

4. Теория статистики с основами теории вероятностей / Под ред. И. И. Елисеевой. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 446 с.
5. **Ширяев А. Н.** Вероятностно-статистические модели эволюции финансовых индексов / А. Н. Ширяев // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 1995. – Т. 2. – Вып. 4. – С. 527 – 555.
6. Решение экономических задач на компьютере / [А. В. Каплан, В. Е. Каплан, М. В. Мащенко, Е. В. Овечкина]. – М. : ДМК Пресс, 2008. – 600 с.
7. **Найман Э.** Расчёт показателя Херста с целью выявления трендовости (персистентности) финансовых рынков и макроэкономических индикаторов / Э. Найман // Экономист. – 2009. – № 10. – С. 25 – 29.
8. **Дубницький В. Ю.** Прогнозування індикаторів фондового ринку з урахуванням фрактальних властивостей часового ряду спостережень / В. Ю. Дубницький, І. В. Шкодінна // Бизнес Информ. – 2012. – № 3. – С. 187 – 190.
9. **Кобзарь А. И.** Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.
10. **Рэй Кристина И.** Рынок облигаций. Торговля и управление рисками / И. Рэй Кристина. – М. : ДЕЛО, 1999. – 600 с.
11. **Вадзинский Р. Н.** Справочник по вероятностным распределениям / Р. Н. Вадзинский. – СПб. : Наука, 2001. – 295 с.

REFERENCES

Dubnytskyi, V. Yu., and Shkodina, I. V. "Prohnozuvannia indyktoriv fondovoho rynku z urakhuvanniam fraktalnykh vlastyvostei chasovoho riadu sposterezhen" [Forecasting stock

market indicators based on fractal properties of time series observations]. *Biznes Inform*, no. 3 (2012): 187-190.

Kaplan, A. V., Kaplan, V. E., and Mashchenko, M. V. *Reshenie ekonomicheskikh zadach na kompiutere* [The solution of economic problems on a computer]. Moscow: DMK Press, 2008.

Kobzar, A. I. *Prikladnaia matematicheskaia statistika* [Applied Mathematical Statistics]. Moscow: FIZMATLIT, 2006.

Bachelier, L. *Theory of Speculation* (Translation of 1900 French edn), in: P.H. Cootner (Ed.), *The Random Character of Stock Market Prices*, The MIT Press, Cambridge, 1964, pp. 17-78.

Wiener, N. *Differential-space*, *J. Math. Phys. Math. Inst. Technol.* 2 (1923) 131-174.

Naiman, E. "Raschët pokazatelia Khersta s tseliu vyavleniya trendovosti (persystentnosti) fyansovykh rynkov y makroekonomycheskykh yndykatorov" [The calculation of the Hurst exponent to identify trendiness (persistence) of the financial markets and the macroeconomic indicators]. *Ekonomist*, no. 10 (2009): 25-29.

Rey Kristina, I. *Rynok obligatsiy. Torgovlia i upravlenie riskami* [The bond market. Trading and risk management]. Moscow: DELO, 1999.

Shiriaev, A. N. *Osnovy stokhasticheskoy finansovoy matematiki* [Essentials of Stochastic Finance]. Moscow: FAZIS, 1998.

Shiriaev, A. N. "Veroiatnostno-statisticheskie modeli evolutsii finansovykh indeksov." [Probabilistic and statistical models of the evolution of financial indices]. *Obozrenie prikladnoy i promyshlennoy matematiki*, vol. 2, no. 4 (1995): 527-555.

Teoriia statistiki s osnovami teorii veroiatnostey [Theory of Statistics with the basics of probability theory]. Moscow: YUNITI-DANA, 2001.

Vadzinskiy, R. N. *Spravochnik po veroiatnostnym raspredeleniyam* [Handbook of probability distributions]. St. Petersburg: Nauka, 2001.

УДК 330.101.52:336.76

МОДЕЛЮВАННЯ ДОХОДНОСТЕЙ ФОНДОВИХ ІНДЕКСІВ МЕТОДАМИ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗУ

КРАВЕЦЬ Т. В.

УДК 330.101.52:336.76

Кравець Т. В. Моделювання доходностей фондових індексів методами вейвлет-аналізу

У статті розглядаються характерні особливості європейських фондових індексів та проводиться їх порівняльний аналіз. Мета дослідження полягає в локалізації та опису кризових ефектів за часом і масштабом у динаміці індексів за допомогою вейвлет-перетворення. Такий підхід дозволяє виявити кластери фондових індексів і вивчити їх загальні та індивідуальні особливості. Для прогнозування динаміки індексів використовується комбінування методів вейвлет-перетворення, нейронних мереж і SSA.

Ключові слова: економічна криза, доходності фондових індексів, дискретне вейвлет-перетворення, нейронні мережі, SSA-метод.

Рис.: 5. **Формул:** 1. **Бібл.:** 11.

Кравець Тетяна Вікторівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики, Київський національний університет ім. Т. Шевченка (вул. Володимирська, 60, Київ, 01601, Україна)

E-mail: tankravets@univ.kiev.ua

УДК 330.101.52:336.76

Кравець Т. В. Моделирование доходностей фондовых индексов методами вейвлет-анализа

В статье рассматриваются характерные особенности европейских фондовых индексов, и проводится их сравнительный анализ. Цель исследования заключается в локализации и описания кризисных эффектов по времени и масштабу в динамике индексов с помощью вейвлет-преобразования. Такой подход позволяет выявлять кластеры фондовых индексов и изучить их общие и индивидуальные особенности. Для прогнозирования динамики индексов используется комбинирование методов вейвлет-преобразования, нейронных сетей и SSA.

Ключевые слова: экономический кризис, доходности фондовых индексов, дискретное вейвлет-преобразование, нейронные сети, SSA-метод.

Рис.: 5. **Формул:** 1. **Библ.:** 11.

Кравец Татьяна Викторовна – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры экономической кибернетики, Киевский национальный университет им. Т. Шевченко (ул. Владимирская, 60, Киев, 01601, Украина)

E-mail: tankravets@univ.kiev.ua

UDC 330.101.52:336.76

Kravets T. V. Modelling Profitabilities of Stock Indices Using Methods of Wavelet Analysis

The article considers specific features of European stock indices and conducts their comparative analysis. The goal of the study lies in localisation and description of crisis effects by time and scale in the dynamics of indices with the help of the wavelet transformation. This approach allows revelation of clusters of stock indices and study of their common and individual specific features. Combination of the wavelet-transformation, neural networks and SSA methods is used for forecasting dynamics of indices.

Key words: economic crisis, profitabilities of stock indices, discrete wavelet transformation, neural networks, SSA-method.

Pic.: 5. **Formulae:** 1. **Bibl.:** 11.

Kravets Tatiana V. – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Economic Cybernetics, Kyiv National University named after T. Shevchenko (vul. Volodymyrska, 60, Kyiv, 01601, Ukraine)

E-mail: tankravets@univ.kiev.ua

Широко відомо, що глобальний характер світових криз має певні локальні особливості на рівні окремих національних економік. Дослідження цих особливостей дозволяє оцінити стійкість економічних систем до екзогенних шоків і здатність швидкого відновлення після виходу з кризи. Віддзеркаленням системних проблем економік є поведінка фондових ринків, яка виражається в суттєвій нелінійності та нестационарності динамічних рядів фондових індексів [1]. Ефективне моделювання таких часових рядів передбачає застосування сучасних методів нелінійної динаміки, у тому числі й техніку вейвлет-перетворення сигналів складної структури. Вейвлетні функції представляють собою локалізовані в часі компактні хвилі, коефіцієнти розвинення за якими зберігають інформацію про дрейф параметрів апроксимованої функції.

Методи вейвлет-аналізу застосовувалися при дослідженні макроекономічних показників і найбільш ліквідних індексів фінансових ринків в роботах [2 – 8]. Досліджувалися взаємозв'язок між фондовими ринками та економічною активністю, між індексом Dow Jones та індексом промислового виробництва США, вивчалися волатильності портфелів акцій з використанням вейвлет-технологій.

Метою статті є аналіз фондових ринків розвинених країн і країн, що розвиваються, заснований на декомпозиції часових рядів фондових індексів з метою локалізації та опису кризових явищ за часом і масштабами, прогнозування дохідностей фондових індексів за допомогою комплексного використання методів вейвлет-декомпозиції, нейронних мереж та методу SSA.

Вейвлет-аналіз широко використовується в обробці сигналів, для розкладення часового ряду на серію ієрархічних «апроксимацій» і «деталей» (багаточастотний аналіз), а також для розкладення варіації (енергії) сигналу по частотах [8, 9].

Розвинення функції у вейвлетні ряди на масштабі у спрощеному варіанті має вигляд:

$$f(t) = \sum_k \lambda_i(k) \varphi_{i,k}(t) + \sum_{k=j=i}^{\infty} \gamma_j(k) \psi_{j,k}(t), \quad (1)$$

де $\lambda_i(k)$ – коефіцієнти апроксимації, $\varphi_{i,k}(t)$ – функції масштабування, $\gamma_j(k)$ – коефіцієнти деталізації, $\psi_{j,k}(t)$ – вейвлетні функції. Перша сума в (1) містить усереднені (з ваговими функціями $\varphi_{i,k}(t)$) значення функції $f(t)$ по інтервалах $[k \cdot 2^{-i}, (k+1) \cdot 2^{-i}]$, друга – значення флуктуацій на інтервалах $[k \cdot 2^{-j}, (k+1) \cdot 2^{-j}]$, $j \geq i$. Отже, перша сума у виразі (1) дає згладжені середні значення функції на $f(t)$ -му рівні масштабування, друга сума додає до вибраної апроксимації сигналу все більш дрібні деталі на все менших масштабних інтервалах.

Для прогнозу в роботі було використано методи нейронних мереж та SSA-метод. При побудові нейронних мереж зазвичай робиться ряд припущень і значних спрощень, які демонструють властивості навчання на основі досвіду; узагальнення; добування значущих даних із надлишкової інформації. Нейронні мережі можуть змінювати свою поведінку залежно від стану оточуючого їх середовища. Після аналізу вхідних сигналів вони самоналаштовуються та навчаються, щоб забезпечити

правильну реакцію. Навчена мережа може бути стійкою до деяких відхилень вхідних даних, що дозволяє їй правильно розпізнати образ, який містить різні перешкоди та викривлення [9].

Базовий варіант методу SSA полягає у перетворенні одновимірного часового ряду у багатовимірний за допомогою однопараметричної процедури зсуву та дослідженню отриманої багатовимірної процедури за допомогою метода головних компонент (сингулярного розкладу) і відновлення (апроксимації) ряду по вибраних головних компонентах. Таким чином, результатом застосування методу є розклад часового ряду на прості компоненти: повільні тренди, сезонні та інші періодичні або коливальні складові, а також компоненти шуму [10]. Отриманий розклад може служити основою для прогнозування як самого часового ряду, так і його окремих складових.

Дослідження проводилося на основі аналізу нестационарних часових рядів логарифмічних дохідностей індексів української (UX), російської (PTC), польської (WIG20), німецької (DAX30), англійської (FTSE100), французької (CAC40) фондових бірж за період з 08/01/2007 по 31/06/2012 (для індексу UX, що виник лише у 2008 р., дані за 2007 р. замінені нулями) [11]. Дохідності індексів розраховувалися за цінами закриття. Експериментальним шляхом для кожного фондового індексу були визначені вейвлети, які найкраще виявляють фазові переходи досліджуваних систем.

При проведенні дослідження європейські індекси було згруповано у два кластери залежно від амплітуди коливаних і характерних особливостей одержаних складових вейвлетних декомпозицій. До першого кластера входять індекси DAX30, FTSE100, CAC40 та WIG20. На рис. 1 представлені компоненти сигналів, відновлених по коефіцієнтах апроксимації за результатами розкладу дохідностей індексів DAX30, FTSE100, CAC40 з використанням вейвлету DB1 (Daubechies).

При цьому спостерігається зона незначної нестационарності вказаних індексів наприкінці 2007 р., за якою слідує різкий спад дохідностей в середині 2008 р. Починаючи з кінця 2008 р., динаміка зазначених індексів також залишається дуже схожою, однак індекси DAX30 і FTSE100 мають більш схожі тенденції.

Зазначені закономірності можна пояснити локальними особливостями вищевказаних індексів. Індекс FTSE100 має більш інтернаціональний характер у порівнянні з DAX30. Тому FTSE100 перевищує DAX при слабкому фунті стерлінгів, спадаючих відсоткових ставках, слабкому рівні економічного зростання та спаду на світових фондових ринках. Загальновідомо, що індексу DAX властива більша волатильність аніж FTSE100. Окрім цього, індекси повторюють тенденції один одного з деякими незначними часовими лагами, однак така особливість слабо прослідковується при аналізі дохідностей. Зазвичай DAX є більш циклічним, аніж FTSE100, оскільки його динаміка сильно залежить від німецьких експортерів і політики Європейського банку. Індекс CAC40 вважається одним з найбільш інтернаціональних європейських фондових індексів.

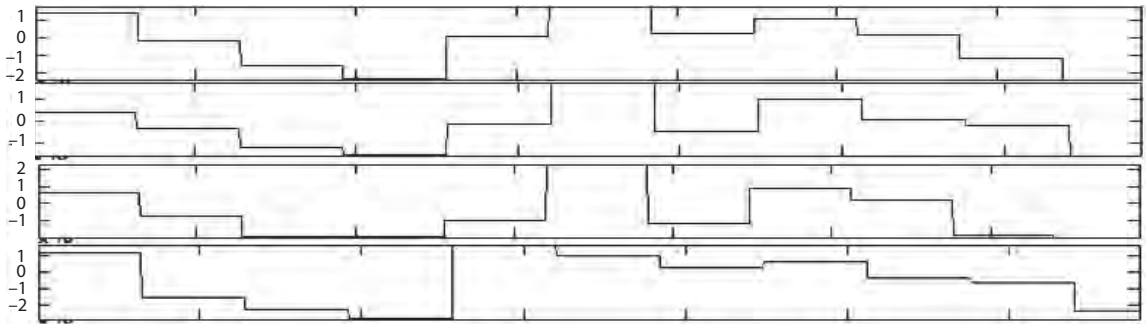


Рис. 1. Графіки трендів дохідностей індексів DAX30, FTSE100, CAC40, WIG20, відновлених по коефіцієнтах апроксимації на 7-му рівні декомпозиції

Індекс CAC40 включає в себе 40 найбільших за капіталізацією компаній, що знаходяться у лістингу EuronextParis. Однак, не дивлячись на те, до індексної корзини входять майже виключно французькі компанії, близько 45% акцій, включених до лістингу, належать іноземним інвесторам. Така інвестиційна привабливість обумовлюється тим, що більш ніж 2/3 свого бізнесу французькі компанії ведуть за кордоном. Тому індекс CAC40 по праву вважається найбільш інтернаціональним європейським індексом. Такий високий рівень залежності від успішності діяльності ТНК пояснює певну відмінність динаміки дохідностей французького індексу від лондонського та німецького у зазначений вище період кризи та відновлення економіки.

До другого кластера входять український UX та російський PTS. Польський індекс WIG20 доданий до другого кластера для порівняння протікання кризових явищ в Україні та Росії з країнами ЄС. Вибір саме WIG20 у якості об'єкта порівняння обумовлений більшою схожістю економіки саме Польщі з економікою пострадянських країн, більш того, саме польський майданчик користувався найбільшою популярністю для виходу українських компаній на IPO протягом 2006 – 2007 рр.

Аналогічно індексам першого кластера дохідності зазначених індексів починають різко спадати влітку 2008 р. (рис. 2). Причому спад дохідностей російського індексу є глибшим за амплітудою коливань, ніж спад дохідностей UX. Це пояснюється різким падінням цін на нафту, що є двигуном російської економіки, і досягненням нею у жовтні 2008 р. свого 12-місячного мінімуму. У березні 2010 р. також був помічений невеликий спад дохідностей обох індексів, що співпало з виборами в Державну думу Росії та відставкою уряду Юлії Тимошенко в Україні. При цьому спостерігається деяка схожість

індексів UX і PTS, а саме, український індекс повторює тенденції російського індексу з певним часовим лагом.

Слід зазначити дуже схожу тенденцію дохідностей WIG20 з дохідностями індексів першого кластера у 2007 – 1-му півріччі 2008 рр., що можна пояснити високою популярністю зазначених бірж при виході компаній на IPO (особливо лондонську та варшавську біржі). Після рекордного для IPO 2007 р., за даними Thomson Reuters, обсяги IPO у 2008 р. скоротилися на 71,6%, тобто становили лише 91,7 млрд дол. у порівнянні з 322,9 млрд дол. у 2007 р. Обсяг угод злиття та поглинання також скоротився на 31% у 2008 р. Багато компаній відмовились від виходу на IPO у зв'язку з нестабільною ситуацією на світових фондових ринках. У результаті за підсумками 2008 р. LSE втратила свою лідируючу позицію на користь Нью-Йоркської фондової біржі. Однак уже у 2010 р. за рахунок того, що приватні інвестиційні фонди почали виходити з інвестицій для фіксації прибутків зростання, IPO на європейському ринку почало відновлюватись, що пояснює схожість тенденцій польської та франкфуртської бірж у вищезазначений період. Відмінність же від FTSE100 і CAC40 пояснюється більш вузькою спрямованістю IPO на варшавській біржі (переважно аграрні сільськогосподарські компанії) і більш високим інтернаціональним характером англійської та французької бірж.

Дослідимо динаміку волатильності дохідностей індексів за допомогою методу віконного перетворення [2], який полягає в розрахунку згладженого центрованого ковзним середнім квадрата коефіцієнтів деталізації вейвлет-перетворення. На рис. 3 представлено динаміку волатильності дохідностей індексів FTSE100, DAX30 та CAC40 на першому рівні декомпозиції, яка має одну чітко визначену хвилю для всіх індексів і ще одну зону нестабільності, сильніше виражену для CAC40 і DAX30

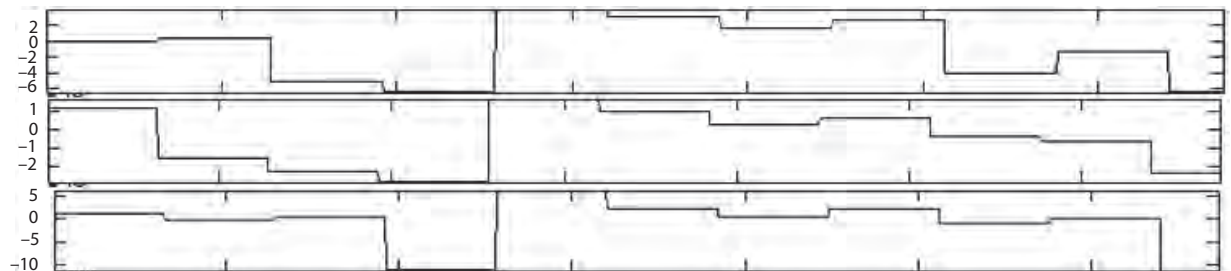


Рис. 2. Графіки трендів дохідностей індексів UX, WIG20 та RTS, відновлених по коефіцієнтах апроксимації на 5-му рівні декомпозиції

з подальшим різким зростанням дисперсії для всіх індексів на кінець періоду. Аналогічна картина спостерігається і на інших рівнях декомпозиції.

Зауважимо, що вищі рівні волатильності французького і німецького індексів свідчать про кумулятивний вплив нестабільності окремих економік на найбільші системи утворюючі економіки Франції та Німеччини.

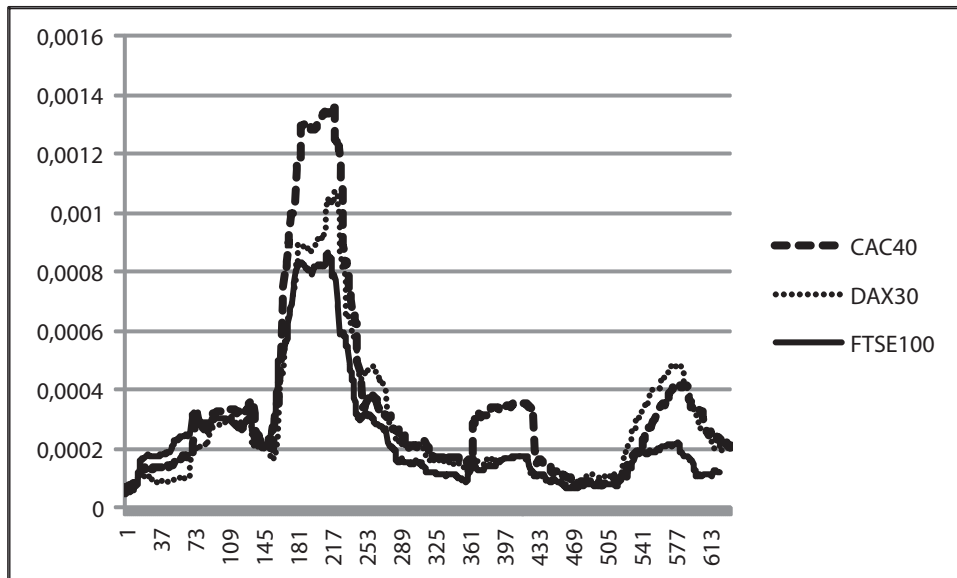


Рис. 3. Динаміка волатильності дохідностей індексів DAX30, CAC40, FTSE100 на 1-му рівні декомпозиції

З рис. 3 спостерігається збіг за часовими рамками для всіх країн кластера першої хвилі кризи, що стала помітною вже у березні 2008 р. На цьому рівні декомпозиції спостерігається найвищий пік французького індексу в порівнянні з іншими індексами кластера. У той же час, пік коливань індексу FTSE100 є найнижчим. Така ситуація пояснюється більшою стабільністю економіки Великобританії.

Цікавим є сплеск для CAC40 на умовних точках відлику 360 – 440 (див. рис. 3), які за часовими рамками відповідають періоду з грудня 2009 р. по серпень 2010 р. Нестабільність саме французького індексу пояснюється тим, що французькі банки є одними з найбільших утримувачів боргів Греції (15 млрд євро). Навесні 2010 р. був розроблений план, спрямований на зменшення розмірів бюджетного дефіциту та державного боргу. У результаті вжитих заходів динаміка дохідностей індексу стабілізувалася.

Починаючи з березня 2011 р., помітний сплеск волатильності для усіх трьох зазначених індексів. Сплеск волатильності в цей період пояснюється кумулятивним впливом проблем держав Євросоюзу, зменшенням довіри до їх фінансового становища та єдиної європейської валюти. Криза євро змінила уряди Ірландії, Португалії, Греції, Італії, Іспанії та загострила відносини між Великобританією та континентом.

Проведемо аналогічний аналіз для другого кластера. З рис. 4 видно, що ані Польща, ані Росія не мали чітко вираженої другої хвилі кризи. У випадку з Польщею це пояснюється її вдалими економічними реформами, а відсутність значної нестабільності на російському ринку є результатом сильної залежності економіки Росії від кон'юнктури цін на сировинні ресурси (а саме, нафту та газ). Друга ж хвиля кризи в Україні розпочалася з середи-

ни вересня 2010 р., коли, згідно із заявами урядовців, Україна ніби остаточно пережила світову фінансову кризу, проте країна ще відчувала її наслідки: зростання рівня цін на споживчі товари, високий рівень заборгованості економіки країни.

Проведемо прогнозування дохідностей фондових індексів на основі синтезу методів вейвлет-декомпозиції,

методу SSA та штучних нейронних мереж. Розрахунки виконувалися за допомогою пакету Matlab, пакета аналізу нейронних мереж Alyuda NeuroIntelligence 2.2 (577) і статистичного пакету CaterpillarSSA 3.3. Для демонстрації запропонованого способу прогнозування дохідностей було вибрано німецький індекс DAX30. Експериментальним шляхом було встановлено, що найкраще з цієї задачею для дохідностей німецького індексу справляється вейвлет Sum2 з двома рівнями декомпозиції.

За першим варіантом спочатку з сигналу знімалася шумова складова за допомогою вибраного вейвлету, використовувалося автоматичне зняття шумів, запрограмоване в статистичному пакеті Matlab. Потім сигнал, позбавлений шумів, оброблявся методом SSA та обчислювалися прогнози значення. За другим варіантом спочатку вибираємо значущі для прогнозу коефіцієнти вейвлет-декомпозиції сигналу, підбираємо оптимальну с точки зору можливості прогнозування нейронну мережу та виконуємо прогнозування.

На рис. 5 наведено графіки реальної та позбавленої шумів динаміки дохідностей індексу DAX30, а також прогнозовані значення, отримані із застосуванням нейронних мереж та методу SSA.

Зауважимо, що прогнозовані значення дохідностей індексу виступають випереджаючим індикатором реальних значень, оскільки їхнє різке зростання чи падіння передре аналогічним змінам реального сигналу. Для наочності на графіку наведено значення дохідностей сигналу за 2 липня поточного року, яке відповідає різкому падінню значень сигналу. Відмітимо, що прогнозована крива почала спадати ще на минулому кроці. Прогнозні значення, побудовані за допомогою методу SSA, навпаки, більш точно відповідають реальному сигналу, однак вони не слугують випереджаючим індикатором.

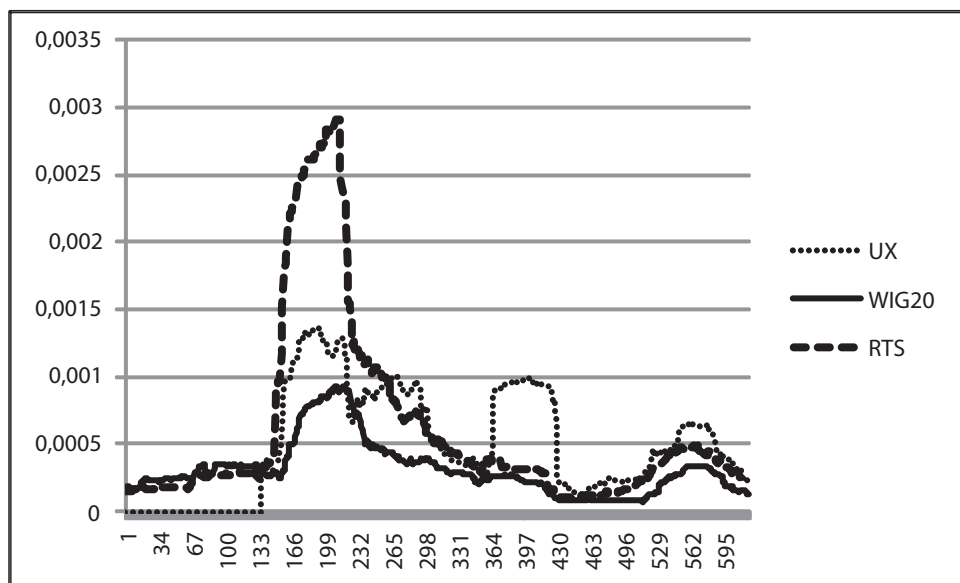


Рис. 4. Динаміка волатильності дохідностей індексів UX, WIG20 та RTS на 1-му рівні декомпозиції

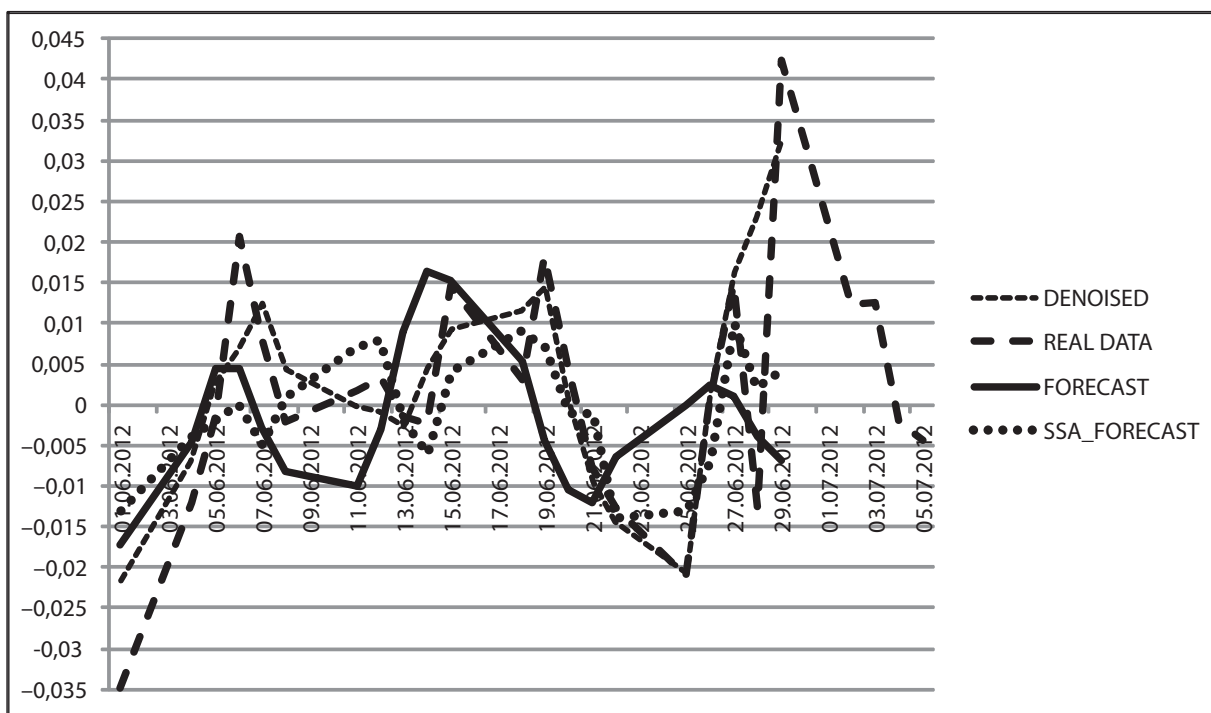


Рис. 5. Прогнозування дохідностей індексу DAX30

ВИСНОВКИ

Питання про другу хвилю глобальної кризи залишається актуальним, адже ситуація у фінансовій сфері світової економіки не тільки не поліпшується, а навпаки, за деякими напрямками продовжує погіршуватися. Є підстави вважати, що ці проблеми є наслідком поверхневості та недостатності заявлених реформ. При цьому спостерігається прагнення виправити підвалини економік, що похитнулися, без використання кардинальних заходів.

У ході проведеного дослідження ми спостерігали різні картини поведінки фондових індексів у період кризи і релаксації на фондових ринках країн світу. Застосування методів вейвлет-аналізу дало можливість виявити

особливості динаміки самих рядів та їх волатильностей. Було виділено два кластери для європейських фондових індексів за динамікою та схожістю їхніх дохідностей: DAX30, CAC40, FTSE100 та UX, WIG20 і RTS. Слід також зазначити, що, не зважаючи на тісний зв'язок між досліджуваними індексами, яскраво вираженими є локальні особливості кожного з них.

У роботі було розглянуто можливість комплексного застосування вейвлет-перетворення та нейронних мереж до проблеми прогнозування дохідностей індексів фондових ринків. Встановлено, що найкращі результати дає використання прогнозних можливостей нейронних мереж, на вхід яких подається вейвлетні коефіцієнти декомпозиції часового ряду. Цікаві результати можна одер-

жати при комплексному використанні вейвлет-перетворення та методу SSA. Отримані результати дають можливість прогнозувати значення дохідностей фондових індексів у короткостроковій перспективі з досить високим рівнем точності. ■

ЛІТЕРАТУРА

1. **Sornette D.** Why stock markets crash: critical events in complex financial systems / D. Sornette. – Princeton, NJ: Princeton University Press, 2004. – 448 p.

2. **Gencay R.** Scaling properties of foreign exchange volatility / R. Gencay, F. Selcuk, B. Whitcher // *Physica A*, 2001b. – P. 249 – 266.

3. **Capobianco E.** Multiscale analysis of stock index return volatility / E. Capobianco // *Computational Economics*, 2004. – Vol. 23, No. 3. – P. 219 – 237.

4. **Lee H.** International transmission of stock market movements: A wavelet analysis / H. Lee // *Applied Economics Letters*, 2004. – Vol. 11. – P. 197 – 201.

5. **Crowley P. M.** A guide to wavelets for economists / P. M. Crowley // *Journal of Economic Surveys*, 2007. – Vol. 21. – P. 207 – 267.

6. **Gallegati M.** Wavelet analysis of stock returns and aggregate economic activity / M. Gallegati // *Computational Statistics and Data Analysis*, 2008. – Vol. 52, No 6. – P. 3061 – 3074.

7. **Subbotin A.** A Mutli-horizon Scale for Volatility / A. Subbotin // *CES Working Papers Series*, University of Paris-1 (Pantheon-Sorbonne), 2008. – Vol. 20. – P. 1 – 44.

8. **Кравець Т.** Вейвлет-аналіз індексів фондових ринків України та Польщі в періоди кризи та релаксації / Т. Кравець, А. Ситенко // *Вісник КНУ імені Тараса Шевченка: Економіка*. – 2012. – № 132. – С. 39 – 43.

9. **Minu K. K.** Wavelet Neural Networks for Nonlinear Time Series Analysis / K. K. Minu, M. C. Lineesh, C. J. John // *Applied Mathematical Sciences*, 2010. – Vol. 4, No. 50. – P. 2485 – 2495.

10. **Golyandina N.** Analysis of Time Series Structure: SSA and related techniques / N. Golyandina, V. Nekrutkin, A. Zhigljavsky // *Chapman & Hall/CRC*, 2001. – 256 p.

11. Yahoo Finance. Indices' historical data. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.rts.ru/ru/index/stat/dailyhistory.html?code=RTSI>

REFERENCES

Capobianco, E. "Multiscale analysis of stock index return volatility". *Computational Economics*, vol. 23, no. 3 (2004): 219-237.

Gencay, R., Selcuk, F., and Whitcher, B. "Scaling properties of foreign exchange volatility". *Physica A*, 2001b: 249-266.

Gallegati, M. "Wavelet analysis of stock returns and aggregate economic activity". *Computational Statistics and Data Analysis*, vol. 52, no. 6 (2008): 3061-3074.

Golyandina, N., Nekrutkin, V., and Zhigljavsky, A. *Analysis of Time Series Structure: SSA and related techniques*: Chapman & Hall/CRC, 2001.

Kravets, T., and Sytienko, A. "Veivlet-analiz indeksiv fondovykh rynkiv Ukrainy ta Polshchi v periody kryzy ta relaksatsii" [Wavelet analysis of stock market indices Ukraine and Poland in times of crisis and relaxation]. *Visnyk KNU*, no. 132 (2012): 39-43.

Lee, H. "International transmission of stock market movements: A wavelet analysis". *Applied Economics Letters*, vol. 11 (2004): 197-201.

Minu, K. K., Lineesh, M. C., and John, C. J. "Wavelet Neural Networks for Nonlinear Time Series Analysis". *Applied Mathematical Sciences*, vol. 4, no. 50 (2010): 2485-2495.

Crowley, P. M. "A guide to wavelets for economists". *Journal of Economic Surveys*, vol. 21 (2007): 207-267.

Subbotin, A. "A Mutli-horizon Scale for Volatility". *CES Working Papers Series*, vol. 20 (2008): 1-44.

Sornette, D. *Why stock markets crash: critical events in complex financial systems*. Princeton; NJ: Princeton University Press, 2004.

"Yahoo Finance. Indices' historical data" <http://www.rts.ru/ru/index/stat/dailyhistory.html?code=RTSI>