

# МОДЕЛЮВАННЯ «ГОРИЗОНТАЛЬНОЇ» ВЗАЄМОДІЇ ЕКОНОМІЧНИХ АГЕНТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ НАБОРУ ІГОР

СОКОЛОВСЬКИЙ Д. Б.

УДК 330.4+519.83

## Соколовський Д. Б. Моделювання «горизонтальної» взаємодії економічних агентів за допомогою набору ігор

Тематику пропонованої статті є моделювання горизонтальної та вертикальної взаємодії економічних суб'єктів, що реалізуються, зокрема, угодами про продаж і про найм. Складність моделей «горизонтальних» відносин є причиною суттєво менших, порівняно з моделями «вертикальних» стосунків, напрацювань. Тому здійснено спробу спростити загальну модель «горизонтальної» взаємодії економічних агентів. Запропоновано модель «горизонтальних» взаємин двох економічних суб'єктів, кожний з яких може дотримуватися укладеної між ними угоди, ухилитися від неї та контролювати дотримання угоди своїм визаві. Установлено, що угода про продаж може бути визначена набором ігор, що використовуються для моделювання угоди про найм шляхом декомпозиції гри для опису взаємодії загального типу. З'ясовано умови такої декомпозиції. Тобто модель угоди про продаж можна позиціонувати як узагальнення моделі угоди про найм. Поза тим змодельовано прийняття рішень окремим агентом щодо розподілу обмежених коштів між контролем визаві та дизайном власної діяльності. Пропоновані моделі можуть знайти своє використання в теорії угод для поглиблення окреслення угоди про продаж. Передбачається застосування отриманих результатів до різноманітних предметних галузей шляхом конкретизації платіжних функцій ігор моделі. Краще розуміння їхньої природи за допомогою дослідження запропонованих моделей сприятиме збільшенню якості та продуманості угод, приміром, із правової точки зору. Подальший розвиток досліджень передбачається проводити в напрямку розв'язання моделей, що наразі мають постановочний вигляд, знаходження умов рівноваги Неша, аналіз логіки еволюції взаємин контрагентів.

**Ключові слова:** поведінка, взаємодія, теорія ігор, угода про найм, угода про продаж.

**Формул:** 8. **Бібл.:** 13.

**Соколовський Дмитро Борисович** – кандидат економічних наук, старший науковий співробітник відділу проблем моделювання економічних систем, Інститут економіки промисловості НАН України (вул. Университетська, 77, Донецьк, 83048, Україна)

**E-mail:** dmy.falko@gmail.com

УДК 330.4+519.83

## Соколовський Д. Б. Моделирование «горизонтального» взаимодействия экономических агентов с помощью набора игр

Тематикой статьи является моделирование горизонтального и вертикального взаимодействия экономических субъектов, реализуемое, в частности, контрактами о продаже и о найме. Сложность моделей «горизонтальных» отношений является причиной существенно меньших, по сравнению с моделями «вертикальных» отношений, работок. Поэтому сделана попытка упростить общую модель «горизонтального» взаимодействия экономических агентов. Предложена модель «горизонтальных» взаимоотношений двух экономических субъектов, каждый из которых может придерживаться заключенного между ними контракта, уклоняться от него и контролировать выполнение контракта своим визави. Установлено, что контракт о продаже может быть определен набором игр, используемых для моделирования контракта о найме путем декомпозиции игры для описания взаимодействия общего вида. Уточнены условия такой декомпозиции. То есть модель контракта о продаже может быть позиционирована как обобщение модели контракта о найме. Кроме того, смоделировано принятие решений отдельным агентом относительно распределения ограниченных ресурсов между контролем визави и дизайном собственной деятельности. Предложенные модели могут найти свое применение в теории контрактов, например, для углубления описания контракта о продаже. Предполагается использование полученных результатов в разнообразных предметных областях путем конкретизации платежных функций игр модели. Лучшее понимание их природы с помощью исследования предложенных моделей будет способствовать повышению качества и продуманности контрактов, например, с правовой точки зрения. Дальнейшее развитие исследований предполагается проводить в направлении решения моделей, имеющих в настоящий момент постановочный вид, нахождения условий равновесия Нэша, анализ логики эволюции взаимоотношений контрагентств.

**Ключевые слова:** поведение, взаимодействие, теория игр, контракт о найме, контракт о продаже.

**Формул:** 8. **Библ.:** 13.

**Соколовський Дмитрій Борисович** – кандидат економічних наук, старший науковий співробітник відділу проблем моделювання економічних систем, Інститут економіки промисловості НАН України (вул. Университетская, 77, Донецьк, 83048, Україна)

**E-mail:** dmy.falko@gmail.com

UDC 330.4+519.83

## Sokolovskiy D. B. Modeling of «Horizontal» Interaction Between Economic Agents Using a Set of Games

The article deals with modeling of «horizontal» and «vertical» interaction between economic agents, which is realized, particularly, by sales and employment contract. The models of «horizontal» interaction are complex; this causes the less groundwork as compared to models of «vertical» interaction. That's why we attempted to simplify the general model of «horizontal» interaction between economic agents. We proposed a model of «horizontal» interaction between two economic agents, each of which can keep to the term of the contract, erase the fulfillment of contractual obligations and supervise the contract by its counterpart. We established that the sales contract can be determined by set of games, using for modeling of an employment contract by way of game decomposition in order to describe the interaction in general form. The conditions of such decomposition are specified. I. e. the model of sales contract can be held out as generalization of model of employment contract. Besides we have modeled the decision-making by separate agent concerning the allocation of limited resources between of control over the activities of vis-a-vis and their own design activity. Proposed models can be applied in contract theory, notably to examine the description of sales contract. Obtained results are suitable for different object domains by way of specification of game payoff functions in the model. The investigation of proposed models will improve the quality and reasoning of contracts, notably as a matter of law. Further research can deal with solution of models, which are currently stated, finding the conditions of Nash equilibrium, analyzing the logic of evolution of counterparties' interaction.

**Key words:** behavior, interaction, game theory, employment contract, sale contract.

**Formulae:** 8. **Bibl.:** 13.

**Sokolovskiy Dmytro B.** – Candidate of Sciences (Economics), Senior Research Fellow of the Department of modeling problems of economic systems, Institute of Industrial Economics of NAS of Ukraine (vul. Unyversytetska, 77, Donetsk, 83048, Ukraine)

**E-mail:** dmy.falko@gmail.com

Однією із засадничих функцій економіки є обмін благами. Природно, що обмін не може відбуватися без взаємовідносин між елементами економічної системи: об'єкт – об'єктами, суб'єкт – об'єктами та суб'єкт – суб'єктами. Причому, останні є найбільш важливими, бо саме внаслідок наявності в обох (чи більше) взаємодіючих суб'єктів свободної волі, а отже альтернативи поведінки, економічні взаємини набувають неоднорозного, правдиво взаємозалежного характеру.

Структура будь-якої реальної економічної системи є достатньо складною і містить як «горизонтальні», так і «вертикальні» (ієрархічні) взаємозв'язки між економічними суб'єктами, які оформлюються угодами. Економічна теорія, насамперед, інституціональна розглядає кілька класифікацій угод [1-7], що характеризуються:

- ✦ економіко-правовими відмінностями – формальні та неформальні;
- ✦ вектором взаємовідносин в економічній системі – угоди про продаж і найм;
- ✦ повнотою – угоди повні, неповні (імпліцитні), неявні (самовиконувані), тощо.

Тематикою пропонованої статті є моделювання елементів другої з цих класифікацій: горизонтальних і вертикальних стосунків контрагентів, інакше, кажучи, симетричних і несиметричних, що реалізуються, зокрема, угодами про продаж і про найм. Власне, угода про найм розглядає «вертикальні» взаємовідносини суб'єктів, а угода про продаж – «горизонтальні», рівноправні.

В угоді про найм вважається, що один із взаємодіючих суб'єктів – агент – наймається виконати певну роботу (принести певний дохід) іншому суб'єкту взаємовідносин – принципалу, у результаті чого отриманий дохід ділиться між агентом і принципалом у наперед визначеному співвідношенні; до того ж принципал має право контролювати виконання роботи агентом. Тобто, принципал делегує агенту право на виконання певної потрібної принципалу роботи, зі свого боку агент делегує принципалу право контролю за своїми діями.

Угода про продаж, фактично, являє собою обмін благами між двома суб'єктами, скажімо: «товар – товар», «товар – кошти», «робота – товар», «робота – кошти», «робота – робота». Третій і четвертий варіанти аналогічні обміну під час угоди про найм, але угода про продаж має ще одну особливість: на відміну від угоди про найм, право контролю візаві мають обидва взаємодіючі суб'єкти. Прийнято вважати, що угоди про продаж і про найм відповідають кожна за свій сегмент взаємовідносин економічних суб'єктів. Проте, з наведеного вище опису її характеру видно, що угода про продаж є узагальненням угоди про найм.

Слід зазначити, що на перший погляд угода про продаж за своїм визначенням, так само як і угода про найм, є асиметричною. Якщо в угоді про найм взаємодіють різнопланові суб'єкти: замовник (принципал) і виконавець (агент) з різними функціями, правами й обов'язками, то в угоді про продаж наявний несиметричний обмін априорі невизначеного блага на гроші. Втім, остання умова не є обов'язковою, що підтверджує економічна історія людства: гроші є найзручнішим й універсальним, але не обов'язково єдиним засобом оплати. Тому угода про

продаж у загальному вигляді цілком може розглядатися як обмін між наперед не фіксованими, а отже рівноправними економічними агентами, довільними наперед не фіксованими благами, а значить бути симетричною.

У парадигмі математичної економіки принциповою методологією дослідження економічних систем є моделювання, у рамках якої усталеним, перевіреним часом і тому – засадничим способом аналізу суб'єкт – суб'єктної взаємодії визнано моделі теорії ігор. При цьому «вертикальні», асиметричні стосунки є досить ґрунтовно розробленими, насамперед, у теорії принципала й агента [8 – 11]. Водночас, навіть за таких умов численні нюанси дозволяють будувати уточнюючі оригінальні моделі. Зокрема, автором для окреслення угоди про найм у загальному вигляді, тобто, взаємовідносин типу «принципал – агент» з альтернативами: для агента – «дотримуватися угоди» / «ухилитися від угоди»; для принципала – контролювати чи ні виконання угоди агентом, було використано ігрову модель, 2 осіб із 2 чистими стратегіями у кожній, описану, наприклад, у [12].

Водночас, для «горизонтальних», симетричних відносин, попри їхню позірну простоту в порівнянні з «вертикальними», модельні напрацювання є суттєво меншими і мають, здебільшого, розрізнено-прикладний характер. Пояснення останньому факту, напевне, слід шукати у зростаючій на порядок складності «горизонтальних» моделей, порівняно з «вертикальними», Зокрема, якщо «вертикальна» взаємодія принципала й агента із двома можливими чистими стратегіями у кожного описується грою  $2 \times 2$ , то для моделювання аналогічних «горизонтальних» стосунків двох осіб потрібна вже гра  $3 \times 3$  і т. д.

Тобто, складність моделей «горизонтальних» відносин є головною проблемою їх дослідження. Тому постає завдання спробувати спростити загальну ігрову модель «горизонтальної» взаємодії економічних агентів шляхом її декомпозиції на набір більш простих взаємопов'язаних ігор.

Засадничі для окреслення економічної взаємодії категорії індивідуальної та взаємної поведінки, детальну формалізацію угоди про найм, окреслення угоди загального типу, що, як зазначалося вище, втілюється в угоду про продаж, наведено в [13]. Для угоди загального типу наведено статті можливих витрат контрагентів: виконання зобов'язань за угодою, дизайн власної діяльності, контроль діяльності візаві. Зрозуміло, що сумарні витрати кожного з агентів не повинні перевищувати загальний обсяг наявного в нього ресурсу.

**Окреслення гри  $2 \times 2$ , що описує «вертикальну» взаємодію.** Модель стосунків принципала й агента описується грою (1):

де  $R$  – продуктивність агента;  $\tau$  – частка доходу, що за угодою відходить принципалу;  $p, q$  – частоти виявлення, відповідно, фактичного та фіктивного ухилення агента від дотримання угоди;  $\lambda, \nu, \mu$  – ресурси, відповідно, на контроль діяльності агента, на маскування агентом ухилень і на підтримання ним прозорості своєї діяльності;  $\gamma$  – штрафний коефіцієнт за ухилення агента від виконання угоди [12]:

$$\Gamma = (SA, SP, (G, H)(SA \times SP));$$

$$(G, H) = \begin{pmatrix} \begin{Bmatrix} R - v; \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} (1 - p(v, \pi)(1 + \gamma)\tau)R - v; \\ p(v, \pi)(1 + \gamma)\tau R - \pi \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} (1 - \tau)R - \mu; \\ \tau R \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} 1 - (1 + q(\mu, \pi)(1 + \gamma)\tau)R - \mu; \\ (1 + q(\mu, \pi)(1 + \gamma))\tau R - \pi \end{Bmatrix} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

Розглянемо взаємодію двох контрагентів із параметрами витрат  $U_1, \pi_1, v_1, \mu_1; U_2, \pi_2, v_2, \mu_2$  де  $U_1, U_2$  – максимально можливі витрати 1-го та 2-го контрагентів (ресурс коштів);  $\pi_1, \pi_2$  – витрати 1-го та 2-го контрагентів на контроль дотримання угоди їх візаві;  $v_1, v_2$  – витрати 1-го та 2-го контрагентів на маскуванню ухилення від виконання угоди;  $\mu_1, \mu_2$  – витрати 1-го та 2-го контрагентів на презентацію дотримання угоди (у цій, дещо спрощеній версії, знехтувано витратами на виконання зобов'язань за угодою – власне, на виробництві блага, які вважаються фіксованими).

Засади гра для опису «горизонтальної» взаємодії економічних агентів міститиме по три чисті стратегії для кожної зі сторін: витратити кошти на презентацію власний дизайн (дотримання угоди або маскуванню ухилення від дотримання угоди); на контроль за дотриманням угоди візаві; не витратити кошти (витрата коштів і на дизайн, і на контроль є вже змішаною стратегією).

Платіжні функції для даної гри є досить нетривіальними, багатоваріантними і залежними від конкретних значень параметрів системи. Тому постає питання декомпозиції гри  $3 \times 3$  на низку простіших ігор  $2 \times 2$  виду (1), для яких суттєво простіше отримати локальні рішення.

З'ясуємо можливість такої декомпозиції. Мають місце два варіанти.

1) оптимальні значення зазначених параметрів витрат такі, що

$$\begin{aligned} \pi_1 + v_1 + \mu_1 &\leq U_1; \\ \pi_2 + v_2 + \mu_2 &\leq U_2, \end{aligned} \quad (2)$$

тоді загальна модель взаємодії розпадається на дві самостійні гри  $2 \times 2$  – модифікації (1), у кожній із яких один із контрагентів виступає в ролі замовника (принципала), а інший – виконавця (агента):

$$\Gamma = (SA_1, SP_2, (G_1, H_2)(SA_1 \times SP_2));$$

$$(G_1, H_2) = \begin{pmatrix} \begin{Bmatrix} R_2 - v_2; \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} (1 - p_1(v_2, \pi_1)(1 + \gamma_1)\tau_1)R_2 - v_2; \\ p_1(v_2, \pi_1)(1 + \gamma_1)\tau_1 R_2 - \pi_1 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} (1 - \tau_1)R_2 - \mu_2; \\ \tau_1 R_2 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} 1 - (1 + q_1(\mu_2, \pi_1)(1 + \gamma_1)\tau_1)R_2 - \mu_2; \\ (1 + q_1(\mu_2, \pi_1)(1 + \gamma_1))\tau_1 R_2 - \pi_1 \end{Bmatrix} \end{pmatrix}; \quad (3)$$

$$\Gamma = (SA_2, SP_1, (G_2, H_1)(SA_2 \times SP_1));$$

$$(G_2, H_1) = \begin{pmatrix} \begin{Bmatrix} R_1 - v_1; \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} (1 - p_2(v_1, \pi_2)(1 + \gamma_2)\tau_2)R_1 - v_1; \\ p_2(v_1, \pi_2)(1 + \gamma_2)\tau_2 R_1 - \pi_2 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} (1 - \tau_2)R_1 - \mu_1; \\ \tau_2 R_1 \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} 1 - (1 + q_2(\mu_1, \pi_2)(1 + \gamma_2)\tau_2)R_1 - \mu_1; \\ (1 + q_2(\mu_1, \pi_2)(1 + \gamma_2))\tau_2 R_1 - \pi_2 \end{Bmatrix} \end{pmatrix}; \quad (4)$$

2) хоча б одну з умов (2) не дотримано – в такому випадку слід урахувувати обмеженість ресурсів. Утім, якщо (2) виконується для одного з контрагентів, то його поведінка не відрізняється від поведінки в умовах попереднього пункту (тобто, в умовах виконання (2)). Інша річ, що поведінка другого контрагента не буде оптимальною чи в першій, чи у другій, чи в обох локальних взаємодіях внаслідок обмеженості його ресурсу.

Розглянемо поведінку одного контрагента щодо оптимізації його витрат на перевірки. Будемо вважати, що функція ймовірності знаходження наявного порушення експоненційно залежить від співвідношення витрат на перевірки 1-м контрагентом і витрат на маскуванню ухилення від виконання угоди 2-м контрагентом, тобто

$$p(\pi, v) = \left(1 - e^{-\frac{\alpha \pi}{v}}\right),$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт параметризації.

Тоді функція доходів 1-го контрагента залежно від витрат на перевірки дорівнюватиме:

$$\begin{aligned} g_{10}(\pi, v) &= p(\pi, v)(1 + \gamma)\tau R - \pi = \\ &= \left(1 - e^{-\frac{\alpha \pi}{v}}\right)(1 + \gamma)\tau R - \pi. \end{aligned}$$

Знайдемо її екстремум:

$$\begin{aligned} \frac{dg_{10}(\pi, v)}{d\pi} &= \frac{\alpha}{v} e^{-\frac{\alpha \pi}{v}} (1 + \gamma)\tau R - 1; \\ \frac{dg_{10}(\pi, v)}{d\pi} &= 0 \Leftrightarrow \frac{\alpha}{v} e^{-\frac{\alpha \pi}{v}} (1 + \gamma)\tau R = 1; \\ e^{-\frac{\alpha \pi}{v}} &= \frac{v}{\alpha(1 + \gamma)\tau R}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\alpha \frac{\pi}{v} = -\ln \frac{v}{\alpha(1 + \gamma)\tau R};$$

$$\hat{\pi} = -\frac{v}{\alpha} \ln \frac{v}{\alpha(1 + \gamma)\tau R}.$$

Позаяк

$$\frac{d^2 g_{10}(\pi, v)}{d\pi^2} = -\frac{\alpha^2}{v^2} e^{-\frac{\alpha \pi}{v}} (1 + \gamma)\tau R;$$

$$\gamma, \tau, R > 0 \Rightarrow \frac{d^2 g_{10}(\pi, \nu)}{d\pi^2} < 0 \Leftrightarrow g_{10}(\pi, \nu)|_{\pi=\hat{\pi}} \rightarrow \max,$$

оптимальний дохід дорівнюватиме

$$g_{10}(\hat{\pi}, \nu) = \left(1 - e^{-\alpha \frac{\hat{\pi}}{\nu}}\right) (1 + \gamma) \tau R - \hat{\pi} =$$

$$= \left(1 - e^{-\alpha \frac{\frac{\nu \ln \frac{\nu}{\alpha(1+\gamma)\tau R}}{\nu}}}{\nu}\right) (1 + \gamma) \tau R + \frac{\nu}{\alpha} \ln \frac{\nu}{\alpha(1+\gamma)\tau R}; \quad (6)$$

$$g_{10}(\hat{\pi}, \nu) = (1 + \gamma) \tau R - \frac{\nu}{\alpha} \left(1 - \ln \frac{\nu}{\alpha(1+\gamma)\tau R}\right).$$

Аналогічні розрахунки можна провести для функції ймовірності знаходження фіктивного порушення залежно від співвідношення витрат на перевірки 1-м контрагентом і витрат на промоцію дотримання угоди 2-м контрагентом:

$$q(\pi, \nu) = \left(1 - e^{-\beta \frac{\pi}{\mu}}\right),$$

де  $\beta$  – коефіцієнт параметризації.

У цьому випадку функція доходів 1-го контрагента залежно від витрат на перевірки дорівнюватиме:

$$g_{11}(\pi, \mu) = (1 + q(\pi, \mu)(1 + \gamma)) \tau R - \pi =$$

$$= \left(1 + \left(1 - e^{-\beta \frac{\pi}{\mu}}\right) (1 + \gamma)\right) \tau R - \pi.$$

Знайдемо її екстремум:

$$\frac{dg_{11}(\pi, \mu)}{d\pi} = \frac{\beta}{\mu} e^{-\beta \frac{\pi}{\mu}} (1 + \gamma) \tau R - 1;$$

$$\frac{dg_{11}(\pi, \mu)}{d\pi} = 0 \Leftrightarrow \frac{\beta}{\mu} e^{-\beta \frac{\pi}{\mu}} (1 + \gamma) \tau R = 1;$$

$$e^{-\beta \frac{\pi}{\mu}} = \frac{\mu}{\beta(1 + \gamma) \tau R}; \quad (7)$$

$$\beta \frac{\pi}{\mu} = -\ln \frac{\mu}{\beta(1 + \gamma) \tau R};$$

$$\hat{\pi} = -\frac{\mu}{\beta} \ln \frac{\mu}{\beta(1 + \gamma) \tau R}.$$

Позаяк

$$\frac{d^2 g_{11}(\pi, \mu)}{d\pi^2} = -\frac{\beta^2}{\mu^2} e^{-\beta \frac{\pi}{\mu}} (1 + \gamma) \tau R;$$

$$\gamma, \tau, R > 0 \Rightarrow \frac{d^2 g_{11}(\pi, \mu)}{d\pi^2} < 0 \Leftrightarrow g_{11}(\pi, \mu)|_{\pi=\hat{\pi}} \rightarrow \max,$$

оптимальний дохід дорівнюватиме

$$g_{11}(\hat{\pi}, \nu) = \left(1 + \left(1 - e^{-\beta \frac{\hat{\pi}}{\mu}}\right) (1 + \gamma)\right) \tau R - \hat{\pi} = \quad (8)$$

$$= \left(1 + \left(1 - \frac{\mu}{\beta(1 + \gamma) \tau R}\right) (1 + \gamma)\right) \tau R + \frac{\mu}{\beta} \ln \frac{\mu}{\beta(1 + \gamma) \tau R};$$

$$P(\hat{\pi}, \nu) = (2 + \gamma) \tau R - \frac{\mu}{\beta} \left(1 - \ln \frac{\mu}{\beta(1 + \gamma) \tau R}\right).$$

Отже, за умови обмежених ресурсів кожний із контрагентів постає перед вибором: яким чином розподілити кошти між контролем візаві та дизайном (маскуванням ухилення або презентацією дотримання угоди) власної діяльності? Чистих стратегій тут для кожної із взаємодіючих сторін так само дві: усі кошти – на контроль або всі кошти на дизайн. Тобто, горизонтальні взаємовідносини також можна описати грою 2×2. При цьому платіжна функція буде розраховуватися як сума платіжних функцій двох окремих локальних ігор 2×2 (3) і (4). Що стосується визначення величини коштів на дизайн між маскуванням і презентацією, то їх оптимальний (сідловий) розподіл визначається з розв'язання відповідної локальної гри.

## ВИСНОВКИ

Отже, у статті запропоновано модель «горизонтальних» взаємин двох економічних суб'єктів, кожний з яких може дотримуватися укладеної між ними угоди, ухилитися від неї та контролювати дотримання угоди своїм візаві, у вигляді гри 3×3, а також її декомпозиції на 3 гри 2×2 з окресленням альтернативних варіантів, залежно від значень параметрів системи.

Отримані моделі можуть знайти своє використання в теорії угод для окреслення угоди про продаж. Позаяк одна із 3 ігор, отриманих у процесі декомпозиції початкової гри 3×3, моделює угоду про найм, можна стверджувати, що угода про продаж є не просто альтернативним варіантом, а узагальненням угоди про найм, прийнятні, на рівні математичної моделі.

Водночас, різноманітні угоди доволі широко застосовуються в реальному житті, тож актуальною є проблема їх оптимізації. Краще розуміння їхньої природи з допомогою дослідження запропонованих моделей сприятиме укладанню більш якісних і продуманих, наприклад, із правової точки зору, угод.

Ураховуючи той факт, що наведені у статті моделі чималою мірою є постановочними, подальші зусилля буде спрямовано на їх розв'язання, знаходження умов нешевих рівноваг, дослідження логіки еволюції взаємин контрагентів. Також передбачається застосування отриманих результатів до різноманітних предметних галузей шляхом конкретизації платіжних функцій ігор моделі. ■

## ЛІТЕРАТУРА

1. **Stiglitz J. E.** Incentives and Risk Sharing in Sharecropping / J. E. Stiglitz // Review of Economic Studies. – 1974. – #41. – P. 219 – 255.
2. **Mirrlees J. A.** The Optimal Structure of Incentives with Authority within an Organization / J. A. Mirrlees // Bell Journal of Economics. – 1976. – #7. – P. 105-131.
3. **Уильямсон О. И.** Вертикальная интеграция производства: соображения по поводу неудач рынка / О. И. Уиль-

ямсон : Гальперин В. М. (ред.) Теория фирмы. – СПб. : Экономическая школа; 1985. – С. 33 – 53.

**4. Telser L. G.** A Theory of Self-Enforcing Agreements / L. G. Telser // *Journal of Business*. – 1980. – Vol. 53, No. 1. – P. 27 – 44.

**5. Klein B.** The Role of Market Forces in Assuring Contractual Performance / B. Klein, K. B. Leffler // *Journal of Political Economy*. – 1981. – #89. – P. 615 – 641.

**6. Akerlof G. A.** Labor Contracts as Partial Gift Exchange / G. A. Akerlof // *Quarterly Journal of Economics*. – 1982. – #97. – P. 543 – 569.

**7. Scott R. E.** A theory of self-enforcing indefinite Agreements / R. E. Scott // *Columbia Law Review*. – 2003, Vol.103, #7 (Nov). – P. 1641 – 1699.

**8. Ross S.** The Economic Theory of Agency: The Principal's Problem / S. Ross // *American Economic Review*. – 1973. – #63. – P. 134 – 139.

**9. Shavell S.** Risk Sharing and Incentives in the Principal Agent Relationship / S. Shavell // *Bell Journal of Economics*. – 1979. – #80. – P. 55 – 73.

**10. Grossman S. J.** An Analysis of the Principal Agent Problem / S. J. Grossman, O. D. Hart // *Econometrica*. – 1983. – #51. – P. 7 – 46.

**11. Stiglitz J.** Principal and Agent / Stiglitz J. // *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*; J. Eatwell, M. Milgate and P. Newman (eds.). London: Macmillan, 1987. – 1098 p.

**12. Соколовський Д.** Умови виникнення несприятливого відбору ex post у процесі еволюції взаємин в ігровій моделі «принципал – агент» / Д. Соколовський // *Формування ринкової економіки в Україні: Зб. наук. праць*. – Львів : ЛНУ ім. І. Франка. – 2010. – Вип. 22. – С. 274 – 278.

**13. Соколовський Д.** Формалізація загальної моделі економічної взаємодії / Д. Соколовський // *Бізнес Інформ*. – 2012. – № 4. – С. 6 – 9.

#### REFERENCES

Akerlof, G. A. "Labor Contracts as Partial Gift Exchange". *Quarterly Journal of Economics*, no. 97 (1982): 543-569.

Grossman, S. J., and Hart, O. D. "An Analysis of the Principal Agent Problem". *Econometrica*, no. 51 (1983): 7-46.

Klein, B., and Leffler, K. B. "The Role of Market Forces in Assuring Contractual Performance". *Journal of Political Economy*, no. 89 (1981): 615-41.

Mirrlees, J. A. "The Optimal Structure of Incentives with Authority within an Organization". *Bell Journal of Economics*, no. 7 (1976): 105-131.

Ross, S. "The Economic Theory of Agency: The Principal's Problem". *American Economic Review*, no. 63 (1973): 134-139.

Stiglitz, J. E. "Incentives and Risk Sharing in Sharecropping". *Review of Economic Studies*, no. 41 (1974): 219-255.

Scott, R. E. "A theory of self-enforcing indefinite Agreements". *Columbia Law Review*, vol. 103, no. 7 (2003): 1641-1699.

Shavell, S. "Risk Sharing and Incentives in the Principal Agent Relationship". *Bell Journal of Economics*, no. 80 (1979): 55-73.

Stiglitz, J. "Principal and Agent" In *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, 1098. London: Macmillan, 1987.

Sokolovskyi, D. "Umovy vynyknennia nespriyatlyvoho vidboru ex post u protsesi evoliutsii vzaiemyn v ihrovii modeli «pryntsygal – agent»" [Terms of adverse selection ex post in the evolution of relationships in the gaming model "princi-

pal – agent"]. *Formuvannia rynkovoї ekonomiky v Ukraini*, no. 22 (2010): 274-278.

Sokolovskyi, D. "Formalizatsiia zahalnoi modeli ekonomichnoi vzaiemodii" [The formalization of a general model of economic interaction]. *Biznes Inform*, no. 4 (2012): 6-9.

Telser, L. G. "A Theory of Self-Enforcing Agreements". *Journal of Business*, vol. 53, no. 1 (1980): 27-44.

Uiliamsion, O. I. "Vertikalnaia integratsiia proizvodstva: soobrazheniia po povodu neudach rynka" [The vertical integration of production: considerations about the failures of the market]. In *Teoriia firmy*, 33-53. St. Petersburg: Ekonomicheskaiia shkola, 1985.