0 < \mu < 1$; $\nu > 1$ предполагаются данными; в привязке к экономике США $\mu \sim 0{,}45$; $\nu \sim 9$ [3]; индекс «g» подчеркивает годовой размер финансового потока (поскольку доход – «национальный»).

Из (2) – (4) вытекает дифференциальное уравнение

$$d_t K(t) = \sigma K(t),\ \sigma = \mu / \nu \qquad (5)$$

(с постоянным, на что следует обратить внимание, коэффициентом); его решением является экспоненциальный рост:

$$K(t) = K_0 e^{\sigma t};\ I(t) = I_{g0} e^{\sigma t};$$
$$Y(t) = Y_{g0} e^{\sigma t};\ C(t) = C_{g0} e^{\sigma t}, \qquad (6)$$

где $I_{g0} = \sigma K_0;\ Y_{g0} = K_0/\nu;\ C_{g0} = (1-\mu)K_0/\nu;$ (7)

начальный капитал $K_0 = K(0)$ предполагается данным. При этом все функции (6) растут в одинаковом темпе на неограниченном интервале времени (*рис. 1*), поскольку

$$\frac{d_t K(t)}{K(t)} = \frac{d_t I_g(t)}{I_g(t)} = \frac{d_t Y_g(t)}{Y_g(t)} = \frac{d_t C_g(t)}{C_g(t)} = \sigma \qquad (8)$$

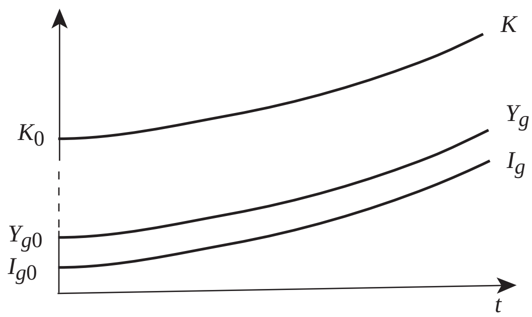

Рис. 1. Экспоненциальный рост экономики

(иначе говоря, $K(t)$; $I_g(t)$; $Y_g(t)$ и $C_g(t)$ не пересекаются на графике).

Однако какие пояснения, о чем сказано выше, в отношении ДМХ мы хотели бы иметь? В первую очередь, – почему со всей определенностью не указана размерность используемых величин, в частности, аргумента t? Кстати, такой стиль изложения характерен для множества других изданий по математической экономике. Ответ находим у П. Самуэльсона, причем он представляется совершенно неудовлетворительным: «Как мы уже видели, большинство «законов экономики» носит скорее качественный и порядковый, а не количественный характер и в силу этого вопросы размерности оказываются несущественными» [4, с. 124].

Вместе с тем, например, применяемый в гидродинамике критерий Рейнольдса:

$$Re = wl / \nu$$

почему-то всегда сопровождают пояснением: w – скорость, м/с; l – характерный геометрический размер, длина, м; ν – коэффициент кинематической вязкости, м^2/с.

В этой связи последуем утверждению Самуэльсона наоборот, руководствуясь тем, что единицей измерения национального дохода $Y_g(t)$ является доллар (долл.). Конечно, уже из соотношения (1) мы понимаем, что $I_g(t)$, $C_g(t)$ – годовые размеры инвестиций и потребления, долл. Поскольку капитал $K(t)$ имеет такую же единицу измерения (долл.) в силу (2), (4) коэффициенты μ, ν, а значит и σ в (5),– безразмерные. С учетом (7) очевидно, $\exp(\sigma t)$, а соответственно σt и t в (6) являются безразмерными.

На основании приведенных соображений можно сделать вывод: переменная $t = 1, 2, ...$ олицетворяет собой номера годов. Следовательно, ДМХ, с ее соотношениями (1) – (4), на самом деле, является дискретной. Несомненно, очень важный момент. Почему о нем не упоминается в [2] как, впрочем, и в целом ряде других изданий, где рассматривается ДМХ, а также другие, по существу, базирующиеся на ней, модели макроэкономического содержания?

Получается, мы имеем ступенчатый рост капитала (*рис. 2*), а соответственно – импульсивность развития экономики, следуя сценарию, который можно назвать феерическим, иначе говоря, он совершенно нереалистичен:

- в момент начала j-го года вбрасывается инвестиция предыдущего года $I_{g,\,j-1}$, и капитал скачкообразно возрастает, $K_j = K_{j-1} + I_{g,\,j-1}$;
- весь год экономическая система пребывает в полнейшей «спячке», а именно – новых поступлений капитал K_j не получает, поскольку нет дохода и инвестиций;
- инвестиции j-го года $I_{g,\,j}$ также мгновенно присоединяются к капиталу j + 1-го года в момент его начала;
- всего лишь на миг раньше был получен доход $Y_{g,\,j}$, моментально разделившийся на потребление $C_{g,\,j}$ и инвестиции $I_{g,\,j}$;
- лишь потребление ведет себя в некотором смысле вменяемо, поскольку, например сумма $C_{g,\,j-1}$ может непрерывно «проедаться» на протяжении j-го года (но в таком случае перестает выполняться соотношение (1), как это понять в содержательном смысле?).

Однако каким может быть пояснение в отношении дифференцирования ступенчато изменяющейся функции в (3)? В самом деле, мы имеем шаг по времени $\Delta t = 1$, тогда как определение производной базируется на использовании бесконечно малой величины $\Delta t \to 0$:

$$I(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{K(t+\Delta t) - K(t)}{\Delta t} = d_t K(t).$$

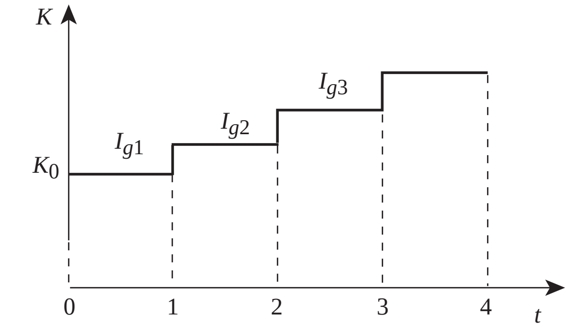

Рис. 2. Ступенчатый рост капитала

Что же, дифференцирование ступенчатой функции совсем неприемлемо? Нет, в принципе приемлемо, однако данную процедуру можно понимать лишь в смысле теории обобщенных функций, а именно:

$$d_t K(t) = \sum_{j=1}^{n-1} I_j \delta(t - t_j), \qquad (9)$$

где функция Дирака

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, \; t = 0; \\ 0, \; t \neq 0; \end{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1, \qquad (10)$$

и такая трактовка обязательно должна оговариваться в тексте.

В целом ситуация представляется следующей. Книга П. Самуэльсона [4] переведена с англоязычного издания 1983 г. При этом каких-либо изменений в основной текст 1-го издания 1947 г. автор не вносил. Исходный же материал – диссертация П. Самуэльсона, которую он защитил в 1941 г. Что касается δ-функции (10), то впервые ее использовал П. Дирак (1927 г., см. [5, с. 66]) как эвристический прием выхода из затруднительной ситуации.

Теория обобщенных функций сформировалась лишь в начале 1950-х гг. Стало понятным, что обобщенные функции весьма полезны на промежуточном этапе преобразований (чем и воспользовался Дирак), тогда как вывод дифференциальных уравнений должен производиться по классической схеме [6, с. 168 – 169]. Авторы, в частности, отмечают: «Общего метода перехода к дифференциальным уравнениям в обобщенных функциях не существует». Значит в каких-то случаях такой переход – возможен? Да, если объективно имеются сосредоточенные воздействия, точечные заряды и т. п. Однако использовать обобщенную функцию (9), когда, вследствие (3), она непосредственно формирует уравнение (5), категорически нельзя.

Итак, ДМХ всецело базируется на выводе дифференциального уравнения с использованием обобщенных функций, отсюда и приведенный выше сценарий. Конечно, вначале П. Самуэльсон мог просто перенять у физиков недостаточно понятный прием, но в дальнейшем – почему не вносились необходимые коррективы, о чем думали его коллеги, наконец, современные специалисты в области экономической теории? По всей видимости, математизация экономической теории, произведенная П. Самуэльсоном (не мы дали это определение), так глубоко пронзила ее основы, что от прочно утвердившихся «истин» уже не могут отказаться. Или же, напротив, кого-то они очень даже устраивают, являясь в некотором смысле удобными. Место экономической динамики заняла теория роста, проникшая также и в другие разделы теории. Это уже парадигма, глобальная ментальность. Доминирует выпуклый анализ.

Следующие соображения, казалось бы, по другой теме заслуживают внимания. Расстояние, пройденное автомобилем, $S = at^2$, где t – переменная непрерывного, подчеркнем, времени. Единицы измерения S и t соответственно: километр; час, а значит, коэффициент a имеет размерность км/час^2. Очевидно, функция $S(t)$ непрерывна, а также представляет собой распределенную величину. Вопрос о пути, пройденном в конкретный момент времени (подразумевается точка, бесконечно малой протяженности величина),– лишен элементарного смысла. Функция $S(t)$ представляет собой путь, пройденный за период времени от 0 до t, подчеркнем. И, тем не менее, для момента t (точки) есть объективно присущий ему показатель рассматриваемого процесса, который очень информативен. Это скорость $d_t S = 2at$ с единицей измерения (км/час^2) · час = км/час.

Аналогично, балка на двух опорах с координатами $x = 0$; $x = l$ находится под действием распределенной нагрузки. Как само собой разумеющееся, задается интенсивность распределения ее погонной (подразумевается – на единицу длины) нагрузки $q(x)$, измеряемой, например, в кг/м. При этом $q = d_x Q$, где $Q(x)$ – поперечная нагрузка в кг, приложенная к балке на интервале длины $[0, x]$, которую в расчетах практически не используют. Информация о ней является как бы излишней, поскольку для получения представлений о нагрузке Q приходится, в общем случае, интегрировать ее интенсивность $q(x)$. И, конечно, не имеет смысла значение $Q(x)$ в некоторой точке.

Однако на самом деле поток инвестиций, который формирует капитал $K(t)$, находится в полнейшей аналогии с длиной пути $S(t)$, а также нагрузкой на балку $Q(x)$. Безусловно, поток инвестиций (как и дохода) является распределенным. Получается, экономические теоретики сознательно отказались от того, чтобы использовать понятие интенсивности финансового потока. Если они правы, то следует посоветовать транспортникам обходиться в расчетах без такого атрибута, как скорость движения, хватит с них дневного километража. Интересно, в какой тональности они на это отреагируют? А строителям, вообще, вряд ли что и посоветуешь, так как интенсивность $q(x)$ у них просто незаменима.

В этой связи следует принять во внимание, что понятия интенсивность и непрерывный анализ, по существу, идентичны. Если за ДМХ вырисовывается облик знаменитого в экономическом мире Самуэльсона, то анализ в категориях бесконечно малых олицетворяет собой гениальность Ньютона. Поэтому не следует ли переосмыслить ДМХ под углом зрения интенсивностей финансовых потоков? Вне всяких сомнений – следует, причем здесь не содержится какого-либо откровения; такой подход, в отличие от неподходящей здесь теории обобщенных функций, является совершенно естественным.

И, напротив, появление ДМХ, что для нас является почти очевидным, инициировали факторы, далекие от экономико-математического моделирования, в его настоящем смысле. Это соображение поясняет выдержка из предисловия А. Г. Худокормова к [1]:

«В послевоенные годы положение кардинальным образом изменилось, подстегнутая военным бумом экономика ведущих западных стран (особенно США) обрела невиданные доселе темпы. Население после тягот войны не хотело возврата к довоенной массовой безработице и необеспеченному существованию. Устойчивости в длительном, долговременном плане требовали также деловые круги. Проблема экономической динамики выдвинулась на передний план и вследствие соревнования со странами государственного социализма. Последний, превратившись в 1940 – 1950-х годах в мировую систему, обладал тогда немалым динамизмом, рассматривался (это прямо отмечали некоторые западные экономисты) не только как политический, военный, но и как экономический конкурент Запада».

Заметим, что экономическая наука СССР, в свою очередь, можно сказать, подтвердила достоверность ДМХ, о чем свидетельствует материал книги [7, с. 160 – 165] с участием Л. В. Канторовича (впоследствии лауреат Нобелевской премии по экономике, но также и выдающийся математик). Более того, здесь показан гораздо более высокий по сравнению с показателями США рост годового дохода, поскольку параметр v в (4) составляет не 9, а 3. Что же, ДМХ есть продукт политической конъюнктуры? Не отвечая прямо на поставленный вопрос, мы, напротив, казалось бы, сейчас же продемонстрируем экспоненциальный рост экономики, в категориях непрерывного (что следует подчеркнуть) анализа, обсудив далее серьезнейший подвох, который за ним скрывается.

Итак, полагаем, что t – переменная непрерывного времени, измеряемая в годах. Функция $K(t)$ также является непрерывной, соответственно дифференцирование по аналогии с формулой (3) становится совершенно безупречным. В таком случае

$$I(t) = d_t K(t), \quad \textbf{(11)}$$

где $I(t)$ – интенсивность потока инвестиций, измеряемая долл./год. Вполне логично соотношения (1), (2) трансформируются следующим образом:

$$Y(t) = C(t) + I(t);\ I(t) = \mu Y(t), \quad \textbf{(12)}$$

где $Y(t)$, $C(t)$ – также интенсивности потоков соответственно дохода и потребления, долл./год. Предположим, что и в (4) годовой доход $Y_g(t)$ можно таким же образом заменить его интенсивностью:

$$K(t) = \nu_* Y(t), \quad \textbf{(13)}$$

где $\nu_* = \nu \Delta t_*$, $t_* = 1$ год (как можно заметить, размерность соблюдена). В общем, модель (11) – (13) едва ли не подкупает своей прозрачностью

Приведенные соотношения формируют задачу Коши:

$$d_t K(t) = \sigma_* K(t),\ \sigma_* = \mu / \nu_*;\ K(0) = K_0; \quad \textbf{(14)}$$

ее решение, аналогично (6), (7), отображает экспоненциальный рост в неограниченной перспективе:

$$\begin{gathered} K(t) = K_0 e^{\sigma_* t};\ I(t) = I_0 e^{\sigma_* t}; \\ Y(t) = Y_0 e^{\sigma_* t};\ C(t) = C_0 e^{\sigma_* t}, \end{gathered} \quad \textbf{(15)}$$

где

$$I_0 = \sigma_* K_0;\ Y_0 = K_0 / \nu_*;\ C_0 = (1-\mu) K_0 / \nu_*; \quad \textbf{(16)}$$

наряду с чем, вместо (8) мы имеем внешне похожие и, тем не менее, кардинально отличающиеся по смыслу отношения:

$$\frac{d_t K(t)}{K(t)} = \frac{d_t I(t)}{I(t)} = \frac{d_t Y(t)}{Y(t)} = \frac{d_t C(t)}{C(t)} = \sigma_*.$$

Что же, перейдя к непрерывному времени, мы подтвердили решение ДМХ? Нет, соотношение (13) предъявляет жесточайшее требование к поведению интенсивности дохода $Y(t)$. В самом деле, капитал $K(t)$ – функция накопительного свойства, поскольку из (11) следует:

$$K(t) = \int_0^t I(\eta)\, d\eta + K_0 \quad \textbf{(17)}$$

(аналогично $S(t)$ и $Q(x)$, см. выше), тогда как интенсивность $Y(t)$ представляет значения в бесконечной совокупности точек. При этом все они сопрягаются с функцией $K(t)$ через постоянный коэффициент ν_*.

Можно дать определение рассматриваемого требования: *Капитал $K(t)$ в каждый момент времени равен доходу, поступающему ν_* лет с интенсивностью $Y(t)$ того же момента времени, причем ν_* – const. Что означает, интенсивность дохода в каждый момент времени должна составлять $Y(t) = Y_0 \exp(\sigma_* t)$, причем без малейших отклонений.*

Обеспечить реально такую стабильность невозможно. Так, доход в ночной период может быть меньше дневного, скажем, на 5%. Поскольку в году 365 дней, неизбежно возникают высокочастотные флуктуации. Причем, здесь могут с тем же успехом фигурировать не дни, а минуты. Пусть функцию $Y(t)$ возмущает флуктуация высокой частоты так, что вместо нее в (12), (13) мы имеем

$$(1 + \varepsilon \sin \omega t)^{-1} Y(t), \quad \textbf{(18)}$$

где ε – малый параметр, и возникает вопрос: как это отразится на интенсивности инвестиций, которая допускает два способа вычисления, согласно (11) и (12)?

Эффект возмущения в (12) вполне адекватен, поскольку выражение (18) всего лишь умножается на коэффициент μ, тогда как ситуация с (11) является весьма интересной. Действительно, подстановка (18) в (13) приводит к соотношению

$$(1 + \varepsilon \sin \omega t) K(t) = \nu_* Y(t), \quad \textbf{(19)}$$

а значит, возмущение интенсивности дохода (18) эквивалентно возмущению капитала (19).

Его подстановка в (11) приводит к следующему:

$$I(t) = \varepsilon \omega (\cos \omega t) K(t) + (1 + \varepsilon \sin \omega t)\, d_t K(t),$$

и большой множитель ω, очень элементарно, искажает результат до невозможности его идентификации. Можно сделать вывод о том, что модель (11) – (13) является некорректной, поскольку возмущение малой интенсивности $Y(t)$ в неадекватно сильной степени сказывается на функции $I(t)$.

Однако в правой части соотношения ДМХ (4) находится годовой доход, тогда как для получения экспоненциального роста (15) мы воспользовались (13), где $Y(t)$ – интенсивность. Может быть, данное обстоятельство позволит каким-то образом справиться с некорректностью? Соотношение (4) в непрерывном времени приобретает вид:

$$K(t)=\nu\int_{t-1}^{t}Y(\eta)\,d\eta; \qquad \mathbf{(20)}$$

дифференцируя его с использованием (11), а также разложения в ряд Тейлора:

$$Y(t-1)=Y(t)-d_tY(t)\,\Delta t_*+\frac{1}{2}d_t^2Y(t)(\Delta t_*)^2-\ldots \qquad \mathbf{(21)}$$

получаем аналог (14):

$$d_tY(t)=\sigma_*Y(t),$$

а соответственно и экспоненциальный рост (15).

При этом, конечно, использован распространенный прием сохранения в ряду (21) двух первых членов. В самом деле, казалось бы, остальные члены можно отбросить, поскольку дифференцирование $\exp(\sigma_*t)$ сопровождается умножением на малый параметр σ_* (~ 0,05 года). Но в таком случае следует признать, что соотношения (13) и (20) тождественны, поскольку обе модели дают решение (15) (с использованием (20) – приближенное), а значит

$$Y(t)=\frac{1}{\Delta t_*}\int_{t-1}^{t}Y(\eta)\,d\eta, \qquad \mathbf{(22)}$$

где, напомним, Δt_* = 1 год, и налицо противоречие.

Действительно, если функция $Y(t)$ непрерывна и монотонно возрастает, а экспонента в (15) такой является, то ее нельзя представить в виде (22). Приближенное равенство, получающееся при подстановке $Y(t)$ из (15) в (20):

$$\sigma\approx 1-e^{-\sigma}$$

является обманчивым, будучи обусловлено лишь малостью параметра σ.

Что же, следует сохранить в (21) большее количество членов и решать дифференциальное уравнение второго или высшего порядка, руководствуясь положениями общей теории [8, с. 86 – 88]? Вместе с тем, данная процедура является достаточно громоздкой, а главное – экспоненциальный рост (15) получить все равно не удастся, поскольку он является прерогативой уравнения первого порядка.

Итак, наши предшествовавшие доводы свидетельствуют об ошибочности экспоненциального роста экономики. С другой стороны, в процессе высказанной критики мы как бы исходили из предпосылки о том, что такой рост возможен, анализируя сопутствующие его реализации факторы. Однако на самом деле ситуация проще, поскольку ошибочность соотношений (13), (20) вытекает из их противоречия (11), (12), учитывая также (17), поскольку темп, с которым возрастает доход, выше, чем у капитала [9, п. 1.3].

Действительно, обращаясь к (8) в категориях интенсивностей, с использованием, естественно, упомянутых соотношений, получаем:

$$\frac{Y(t)}{\frac{1}{\nu}K_0+\int_0^t Y(\eta)\,d\eta}>\frac{I(t)}{K_0+\int_0^t I(\eta)\,d\eta}=\frac{Y(t)}{\frac{1}{\mu}K_0+\int_0^t Y(\eta)\,d\eta},$$

где $\nu>\mu$, причем значительно. В гипотетическом случае (15) данное неравенство приобретает вид:

$$\left(1-\frac{1-\sigma}{e^{\sigma_* t}}\right)^{-1}>1$$

(следует учесть, что $0<\mu<1$; интервал времени t предполагается конечным).

Перейдем к конструктивной части нашего изложения, которая представляется весьма прозрачной. На основании приведенных выше соображений можно сделать вывод о том, что безупречные соотношения (11), (12) необходимо дополнить сопряжением капитала $K(t)$ с функцией также накопительного свойства (по типу (17)), удовлетворив начальные условия. Иначе говоря, подразумеваем «конструкцию» вида:

$$K(t)\sim\int_0^t Y(\eta)\,d\eta;\ K_0=\nu_*Y_0$$

(см. также (16)).

В этой связи очень естественно вырисовалась функция Стеклова

$$K(t)=\frac{\nu_*}{t}\int_0^t Y(\eta)\,d\eta \qquad \mathbf{(23)}$$

[10, с. 38], так как по правилу Лопиталя

$$K(0)=K_0=\nu_*\lim_{t\to 0}\frac{d_t\int_0^t Y(\eta)\,d\eta}{d_tt}=\nu_*Y(0)=\nu_*Y_0,$$

что, в частности, показывает – непрерывный анализ здесь – безальтернативен. Обратим внимание, интеграл в (23) сглаживает различного рода флуктуации, кардинально отличаясь от некорректного соотношения (13), см. выше.

В развитие (23) мы можем (хотя, пожалуй, здесь лучше сказать – должны) использовать представление функции $K(t)$ общего вида, ведущее себя, когда $t\to 0$, аналогично:

$$K(t)=\frac{\nu_*}{f(t)}\int_0^t Y(\eta)\,d\eta,\ f(0)=0;\ d_tf(0)=1, \qquad \mathbf{(24)}$$

вследствие чего появляются весьма интересные возможности (см. ниже). Мы назвали (24) *f*-функцией Стеклова. В частности, подходит

$$f(t)=t+\sum_{n=2}^{N}a_nt^n, \qquad \mathbf{(25)}$$

где a_n – постоянные коэффициенты.

Совокупность соотношений (11), (12) и (24) представляет собой корректную модель Харрода (КМХ) с *f*-функцией Стеклова:

$$\begin{gathered} Y(t) = C(t) + I(t);\ I(t) = \mu Y(t); \\ d_t K(t) = I(t);\ K(t) = \frac{\nu_*}{f(t)} \int_0^t Y(\eta)\, d\eta; \end{gathered} \tag{26}$$

очевиден переход к (23), а именно: $f(t) = t$. Заметим, что в случае использования (23) поведению рассматриваемой системы, вообще говоря, могут навязываться дополнительные ограничения.

Задачи Коши для функции Стеклова:

$$d_t K(t) - \frac{\sigma_*}{1-\sigma_* t} K(t) = 0,\ K(0) = K_0;$$

$$d_t I(t) - \frac{2\sigma_*}{1-\sigma_* t} I(t) = 0,\ I(0) = \sigma_* K_0;\ Y(t) = \frac{1}{\mu} I(t);$$

в отличие от (14), здесь переменные коэффициенты, их решения [11]:

$$K(t) = \frac{K_0}{1-\sigma_* t};\ I(t) = \frac{I_0}{(1-\sigma_* t)^2};\ Y(t) = \frac{Y_0}{(1-\sigma_* t)^2}, \tag{27}$$

где K_0, I_0 и Y_0 имеют вид (16). Таким образом, в отличие от экспоненты, это зависимости принципиально другого типа, а именно – гиперболические. Кстати, их можно получить путем подстановок, минуя дифференциальные уравнения.

Годовой доход растет быстрее капитала, поскольку

$$\frac{K(t+1)}{\int_t^{t+1} Y(\eta)\, d\eta} = \nu(1-\sigma_* t);$$

очевидно, как и в (27), $t = \sigma_*^{-1}$ представляет собой особую точку.

По формулам соответственно (17) и (23) в тот же критический момент времени $t = \sigma_*^{-1}$ получаем

$$K(\sigma_*^{-1}) = K_0 + \int_0^{\sigma_*^{-1}} I(\eta)\, d\eta;\ K(\sigma_*^{-1}) = \int_0^{\sigma_*^{-1}} I(\eta)\, d\eta,$$

а значит, для тождественности этих выражений начальный (можно сказать,– устаревший) капитал K_0 должен быть предварительно каким-то образом обращен в нуль, или же он, образно выражаясь, обрушивается на экономику (*рис. 3* (здесь видятся и другие сценарии)). Одновременно, также и знаменатели выражений (27) обращаются в нуль, возникает неопределенность типа 0/0, наглядно олицетворяющая экономический кризис.

Сопоставление со статистикой экономических кризисов США, в привязке к параметру σ_*, дает удовлетворительный результат: 20-летние периоды роста (без учета продолжительности спадов), которые нарушали лишь мировые энергетические кризисы (*табл. 1*).

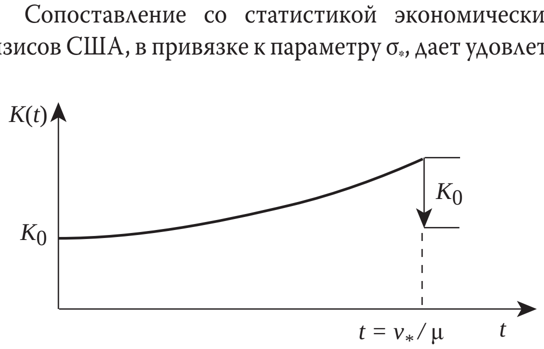

Рис. 3. Обесценивание начального капитала

Решение для КМХ (26) с *f*-функцией Стеклова, структура которого, что следует отметить, в значительной мере аналогична (27):

$$\begin{gathered} K(t) = \frac{K_0}{1-\sigma_* f(t)};\ I(t) = \frac{I_0 d_t f(t)}{\left[1-\sigma_* f(t)\right]^2}; \\ Y(t) = \frac{Y_0 d_t f(t)}{\left[1-\sigma_* f(t)\right]^2}, \end{gathered} \tag{28}$$

очевидно, на этапах экономического роста производная $d_t f(t) > 0$; критичности соответствует $f(t) = \sigma_*^{-1}$.

Очень важный момент заключается в том, что функция $f(t)$ из КМХ (26) идеально приспособлена для мониторинга экономической ситуации. Действительно, используя (24), получаем

$$f(t) = \frac{1}{\sigma_*}\left[1 - \frac{K_0}{K(t)}\right],$$

причем динамика капитала K_0 хорошо поддается измерению. На основании полученных результатов может быть построена аппроксимация в виде ряда (25). После этого о приближении кризиса можно судить по близости к нулю знаменателей в выражениях (28), предпринимая различного рода демпфирующие мероприятия.

Мы сформулировали закон макроэкономической динамики: *периоды экономического роста неизбежно сменяются кризисами, наступление которых, однако, поддается расчетно-экспериментальной оценке, вследствие чего негативные проявления допускают минимизацию* [9, п. 2.2].

Важно отметить, что если в (24) функция

$$f(t) = \frac{1}{\sigma_*}(1 - e^{-\sigma_* t}),$$

то получаем вырождение в (13) и соответственно экспоненциальный рост, который практически не реализуется, вследствие своей неустойчивости, о чем говорилось выше. Однако здесь возникают интересные вопросы, касающиеся механизмов перехода к гиперболической траектории роста. По Харроду [1] это, вроде бы, квазистатический процесс постепенного расхождения траекторий. Но, может быть, происходит перескок, или даже какая-то близость к экспоненте является невозможной? В пользу последней версии свидетельствует резко отличающийся характер $f(t)$ для экспоненты и функции Стеклова (23), у которой $f = t$.

КМХ, без существенных усилий, допускает обобщения. Рассматривались, в частности, случаи, когда в (26) коэффициент $\mu = \mu(t)$; амортизация капитала учитывается как $(1 - \alpha t)K(t)$, где *const* $\alpha > 0$; присутствует кумулятивный эффект поступления инвестиций, а именно:

$$K(t) = K_0 + \int_0^t (1 + \rho\eta) I(\eta)\, d\eta,\ \rho > 0;$$

имеет место запаздывание вида

$$K(t+T)=K_0+\int_0^t I(\eta)\,d\eta;$$

наряду с чем приведена к корректной постановке известная модель Филлипса [12, с. 81 – 83], в которой, также присутствует недоброкачественная компонента (4).

Баланс экономической системы, состоящей из *n* участников, можно представить следующим образом:

$$x_i(t)=\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(t)x_j(t)+c_i(t),\ i=1,\ 2,\ ...,\ n, \qquad \mathbf{(29)}$$

где $x_i(t)$ – стоимость продукции *i*-го участника, долл.; $a_{ii}(t)$ – часть стоимости продукции *i*-го участника, составляющая его доход; $a_{ij}(t)$ – часть стоимости продукции *j*-го участника, которую потребил *i*-й участник; $c_i(t)$ – стоимость труда *i*-го участника и закупок вне системы, долл.

Конечно, очень интересным является обращение соотношений (29) в дифференциальную форму, поскольку появляется потенциал прогнозирования. Рассматривая соотношение

$$I-[Y-C(i,\ Y)-\alpha]=0 \qquad \mathbf{(30)}$$

в категориях предметной области (не говорим о размерности), П. Самуэльсон поступает просто, «а теперь заменим его динамическим» [4, с. 279 – 281]:

$$I-[Y-C(i,\ Y)-\alpha]=d_tY,$$

то есть, без видимых действий, в правой части (30) вместо нуля появилась производная d_tY.

Как это понять? Нам представляется, лишь в следующей трактовке. К упомянутому нулю прибавляется предполагающаяся малой функция вида

$$\varepsilon(t)=Y(t+1)-Y(t), \qquad \mathbf{(31)}$$

после чего используется разложение Тейлора с сохранением двух членов:

$$Y(t+1)=Y(t)+d_tY(t)\times 1,$$

однако за этим кроется грубейшего вида нарушение корректности по Адамару. В самом деле, возмущение (31) кардинально преобразило облик исходного соотношения (30) в его смысловом содержании.

Как оказалось, КМХ может выступить в качестве инструмента обращения алгебраической системы (29) в дифференциальную форму (за счет присутствия d_tK). Для этого следует произвести преломление ключевых соотношений (26) к каждому из *n* участников:

$$I_i(t)=\mu_iY_i(t);\ d_tK_i(t)=I_i(t);\ K_i(t)=\frac{\nu_{*i}}{f_i(t)}\int_0^t Y_i(t)\,d\eta$$

и в привязке к (29) выполнить переименования:

$$Y_i(t)=d_tx_i(t)$$

– интенсивность дохода *i*-го участника, долл./ед. времени;

$$C_i(t)=d_ta_{ii}(t)x_i(t)+a_{ii}(t)d_tx_i(t);$$

– интенсивность потребления *i*-го участника, долл./ ед. времени;

$$I_i(t)=\sum_{j=1,\ j\neq i}^{n} d_ta_{ij}(t)x_j(t)+a_{ij}(t)d_tx_j(t)+d_tc_i(t);$$

– интенсивность инвестиций -го участника, долл./ ед. времени [9, п. 3.3].

Таблица 1

Экономические кризисы США XX – начала XXI веков (f = t)

Год	Тест на $\sigma_*^{-1}=\nu_*/\mu=\pm 20\pm r$	Примечание
1907	20 лет до 1929 г. + 2 года на продолжительность спада и влияние мелких кризисов 1914, 1920 – 1922 гг., *r* ~ 1	Обвал Нью-Йоркского фондового рынка с переходом кризиса в мировой
1914	*Возник не в США*. Экономику США затронул в целом незначительно	Мировой кризис, в преддверие начала Первой мировой войны
1920 – 1922	*Возник не в США*. Экономику США затронул в целом незначительно	Мировой кризис, связанный с повышением покупательной способности национальных валют в послевоенный период
1929	20 лет от 1909 г., *r* ~ 0. 20 лет до 1957 г. + 8 лет спада (1929 – 1937 гг.), *r* ~ 0	Начало Великой депрессии в США (фаза спада 1929 – 1933 гг.) с переходом кризиса в мировой. Рост экономики США начался с 1937 г.
1957	20 лет от 1937 г., *r* ~ 0. Продолжительность спада – 9 месяцев	Возник в экономике США, после 20 лет практически непрерывного роста, и вскоре стал мировым
1973	*Возник не в США*. Экономику США затронул существенно	1-й мировой энергетический кризис, вначале охвативший страны Европы
1980 – 1982	*Возник не в США*. Экономику США затронул не так сильно, как предыдущий, имелся интервал промежуточного роста	2-й мировой энергетический кризис, вначале охвативший страны Европы
1987	20 лет до кризиса 2007 г., продолжительность незначительная, *r* ~ 0. 30 лет от кризиса 1957 г. (20 лет + влияние кризисов 1973, 1980 – 1982 гг.), *r* ~ 9.	Обвал фондового рынка США, распространившийся на Канаду Гонконг и другие страны
2007	20 лет от кризиса 1987 г., *r* ~ 0.	Обвал ипотечного рынка США, приведший к мировому кризису

На примере всего лишь двух участников в (29) продемонстрируем фактор нелинейности:

$$\mu_1(t) = \frac{1}{d_t x_1(t)}[d_t a_{12}(t) x_2(t) +$$
$$+ a_{12}(t) d_t x_2(t) + d_t c_1(t)];$$
$$\mu_2(t) = \frac{1}{d_t x_2(t)}[d_t a_{21}(t) x_1(t) +$$
$$+ a_{21}(t) d_t x_1(t) + d_t c_2(t)],$$

обусловленный исключительно тем, что рассматривается не один субъект, пусть даже национального уровня, а система.

В свете изложенного представляют интерес соображения авторов [13, с. 165], которые отражают сформировавшиеся в среде специалистов воззрения: «Как нам кажется, главная проблема заключается в том, что еще не открыты принципы математического описания процессов с участием людей; принципы, подобные разработанным в физике. Поэтому нет таких математических моделей общественных процессов, которые могли бы сравниться с моделями физических процессов по внутреннему совершенству и практической надежности».

Выводы. По нашему мнению, принципы математического моделирования в социально-экономической сфере могут быть сформулированы следующим образом (из заключения [9]):

- это «арена» для систем дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами, в общем случае – нелинейных;
- параметры модели изменяются во времени вследствие как внешних воздействий, так и процессов внутри системы;
- внутренние процессы порождают нелинейность, объективно присущую экономической системе, какой бы простой ни была ее структура;
- прогнозирование на сколько-нибудь длительную перспективу – нереально, могут лишь «проигрываться» сценарии развития событий;
- вычислительный эксперимент и мониторинг по уточнению параметров модели должны вестись непрерывно, дополняя друг друга;
- за основу целесообразно принять линейную модель, избавляясь от фактора нелинейности путем мониторинга, что не исключает углубленных исследований;
- модель должна охватывать интервал «прошлого» времени для учета «памяти» системы, а также доказательства своей достоверности;
- базисом модели являются соотношения стоимостного баланса участников, которым объективно выгодна информационная открытость внутри системы;
- универсальный инструмент превращения баланса в задачу Коши олицетворяет КМХ, к которой адаптируется каждый из участников. ■

ЛИТЕРАТУРА

1. **Харрод Р.** К теории экономической динамики. Новые выводы экономической теории и их применение в экономической политике / Р. Харрод // Классики Кейнсианства. – М. : Экономика, 1997. – Т. 1. – С. 39 – 194.

2. **Тинбэрхэн Я.** Математические модели экономического роста / Я. Тинбэрхэн, Х. Бос. – М. : Прогресс, 1967. – 175 с.

3. **Кендрик Дж.** Совокупный капитал США и его формирование / Дж. Кендрик. – М. : Прогресс, 1978. – 275 с.

4. **Самуэльсон П. А.** Основания экономического анализа / П. А. Самуэльсон. – С.-Пб. : Экономическая школа, 2002. – 604 с.

5. **Дирак П. А. М.** Физическая интерпретация квантовой динамики / П. А. М. Дирак // К созданию квантовой теории поля: Основные статьи 1925 – 1958 годов. – М. : Наука, 1990. – С. 60 – 84.

6. **Кеч В.** Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике / В. Кеч, П. Теодореску. – М. : Мир, 1978. – 518 с.

7. **Канторович Л. В.** Оптимальные решения в экономике / Л. В. Канторович, А. Б. Горстко. – М. : Наука, 1972. – 229 с.

8. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М. : Наука, 1976. – 576 с.

9. **Чернышов С.** Скрытые закономерности финансовых потоков: системный подход в аспектах идентификации и регулирования / С. Чернышов, Е. Перчик [Электронный ресурс]. – Режим доступа : www.ttr.com.ua

10. **Владимиров В. С.** Владимир Андреевич Стеклов – ученый и организатор науки / В. С. Владимиров, И. И. Маркуш. – М. : Наука, 1981. – 95 с.

11. **Чернышов С. И.** Проблема моделирования в экономической динамике / С. И. Чернышов, А. В. Воронин, С. А. Разумовский [Электронный ресурс]. – Режим доступа : www.ttr.com.ua

12. **Бергстром А.** Построение и применение экономических моделей / А. Бергстром. – М. : Прогресс, 1970. – 176 с.

13. **Краснощеков П. С.** Принципы построения моделей / П. С. Краснощеков, А. А. Петров. – М. : Изд-во Московск. ун-та, 1983. – 264 с.

REFERENCES

Bergstrom, A. *Postroenie i primenenie ekonomicheskikh modeley* [Construction and application of economic models]. Moscow: Progress, 1970.

Chernyshov, S., and Perchik, E. “Skrytye zakonomernosti finansovykh potokov: sistemnyy podkhod v aspektakh identifikatsii i regulirovaniia” [Hidden patterns of financial flows: a systematic approach to the identification and management aspects]. www.ttr.com.ua

Chernyshov, S. I., Voronin, A. V., and Razumovskiy, S. A. “Problema modelirovaniia v ekonomicheskoy dinamike” [The problem of modeling in economic dynamics]. www.ttr.com.ua

Dirak, P. A. M. “Fizicheskaia interpretatsiia kvantovoy dinamiki” [Physical interpretation of quantum dynamics]. In *K sozdaniiu kvantovoy teorii polia: Osnovnye stati 1925 – 1958 godov*, 60-84. Moscow: Nauka, 1990.

Kech, V., and Teodoresku, P. *Vvedenie v teoriiu obobshchennykh funktsiy s prilozheniiami v tekhnike* [Introduction to the theory of generalized functions with applications in engineering]. Moscow: Mir, 1978.

Kantorovich, L. V., and Gorstko, A. B. *Optimalnye resheniia v ekonomike* [Optimal solutions in the economy]. Moscow: Nauka, 1972.

Kamke, E. *Spravochnik po obyknovennym differentsialnym uravneniiam* [Handbook of Differential Equations]. Moscow: Nauka, 1976.

Kendrik, Dzh. *Sovokupnyy kapital SShA i ego formirovanie* [Aggregate capital of the United States and its formation]. Moscow: Progress, 1978.

Kharrod, R. *K teorii ekonomicheskoy dinamiki. Novye vyvody ekonomicheskoy teorii i ikh primenenie v ekonomicheskoy politike* [On the theory of economic dynamics. New findings of economic theory and their application to economic policy]. Moscow: Ekonomika, 1997.

Krasnoshchekov, P. S., and Petrov, A. A. *Printsipy postroeniia modeley* [Principles of construction of models]. Moscow: MGU, 1983.

Samuelson, P. A. *Osnovaniia ekonomicheskogo analiza* [Foundation of economic analysis]. St. Petersburg: Ekonomicheskaia shkola, 2002.

Tinberkhen, Ya., and Bos, Kh. *Matematicheskie modeli ekonomicheskogo rosta* [Mathematical models of economic growth]. Moscow: Progress, 1967.

Vladimirov, V. S., and Markush, I. I. *Vladimir Andreevich Steklov – uchenyy i organizator nauki* [Vladimir Andreevich Steklov – scientist and science]. Moscow: Nauka, 1981.

УДК 005.32:331.108.43

ДИАГНОСТИКА КОНВЕРГЕНТНО-ДИВЕРГЕНТНЫХ ПРОЦЕССОВ В РЕГИОНАЛЬНОЙ НАЛОГОВО-БЮДЖЕТНОЙ ПОЛИТИКЕ

БОБКОВА А. Ю.

УДК 005.32:331.108.43

Бобкова А. Ю. Диагностика конвергентно-дивергентных процессов в региональной налогово-бюджетной политике

В статье приведен анализ неравномерности распределения налоговых ресурсов среди городов и районов Харьковской области по доходной и расходной части бюджета на основании теории конвергенции. В качестве инструментария исследования использованы индикаторы σ-конвергенции и модели β-конвергенции, подробно рассмотрено теоретическое обоснование приведенных индикаторов. Предложенный инструментарий апробирован на основе показателей налоговой нагрузки на наемных работников, а также расходов местных бюджетов на душу населения районов и городов Харьковской области. Выявлено существующую в Харьковской области дивергентную тенденцию, которая характеризует наличие существенной неравномерности в развитии территорий по показателю налоговой нагрузки, в то время как расходы бюджетов на душу населения близки по значениям, что характеризует существование конвергентных тенденций в процессе развития территорий.

Ключевые слова: *налоговая нагрузка, расходы местных бюджетов, дифференциация, конвергенция/дивергенция.*

Рис.: *2.* ***Табл.:*** *5.* ***Формул:*** *7.* ***Библ.:*** *9.*

Бобкова Александра Юрьевна *– преподаватель, кафедра статистики и экономического прогнозирования, Харьковский национальный экономический университет (пр. Ленина, 9а, Харьков, 61166, Украина)*

УДК 005.32:331.108.43

Бобкова О. Ю. Діагностика конвергентно-дивергентних процесів у регіональній податково-бюджетній політиці

У статті наведено аналіз нерівномірності розподілу податкових ресурсів серед міст і районів Харківської області по прибутковій та витратній частині бюджету на підставі теорії конвергенції. Як інструментарій дослідження використано індикатори σ-конвергенції та моделі β-конвергенції, детально розглянуто теоретичне обґрунтування наведених індикаторів. Запропонований інструментарій апробований на підставі показників податкового навантаження на найманих працівників, а також витрат місцевих бюджетів на душу населення районів і міст Харківської області. Виявлено існуючу в Харківській області дивергентну тенденцію, яка характеризує наявність істотної нерівномірності в розвитку територій за показником податкового навантаження, тоді як витрати бюджетів на душу населення близькі за значеннями, що характеризує існування конвергентних тенденцій у процесі розвитку територій.

Ключові слова: *податкове навантаження, видатки місцевих бюджетів, диференціація, конвергенція/дивергенція*

Рис.: *2.* ***Табл.:*** *5.* ***Формул:*** *7.* ***Бібл.:*** *9.*

Бобкова Олександра Юріївна *– викладач, кафедра статистики та економічного прогнозування, Харківський національний економічний університет (пр. Леніна, 9а, Харків, 61166, Україна)*

UDC 005.32:331.108.43

Bobkova O. Yu. Diagnostics of Convergent-Divergent Processes in the Regional Fiscal Policy

The article conducts analysis of irregularity of distribution of tax resources among towns and districts of the Kharkiv oblast with respect to the income and expenditure sides of the budget on the basis of the convergence theory. Indicators of σ-convergence and models of β-convergence are used as the instruments of the study and theoretical substantiation of the given indicators are considered in detail. The proposed instruments is approved on the basis of indicators of the tax load on hired employees and also expenditures of local budgets per capita in districts and towns of the Kharkiv oblast. The article reveals the divergent tendency in the Kharkiv oblast, characterised with availability of significant irregularity in development of territories by the tax load indicator, while per capita expenditures of the budgets are close in values, which characterises existence of convergent tendencies in the process of development of territories.

Key words: *tax load, local budget spendings, differentiation, convergence, divergence.*

Pic.: *2.* ***Tabl.:*** *5.* ***Formulae:*** *7.* ***Bibl.:*** *9.*

Bobkova Olexandra Yu.*– Lecturer, Department of Statistics and Economic Forecasting, Kharkiv National University of Economics (pr. Lenina, 9a, Kharkiv, 61166, Ukraine)*

Важность и актуальность управления диспропорциями в региональном развитии обусловлены тем, что они провоцируют возникновение и нарастание разногласий в согласовании экономических интересов как между регионами, так и между центром и регионами. Одним из механизмов устранения неравномерности развития территорий является бюджетная политика, которая должна развиваться в русле компромисса и согласования интересов всех участников воспроизведенного процесса страны.

Налогово-бюджетные рычаги имеют существенное влияние на экономическое развитие территорий любого государства, поэтому важно проанализировать эффективность их использования в рамках государственной политики регулирования региональных диспропорций, а также выявить, насколько перераспределение налоговых ресурсов оказывает позитивное влияние на уменьшение общего уровня дифференциации доходной части региональных бюджетов.