

## ВИЗНАЧЕННЯ ФАКТОРІВ ВПЛИВУ НА ВАРТІСТЬ ЦІННИХ ПАПЕРІВ З ФІКСОВАНИМ КУПОНОМ

© 2014 ГЛОТОВ Є. О., ЧЕРЕВАТЕНКО В. А.

УДК 336.001.57.004

Глотов Є. О., Череватенко В. А. Визначення факторів впливу на вартість цінних паперів з фіксованим купоном

Досліджено цінні папери (облігації) з фіксованим купоном. Надано розрахунок грошового потоку, який генерується цінними паперами з фіксованими купонами, до якого додається дисконтована номінальна вартість цінних паперів. Проаналізовано часовий показник – середньозважену тривалість платежів, який характеризує чутливість ціни цінних паперів до змін процентних ставок на ринку. Доведено наявність двох груп взаємозв'язків між вартістю облігації, ставкою купона, ринковою ставкою (нормою прибутковості) і терміном її погашення. Перша група взаємозв'язків відображає взаємозв'язки між вартістю облігації, ставкою купона і ринковою ставкою (нормою прибутковості). Друга група характеризує зв'язок між вартістю облігації і терміном її погашення. Авторами досліджено середньозважену тривалість платежів, або дюрацію. Вона відіграє важливу роль при аналізі довгострокових цінних паперів із фіксованим прибутком. Для спрощення розрахунків було прийнято, що купонний платіж здійснюється раз на рік. Пропонується формула для визначення похибки ціни облігації залежно від очікуваної зміни прибутковості на погашення. Аналізуючи властивості дюрації, визначено недоліки, властиві цьому показнику. Враховуючи середньозважену тривалість платежів, або дюрацію, рекомендується формула, як більш ефективна, для визначення майбутньої ціни облігації в залежності від зміни прибутковості. Проведені дослідження є теоретичною базою для розробки моделей управління портфелями цінних паперів із фіксованим доходом. Одержані наукові результати можуть бути використані у навчальному процесі як вищих навчальних закладах, так і в спеціальних програмах підготовки фахівців з цінних паперів. Наукові результати можливо використувувати для розробки інформаційних технологій при визначенні вартості цінних паперів (облігацій із фіксованим купоном).

**Ключові слова:** грошовий потік, середньозважена тривалість платежів, поточна вартість, річна ставка, ринкова ставка, термін погашення, період платежу, номінал, число купонних виплат.

**Рис.:** 4. **Табл.:** 1. **Формул:** 18. **Бібл.:** 15.

**Глотов Євген Олександрович** – кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри економіко-математичних методів та інформаційних технологій, Харківський інститут фінансів Українського державного університету фінансів і міжнародної торгівлі (пер. Плетньовський, 5, Харків, 61003, Україна)

**E-mail:** glotov50@mail.ru

**Череватенко Володимир Андрійович** – кандидат економічних наук, доцент, заступник директора, Харківський інститут фінансів Українського державного університету фінансів і міжнародної торгівлі (пер. Плетньовський, 5, Харків, 61003, Україна)

**E-mail:** arcvol\_k@rambler.ru

УДК 336.001.57.004

UDC 336.001.57.004

**Глотов Е. А., Череватенко В. А. Определение факторов влияния на стоимость ценных бумаг с фиксированным купоном**

Исследованы ценные бумаги (облигации) с фиксированным купоном. Представлен расчет денежного потока, генерируемого ценными бумагами с фиксированными купонами, к которому прилагается дисконтированная номинальная стоимость ценных бумаг. Проанализирован временной показатель – средневзвешенная продолжительность платежей, характеризующая чувствительность цены ценных бумаг к изменениям процентных ставок на рынке. Доказано наличие двух групп взаимосвязей между стоимостью облигации, ставкой купона, рыночной ставкой (нормой доходности) и сроком ее погашения. Первая группа взаимосвязей отражает взаимосвязи между стоимостью облигации, ставкой купона и рыночной ставкой (нормой доходности). Вторая группа характеризует связь между стоимостью облигации и сроком ее погашения. Авторами исследована средневзвешенная продолжительность платежей, или дюрация. Она играет важную роль при анализе долгосрочных ценных бумаг с фиксированным доходом. Для упрощения расчетов было принято, что купонный платеж осуществляется раз в год. Предлагается формула для определения погрешности цены облигации в зависимости от ожидаемого изменения доходности на погашение. Анализируя свойства дюрации, определены недостатки, присущие этому показателю. Учитывая средневзвешенную продолжительность платежей, или дюрацию, рекомендуется формула, как более эффективная, для определения будущей цены облигации в зависимости от изменения доходности. Проведенные исследования являются теоретической базой для разработки моделей управления портфелями ценных бумаг с фиксированным доходом. Полученные научные результаты могут быть использованы в учебном процессе как в высших учебных заведениях, так и в специальных программах подготовки специалистов по ценным бумагам. Научные результаты можно использовать для разработки информационных технологий при определении стоимости ценных бумаг (облигаций с фиксированным купоном).

**Ключевые слова:** денежный поток, средневзвешенная продолжительность платежей, текущая стоимость, годовая ставка, рыночная ставка, срок погашения, период платежа, номинал, число купонных выплат.

**Рис.:** 4. **Табл.:** 1. **Формул:** 18. **Библ.:** 15.

**Глотов Евгений Александрович** – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой экономико-математических методов и информационных технологий, Харьковский институт финансов Украинского государственного университета финансов и международной торговли (пер. Плетневский, 5, Харьков, 61003, Украина)

**E-mail:** glotov50@mail.ru

**Череватенко Владимир Андреевич** – кандидат экономических наук, доцент, заместитель директора, Харьковский институт финансов Украинского государственного университета финансов и международной торговли (пер. Плетневский, 5, Харьков, 61003, Украина)

**E-mail:** arcvol\_k@rambler.ru

**Hlotov Y. O., Cherevatenko V. A. Identification of Factors of Influence upon the Cost of Fixed Coupon Securities**

The article studies fixed coupon securities (bonds). It provides a calculation of the cash flow, generated by fixed coupon securities, with enclosed discounted face value of securities. It analyses time indicator – average weighted duration of payments, which characterises sensitivity of the price of securities to changes of interest rates in the market. It proves availability of two groups of interconnections between the cost of a bond, coupon rate, market rate (rate of return) and term of its payment. The first group of interconnections reflects interconnections between the cost of a bond, coupon rate and market rate (rate of return). The second group characterises connection between the bond cost and term of its payment. The authors study the average weighted duration of payments. It plays an important role in analysis of long-term securities with fixed income. To simplify calculations it was accepted that the coupon payment is done once a year. The article offers a formula for identifying inaccuracy of the bond price depending on the expected change of profitability on payment. Analysing duration properties the article identifies shortcomings inherent in this indicator. Taking into account the average weighted duration of payments the article recommends a formula, as more efficient, for identification of the future bond price depending on change of profitability. The conducted studies are a theoretical ground for development of models of management of fixed income securities portfolios. The obtained scientific results could be used in the educational process both in colleges and specialised trainings of securities specialists. The scientific results could be used for developing information technologies when identifying cost of securities (fixed coupon bonds).

**Key words:** cash flow, average weighted duration of payments, current cost, annual rate, market rate, term of repayment, payment period, face value, number of coupon payments

**Pic.:** 4. **Tabl.:** 1. **Formulae:** 18. **Bibl.:** 15.

**Hlotov Yevhen O.** – Candidate of Sciences (Engineering), Associate Professor, Head of the Department of Economic and Mathematical Methods and Information Technology, Kharkiv Institute of Finance of the Ukrainian State University of Finance and International Trade (per. Pletnovskyy, 5, Kharkiv, 61003, Ukraine)

**E-mail:** glotov50@mail.ru

**Cherevatenko Volodymyr A.** – Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Deputy Director, Kharkiv Institute of Finance of the Ukrainian State University of Finance and International Trade (per. Pletnovskyy, 5, Kharkiv, 61003, Ukraine)

**E-mail:** arcvol\_k@rambler.ru

**Н**а ринку цінних паперів відзначено наявність двох груп взаємозв'язків між вартістю облігації, ставкою купона, ринковою ставкою і терміном її погашення. Перша група відображає взаємозв'язки між вартістю облігації, ставкою купона і ринковою ставкою (нормою прибутковості). Друга група характеризує зв'язок між вартістю облігації і терміном її погашення.

Авторами досліджено всі можливі взаємозв'язки між вартістю облігації, ставкою купона, ринковою ставкою і терміном її погашення, а також середньозважену тривалість платежів, або дюрацію, яка впливає на виплату прибутків.

Поняття «дюрація» введено американським ученим Ф. Маколі [1, 2]. Воно відіграє важливу роль при аналізі довгострокових цінних паперів із фіксованим прибутком. Показник дюрації, або середньої тривалості, більш коректно враховує особливості часової структури потоку платежів. Проте, головна цінність дюрації полягає в тому, що вона приблизно характеризує чутливість ціни облігації до змін процентних ставок на ринку (прибутковості на погашення).

Таким чином, використовуючи дюрацію, можна управляти ризиком [3], пов'язаним із зміною процентних ставок. Дослідження облігацій з фіксованим купоном дає можливість використати результати для розробки методики оцінки вартості цінних паперів з фіксованим купоном і розробити програмне забезпечення для розрахунку їх вартості.

*Мета статті* – виявити та згрупувати взаємозв'язки між вартістю облігації, ставкою купона, ринковою ставкою (нормою прибутковості) і терміном її погашення; визначити погрішність зміни ціни облігації залежно від очікуваної зміни прибутковості на погашення при зміні середньозваженої тривалості платежів, або дюрації, і майбутню ціну облігації, залежно від зміни прибутковості та з урахуванням дюрації. Тобто запропонувати більш ефективну формулу для визначення майбутньої ціни облігації залежно від зміни прибутковості.

У статті під цінними паперами визначено облігації з фіксованим купоном. Грошовий потік, який генерується цінними паперами з фіксованими купонами, є анuitетом, до якого наприкінці терміну операції додається дисконтована номінальна вартість цінних паперів [1 – 15]. Поточну вартість такого потоку визначають за відомою формулою (1):

$$PV = \sum_{t=1}^m \frac{(N \cdot k) / m}{(1+r/m)^{mt}} + \frac{F}{(1+r)^{mm}}, \quad (1)$$

де  $F$  – сума погашення (як правило, номінал, тобто  $F = N$ );  $k$  – річна ставка купона;  $r$  – ринкова ставка (норма дисконту);  $n$  – термін погашення цінних паперів;  $t$  – період платежу за купоном;  $N$  – номінал;  $m$  – число купонних виплат на рік.

Поточна вартість цінних паперів залежить від величини ринкової процентної ставки (необхідної норми прибутковості) і терміну погашення. Залежність є оберненою.

З базової моделі оцінки виділені дві групи взаємозв'язків між вартістю облігації, ставкою купона, ринковою ставкою (нормою прибутковості) і терміном її погашення.

Перша група взаємозв'язків відображає взаємозв'язки між вартістю облігації, ставкою купона і ринковою ставкою (нормою прибутковості):

- ✦ якщо ринкова ставка (норма прибутковості) вища від ставки купона, то поточна вартість облігації буде меншою за номінал (тобто облігація буде продаватися з дисконтом);
- ✦ якщо ринкова ставка (норма прибутковості) менша від ставки купона, то поточна вартість обліга-

ції буде більшою за номінал (тобто облігація буде продаватися із премією);

- ✦ за рівності купонної та ринкової ставок поточна вартість облігації дорівнює номіналу.

Друга група характеризує зв'язок між вартістю облігації і терміном її погашення:

- ✦ якщо ринкова ставка (норма прибутковості) вища від ставки купона, то сума дисконту з облігації буде зменшуватися з наближенням терміну погашення;
- ✦ якщо ринкова ставка (норма прибутковості) менша за ставку купона, то величина премії з облігації буде зменшуватися із наближенням терміну погашення;
- ✦ чим більший термін обігу облігації, тим чутливіша її ціна до змін ринкової ставки.

Наведені положення потребують більш детального розгляду. Для спрощення прийнято, що виплата купона проводиться раз на рік.

**Приклад 1.** Термін обігу облігації з номіналом 1000,00 грн складає 10 років. Ставка купона ( $k$ ), яка виплачується раз на рік, дорівнює 15%. Визначити вартість облігації, якщо:

- а) ринкова ставка ( $r$ -норма прибутковості) дорівнює 22%;
- б) ринкова ставка ( $r$ -норма прибутковості) дорівнює 10%;
- в) ринкова ставка дорівнює ставці купона ( $r = k$ ).

**Д**ля ілюстрації чутливості вартості облігації до терміну погашення використано інструмент MS Excel. Пакети прикладних програм, які реалізують функції табличних процесорів, використано для аналізу проблем виду «що буде, якщо». Табличні процесори містять спеціальні засоби для автоматизації розв'язування таких задач, MS Excel надає користувачеві широкі можливості з моделювання подібних розрахунків [13, 14]. Для цього в ньому реалізований спеціальний засіб, який дозволяє швидко розраховувати, переглядати і порівнювати вплив на результат будь-якої кількості варіацій одного показника. У MS Excel існує два типи таких таблиць:

- ✦ з одним входом – для аналізу впливу одного показника;
- ✦ з двома входами – для аналізу впливу двох показників одночасно.

Для реалізації типової процедури аналізу чутливості в аналізованому прикладі використано перший тип таблиць – із одним входом.

Фрагменти електронної таблиці для розв'язування прикладу 1 наведено на *рис. 1 – 3*.

Аналогічна таблиця, яка реалізує розрахунки при умові, коли  $r < k$ , подається на *рис. 2*.

Наведені *рис. 1 – 3* наочно демонструють справедливості положень перших двох взаємозв'язків аналізованої групи.

Дослідження чутливості поточної вартості цінних паперів (облігацій) від змін ринкової процентної ставки (норми прибутковості) проведено на прикладі 2. У прикладі 2 буде показано, що зі збільшенням терміну облігації буде чутливіша її ціна до зміни ринкової ставки.

**Приклад 2.** Розглянуто можливість придбання облігацій  $B$  та облігацій  $C$ , характеристики яких наведені в *табл. 1*.

Аналіз чутливості вартості облігацій до змін ринкової ставки наведено на *рис. 4*.

Як видно з *рис. 4*, зі збільшенням терміну облігації процентна зміна курсової вартості облігації  $C$  є вищою, ніж облігації  $B$  при збільшенні або зменшенні ринкової ставки.

	A	B	C	D
3	Номинал N =	1000		
4	Строк погашення n =	10		
5	Ставка купона k =	0,15		
6	Ринкова ставка r =	0,22		
7		Число років до погашення	Вартість	Сума дисконту
8				
9			<b>-725,38</b>	
10		10	-725,377	274,6229
11		9	-734,96	265,0399
12		8	-746,651	253,3487
13		7	-760,915	239,0854
14		6	-778,316	221,6842
15		5	-799,545	200,4548
16		4	-825,445	174,5548
17		3	-857,043	142,9569
18		2	-895,593	104,4074
19		1	-942,623	57,37705
20		0	-1000	0

Рис. 1. Фрагмент електронної таблиці для  $r > k$

	A	B	C	D
3	Номинал N =	1000		
4	Строк погашення n =	10		
5	Ставка купона k =	0,15		
6	Ринкова ставка r =	0,1		
7		Число років до погашення	Вартість	Сума дисконту
8				
9			<b>-1307,23</b>	
10		10	-1307,23	307,2284
11		9	-1287,95	287,9512
12		8	-1266,75	266,7463
13		7	-1243,42	243,4209
14		6	-1217,76	217,763
15		5	-1189,54	189,5393
16		4	-1158,49	158,4933
17		3	-1124,34	124,3426
18		2	-1086,78	86,77686
19		1	-1045,45	45,45455
20		0	-1000	0

Таблиця 1

Рис. 2. Фрагмент електронної таблиці для  $r < k$   
Характеристики облігації В і С

Характеристика	Облігація В	Облігація С
Номинал, грн	100	100
Ставка купона, %	15	15
Термін погашення (років)	8	12
Ринкова ставка, %	20	20
Поточний курс (t = 0), грн	80,81	77,80

	A	B	C	D
3	Номинал N =	1000		
4	Строк погашення n =	10		
5	Ставка купона k =	0,22		
6	Ринкова ставка r =	0,22		
7		Число років до погашення	Вартість	Сума дисконту
8				
9			-1000,00	0,00
10		10	-1000,00	0,00
11		9	-1000,00	0,00
12		8	-1000,00	0,00
13		7	-1000,00	0,00
14		6	-1000,00	0,00
15		5	-1000,00	0,00
16		4	-1000,00	0,00
17		3	-1000,00	0,00
18		2	-1000,00	0,00
19		1	-1000,00	0,00
20		0	-1000,00	0,00

Рис. 3. Фрагмент електронної таблиці коли  $r = k$

	A	B	C	D	
1		Облігація «В»		Облігація «С»	
2	Номинал N =	100		100	
3	Строк погашення n =	8		12	
4	Ставка купона k =	0,15		0,15	
5	Ринкова ставка r =	0,2		0,2	
6		Зміна ринкової ставки	Вартість	Зміна ринкової ставки	Вартість
7	Поточний курс		80,81		77,80
8		0,16	95,66	0,16	94,80
9		0,18	87,77	0,18	85,62
10		0,2	80,81	0,2	77,80
11		0,22	74,67	0,22	71,11
12		0,24	69,21	0,24	65,34
13		0,26	64,35	0,26	60,33

Рис. 4. Розв'язання прикладу 2

Наприклад, при збільшенні ринкової ставки до 24% падіння курсу облігації В буде 11,6%, а облігації С – 12,47%. Відповідно при зниженні ринкової ставки до 16% курс облігації В зростає на 14,84%, а облігації С – на 17%.

Подальші дослідження міри впливу зміни процентних ставок на ціни облігацій зводять до одного з фундаментальних понять інвестиційного аналізу – середньозваженої тривалості потоку платежів, або дюрації.

Дотепер бралася до уваги тільки одна часова характеристика цінних паперів (облігацій) – термін погашення  $n$ . Проте, для зобов'язань із виплатою прибутків не менш важливу роль відіграє ще один часовий показник – середньозважена тривалість платежів або дюрація [1, 2, 7, 9, 10, 15].

Поняття «дюрація» відіграє важливу роль при аналізі довгострокових цінних паперів із фіксованим прибутком.

Із метою спрощення встановлено, що купонний платіж здійснюється раз на рік. Тоді дюрацію  $D$  [1, с. 7] можна визначити за формулою (2):

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{tCF_t}{(1+r)^t} + \frac{nF}{(1+r)^n}}{\sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^n}}, \quad (2)$$

де  $CF_t$  – величина платежу за купоном у період  $t$ ;  $F$  – сума погашення (як правило – номінал);  $n$  – термін погашення,  $r$  – процентна ставка (норма дисконту), рівна прибутковості на погашення ( $r = YTM$ ).

Знаменник виразу (2) є формулою (1) для розрахунку поточної вартості облігації із фіксованим купоном, тобто величиною  $PV$ . Перетворемо формулу (2) з урахуванням величини норми дисконту  $r = YTM$ :

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n t \left( \frac{CF_t}{(1+YTM)^t} \right)}{PV} + \frac{n \left( \frac{F}{(1+YTM)^n} \right)}{PV}. \quad (3)$$

З формули (3) випливає, що дюрація є середньозваженою із періодів надходжень за облігацією. Використовувані при цьому ваги є часткою кожного дисконтованого платежу в сучасній вартості всього потоку -  $PV$ .

Встановлено, що дюрація залежить від трьох чинників – ставки купона  $k$ , терміну погашення  $n$  і прибутковості  $YTM$ .

На основі аналізу взаємозв'язку дюрації з показниками  $n$ ,  $k$  і  $YTM$  зроблено такі висновки:

- дюрація облігації з нульовим купоном завжди дорівнює терміну її погашення, тобто: при  $k = 0$ ,  $D = n$ ;
- дюрація купонної облігації завжди менша від терміну погашення при  $k > 0$ ,  $D < n$ ;
- із зростанням прибутковості (процентної ставки на ринку) дюрація купонної облігації зменшується, і навпаки.

Показник дюрації, або середньої тривалості, більш коректно враховує особливості часової структури потоку платежів. Як випливає з формули (3), віддалені платежі мають меншу вагу і, отже, менше впливають на результат, ніж більш близькі до моменту оцінки.

Дюрацію часто інтерпретують як середній термін зобов'язання, з урахуванням його поточної (сучасної) величини, або, іншими словами, як точку рівноваги термінів дисконтованих платежів. Зокрема, дюрацію купонної облігації можна трактувати як термін еквівалентного зобов'язання без поточних виплат відсотків (наприклад, облігації з нульовим купоном).

Важливе теоретичне і прикладне значення при аналізі відіграє гранична величина дюрації  $LVD$ , яка обчислюється за формулою (4):

$$LVD = \frac{1+YTM}{YTM}. \quad (4)$$

Цей показник має такі властивості:

- середня тривалість платежів із безстрокових облігацій дорівнює величині  $LVD$ , незалежно від величини ставки купона;

– дюрація купонної облігації, придбаної за номіналом або з премією, монотонно зростає разом зі збільшенням терміну погашення і наближається до свого граничного значення  $LVD$  із наближенням терміну погашення до нескінченності, тобто при  $n \rightarrow \infty$ ,  $D \rightarrow LVD$ ;

– дюрація купонної облігації, придбаної з дисконтом, досягає свого максимуму раніше, ніж термін погашення наблизиться до нескінченності, і потім знижується, наближаючись до величини  $LVD$ .

Проте головна цінність дюрації полягає в тому, що вона приблизно характеризує чутливість ціни облігації до змін процентних ставок на ринку (прибутковості на погашення).

Таким чином, використовуючи дюрацію, можна управляти ризиком, пов'язаним із зміною процентних ставок.

У загальному випадку, процентний ризик облігації може бути вимірний показником еластичності її ціни  $P$  відносно ринкової ставки  $r$ .

Авторами прийнято, що  $r = YTM$ , тоді еластичність  $EL$  визначається за формулою (5):

$$EL = \frac{\Delta P / P}{\Delta YTM / (1+YTM)} < 0. \quad (5)$$

Оскільки між ціною облігації та її прибутковістю існує обернена залежність, величина  $EL$  завжди від'ємна. З формули (5) випливає, що:

$$\frac{\Delta P}{P} = -EL \left[ \frac{\Delta YTM}{1+YTM} \right]. \quad (6)$$

Якщо  $r = YTM$ , то її величина визначається з рівняння [7]:

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{CF}{(1+YTM)^t} + \frac{F}{(1+YTM)^n}, \quad (7)$$

де  $F$  – ціна погашення (як правило  $F = N$ ).

Застосувавши диференціювання одержано:

$$\frac{dP/P}{dYTM/(1+YTM)} = \frac{\sum_{t=1}^n t \left( \frac{CF_t}{(1+YTM)^t} \right)}{PV} + \frac{n \left( \frac{F}{(1+YTM)^n} \right)}{PV} = -D. \quad (8)$$

З формули (8) встановлено:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D \left[ \frac{\Delta YTM}{1+YTM} \right]. \quad (9)$$

З формул (6) і (9) випливає, що  $EL = D$ . Таким чином, дюрація характеризує еластичність ціни облігації до зміни її прибутковості.

Праву частину (9) перетворемо таким чином:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D \left[ \frac{\Delta YTM}{1+YTM} \right] = - \left[ \frac{D}{1+YTM} \right] \Delta YTM. \quad (10)$$

Величина, яка знаходиться в квадратних дужках, одержала назву модифікованої [1, 2, 7, 10, 15] дюрації  $MD$ :

$$MD = \frac{D}{1+YTM}. \quad (11)$$

З формули (11) визначено:

$$\frac{\Delta P}{P} = -(MD \times \Delta YTM). \quad (12)$$

Пропонується використання формули (12) для визначення похибки ціни облігації, залежно від очікуваної зміни прибутковості на погашення.

Завершуючи розгляд властивостей дюрації, визначено невеликі, властиві цьому показнику.

Перше обмеження випливає з нелінійної форми зв'язку між  $YTM$  і  $P$ . Оскільки швидкість зміни показників при цьому буде різною, застосування показників  $D$  чи  $MD$  для прогнозування цін облігацій у випадку значних коливань процентних ставок буде призводити до завищення падіння курсу при зростанні  $YTM$  і зниження реального зростання курсу при зменшенні  $YTM$ .

Іншим істотним недоліком дюрації, як міри вимірювання процентного ризику, є неявне припущення про незалежність прибутковості від терміну погашення.

Незважаючи на відзначені недоліки, показник середньої тривалості платежів (дюрація) широко використовується в теоретичному у прикладному аналізі ринку цінних паперів.

**Я**к уже говорилося, причинами проблем, що виникають при використанні дюрації, є нелінійність взаємозв'язку між ціною і прибутковістю. За її характеристику може використовуватися друга похідна функції (1):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial (YTM)^2} = \sum_{t=1}^T \frac{t(t+1)C_t}{(1+YTM)^{t+2}} > 0. \quad (13)$$

З математичної точки зору значенням даного виразу є швидкість зміни дюрації при зміні прибутковості на погашення  $YTM$ . З цього виразу, зокрема, випливає опуклість кривої «ціна – прибутковість».

Чисельне значення другої похідної залежить від величини купонного платежу  $ct$ , терміну обігу  $T$  і прибутковості  $YTM$ . Оскільки для купонних облігацій у більшості випадків  $ct = const$  і термін погашення  $T$  відомий заздалегідь, головний інтерес викликає залежність від  $YTM$ . Як випливає з формули опуклості, чисельне значення другої похідної зменшується зі зростанням  $YTM$  і навпаки. Таким чином, опуклість є поясненням правила асиметричної зміни цін при однаковій зміні прибутковості (величина зростання курсу завжди більша за величину падіння). Перепишемо одержану формулу в такому вигляді:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial (YTM)^2} = \sum_{t=1}^T \frac{t(t+1)C_t}{(1+YTM)^{t+2}} = \left( \frac{1}{(1+YTM)^2} \right) \sum_{t=1}^T \frac{t(t+1)C_t}{(1+YTM)^t}. \quad (14)$$

Розділивши на  $P$ , одержимо кількісний вимір опуклості кривої «ціна – прибутковість»:

$$V = \left( \frac{1}{P(1+YTM)^2} \right) \sum_{t=1}^T \frac{t(t+1)C_t}{(1+YTM)^t}. \quad (15)$$

З наведених формул випливає, що опуклість прямо залежить від терміну погашення  $T$  і дюрації. Можна також показати, що опуклість є такою функцією, що зростає від терміну погашення. У цілому властивості опуклості відносно  $T$  і  $k$  аналогічні властивостям дюрації.

Водночас опуклість зв'язана додатною залежністю зі змінами процентних ставок (прибутковості на погашення). Пояснення цієї властивості випливає з того факту, що опуклість можна визначити як різницю між фактичною ціною облігації та її ціною, визначеною з використанням модифікованої дюрації.

Спільне використання дюрації  $D$  і опуклості  $V$  при аналізі цінних паперів із фіксованим прибутком дозволяє істотно підвищити точність оцінки змін їх вартості. Водночас їх спільне використання потребує відповідної формалізації.

Один із підходів до розв'язування цієї проблеми базується на апроксимації зміни ціни облігації  $P$  рядом Тейлора. При цьому степеневий ряд має такий вигляд:

$$\partial P = \frac{\partial P}{\partial (YTM)} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial (YTM)^2} + \dots + \frac{1}{n!} \frac{\partial^n P}{\partial (YTM)^n}. \quad (16)$$

Обмежимося розглядом перших двох членів ряду. Розділивши обидві частини на  $P$ , одержимо:

$$\frac{\partial P}{P} = \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial (YTM)} + \frac{1}{2} \frac{1}{P} \frac{\partial^2 P}{\partial (YTM)^2}. \quad (17)$$

Перший доданок є дюрацією  $D$ , а другий – опуклістю  $V$ , помноженою на константу.

З урахуванням вищесказаного більш ефективну формулу для визначення майбутньої ціни облігації залежно від зміни прибутковості можна подати в такому вигляді:

$$P = P_0 + (P_0 \cdot D \cdot \partial(YTM)) + \frac{1}{2} \cdot P_0 \cdot V \cdot \partial(YTM)^2, \quad (18)$$

де  $P$  – майбутня ціна облігації за умови, що прибутковість зміниться на величину  $YTM$ ;  $P_0$  – поточна ціна облігації;  $D$  – дюрація;  $V$  – опуклість.

Відзначимо, що додаванням в одержану модель членів ряду Тейлора більш високих порядків можна домогтися ще більшої точності прогнозу, водночас їх частка в загальній зміні вартості достатньо мала.

Проведені дослідження властивостей кількісних характеристик облігацій є теоретичною базою для розробки моделей управління портфелями цінних паперів із фіксованим доходом.

## ВИСНОВКИ

Доведено наявність двох груп взаємозв'язків між вартістю облігації, ставкою купона, ринковою ставкою (нормою прибутковості) і терміном її погашення. Перша група взаємозв'язків відображає взаємозв'язки між вартістю облігації, ставкою купона і ринковою ставкою (нормою прибутковості). Друга група характеризує зв'язок між вартістю облігації і терміном її погашення. Авторами досліджено середньозважену тривалість платежів або дюрацію. Пропонується використання формули (12) для визначення похибки ціни облігації, залежно від очікуваної зміни прибутковості на погашення. Формулу (18) використовувати як більш ефективну формулу для визначення майбутньої ціни облігації в залежності від зміни прибутковості.

Проведені дослідження є теоретичною базою для розробки моделей управління портфелями цінних паперів із фіксованим доходом.

Одержані наукові результати можуть бути використані в навчальному процесі як вищих навчальних закладів, так і в спеціальних програмах підготовки фахівців з цінних паперів. Пропонується також використання наукових результатів для розробки програмних засобів для визначення вартості цінних паперів (облігацій із фіксованим купоном). ■

## ЛІТЕРАТУРА

1. 7-Book Store. Дюрація Ф. Маколи // [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://fido.fem.spbstu.ru/modules/library/text\\_book.php&id=4&page=7](http://fido.fem.spbstu.ru/modules/library/text_book.php&id=4&page=7)
2. Сломан Дж. Економикс. Экспресс-курс. – 5-е изд. / Дж. Сломан, М. Сатклифф. – Питер, 2007. – 608 с.
3. Рэй К. И. Рынок облигаций: торговля и управление рисками / К. И. Рэй. – М. : Дело, 2002.

4. **Баторшина А. Ф.** Формування моделі ринку цінних паперів в трансформаційних економіках : дис... канд. екон. наук: 08.00.02 / Державний вищий навчальний заклад «Київський національний економічний ун-т ім. Вадима Гетьмана». – К., 2007. – 222 с.

5. **Царев В. В.** Оценка экономической эффективности инвестиций / В. В. Царев – Питер, 2004. – 464 с.

6. **Scott, William R.** Financial Accounting Theory: Second Edition. – Scarborough, Ontario: Prentice Hall Canada Inc., 2000.

7. **Ross S.** The Determination of Financial Structure: The Incentive-Sygnalling Approach // Bell Journal of Economics. – 1977. – Vol. 8. – pp. 23 – 40.

8. **Алексеев М. Ю.** Рынок ценных бумаг : учеб. пособ. / М. Ю. Алексеев. – М. : Финансы и статистика, 1992. – 352 с.

9. **Кочович Е.** Финансовая математика: Теория и практика финансово-банковских расчетов : учеб. пособие / Е. Кочович. – М. : Финансы и статистика, 1994. – 271 с.

10. **Семенкова Е. В.** Операции с ценными бумагами : учебное пособие / Е. В. Семенкова. – М. : Перспектива, 1997. – 328 с.

11. **Шведов А. С.** Теория эффективных портфелей ценных бумаг / А. С. Шведов. – М. : Изд-во ГУ ВШЭ, 1999.

12. Выбор инвестиционного портфеля // [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://stat.bashedu.ru/konkurs/bakirov/aug/vibor.htm>

13. **Беннинг Ш.** Финансовое моделирование с использованием Excel: книга-2-е издание / Ш. Беннинг. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2007. – 197 с.

14. **Пикуза В.** Экономические и финансовые расчеты в Excel: книга / В. Пикуза, А. Гаращенко. – С-Пб. : Питер, 2006. – 317 с.

15. **Лукаевич И. Я.** Анализ финансовых операций. Методы, модели, техника вычислений : підручник / И. Я. Лукаевич. – М. : Юнити, 1998. – 400 с.

## REFERENCES

Alekseev, M. Yu. *Rynok tsennykh bumag* [Securities market]. Moscow: Finansy i statistika, 1992.

Batorshyna, A. F. «Formuvannya modeli rynku tsennykh paperv v transformatsiynykh ekonomikakh» [Forming models of securities markets in transition economies]. *Dys. ... kand. ekon. nauk: 08.00.02*, 2007.

«7-Book Store. Diuratsiia F. Makoli» [7-Book Store. Duration F. McAuley]. [http://fido.fem.spbstu.ru/modules/library/text\\_book.php&id=4&page=7](http://fido.fem.spbstu.ru/modules/library/text_book.php&id=4&page=7)

Benning, Sh. *Finansovoe modelirovanie s ispolzovaniem Excel* [Financial modeling using Excel]. Moscow: Viliams, 2007.

Kochovich, E. *Finansovaia matematika: Teoriia i praktika finansovo-bankovskikh raschetov* [Financial Mathematics: Theory and practice of financial and bank accounts]. Moscow: Finansy i statistika, 1994.

Lukasevych, Y. Ya. *Analyz fyansovykh operatsyi. Metody, modely, tekhnika vychysleniy* [Analysis of financial transactions. Methods, models, techniques computing]. Moscow: Yunyty, 1998.

Pikuza, V., and Garashchenko, A. *Ekonomicheskie i finansovye raschety v Excel* [Economic and financial calculations in Excel]. St. Petersburg: Piter, 2006.

Rey, K. I. *Rynok obligatsiy: torgovlia i upravlenie riskami* [Bond market: trade and risk management]. Moscow: Delo, 2002.

Ross, S. «The Determination of Financial Structure: The Incentive-Sygnalling Approach». *Bell Journal of Economics*, vol. 8 (1977): 23-40.

Semenkova, E. V. *Operatsii s tsennymi bumagami* [Securities transactions]. Moscow: Perspektiva, 1997.

Shvedov, A. S. *Teoriia effektivnykh portfeley tsennykh bumag* [Theory of efficient portfolios]. Moscow: GU VShE, 1999.

Slovan, Dzh., and Satkliff, M. *Ekonomiks. Ekspres-kurs* [Economics. Express Course]. St. Petersburg: Piter, 2007.

Scott, W. R. *Financial Accounting Theory* Scarborough; Ontario: Prentice Hall Canada Inc., 2000.

Tsarev, V. V. *Otsenka ekonomicheskoy effektivnosti investitsiy* [Assessment of the economic efficiency of investments]. St. Petersburg: Piter, 2004.

«Vybor investitsionnogo portfelia» [Choose an investment portfolio]. <http://stat.bashedu.ru/konkurs/bakirov/aug/vibor.htm>