

ЕФЕКТИ СИНХРОНІЗАЦІЇ ДИНАМІКИ ФОНДОВИХ ІНДЕКСІВ ТА КУРСІВ ВАЛЮТ ПРИ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОМУ АНАЛІЗІ З ВИКОРИСТАННЯМ ВЕЙВЛЕТ-ТЕХНОЛОГІЙ

© 2014 КРАВЕЦЬ Т. В., БЕРЕЗНЮК О. В.

УДК 330.101.52: 336.76

Кравець Т. В., Березнюк О. В. Ефекти синхронізації динаміки фондових індексів та курсів валют при мультифрактальному аналізі з використанням вейвлет технологій

У статті проведено аналіз поведінки фондових індексів і курсів валют до та під час кризових явищ з метою виявлення ключових ознак передкризового стану, локалізації та опису кризових ефектів за часом і масштабом засобами мультифрактального аналізу та вейвлет-перетворення. Практично апробований метод виділення інтервалів самоподібної поведінки фінансових рядів. Для індексів Доу-Джонса та S&P 500 на часовому інтервалі 2001 – 2013 рр. виявлено проміжки фрактальності та ті часові інтервали, коли поведінка рядів визначалася хаотичною складовою. Запропонована міра синхронної поведінки фондових індексів і курсів валют, яка дозволяє оцінювати ступінь наростання кризових явищ і прогнозувати їх. Така міра обчислена для рядів EUR/GBP, EUR/USD, FTSE 100, S&P 500, Dow Jones, DAX, CAC 40. Спостерігається тісний зв'язок між її значеннями та силою кризових явищ, що мали місце у відповідні проміжки часу. Наводиться характеристика основних економічних криз за період 2001 – 2013 рр. з метою порівняння реальних подій та особливостей динаміки міри синхронізації як передвісника кризових явищ.

Ключові слова: фрактальний аналіз, фондові індекси, курси валют, криза, коефіцієнт Херста, вейвлет-перетворення.

Рис.: 3. **Бібл.:** 15.

Кравець Тетяна Вікторівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики, Київський національний університет ім. Т. Шевченка (вул. Володимирська, 60, Київ, 01601, Україна)

E-mail: tankravets@univ.kiev.ua

Березнюк Оксана Володимирівна – студент, економічний факультет, Київський національний університет ім. Т. Шевченка (вул. Володимирська, 60, Київ, 01601, Україна)

E-mail: oханabereznuik@gmail.com

УДК 330.101.52: 336.76

Кравець Т. В., Березнюк О. В. Эффекты синхронизации динамики фондовых индексов и курсов валют при мультифрактальном анализе с использованием вейвлет-технологий

В статье произведен анализ поведения фондовых индексов и курсов валют до и во время кризисных явлений с целью выявления ключевых признаков предкризисного состояния, локализации и описания кризисных эффектов по времени и масштабу методами мультифрактального анализа и вейвлет-преобразования. Практически апробирован метод выделения интервалов самоподобного поведения финансовых рядов. Для индексов Доу-Джонса и S&P 500 на временном интервале 2001 – 2013 гг. обнаружены промежутки фрактальности, а также те моменты времени, когда поведение рядов было детерминировано хаотической составляющей. Предложена мера синхронного поведения фондовых индексов и курсов валют, значение которой позволяет оценивать степень распространения кризисных явлений и прогнозировать их. Эта мера вычислена для рядов EUR/GBP, EUR/USD, FTSE 100, S&P 500, Dow Jones, DAX, CAC 40. Наблюдается тесная связь между значениями введенной меры и силой кризисных явлений, которые имели место в соответствующие промежутки времени. Приводится характеристика основных экономических кризисов за период 2001 – 2013 гг. с целью сравнения реальных событий и особенностей динамики меры синхронизации в качестве предвестника кризисных явлений.

Ключевые слова: фрактальный анализ, фондовые индексы, курсы валют, кризис, коэффициент Херста, вейвлет-преобразование.

Рис.: 3. **Библ.:** 15.

Кравець Тетяна Вікторівна – кандидат фізико-математических наук, доцент, доцент, кафедра економічної кібернетики, Київський національний університет ім. Т. Шевченка (вул. Владимирская, 60, Киев, 01601, Украина)

E-mail: tankravets@univ.kiev.ua

Березнюк Оксана Владимировна – студент, экономический факультет, Киевский национальный университет им. Т. Шевченко (вул. Владимирская, 60, Киев, 01601, Украина)

E-mail: oханabereznuik@gmail.com

UDC 330.101.52: 336.76

Kravets T. V., Bereznyuk O. V. Effects of Synchronisation of Dynamics of Stock Indices and Currency Rates during Multifactor Analysis with the Use of Wavelet Technologies

The article conducts analysis of behaviour of stock indices and currency rates before and after the crisis phenomena with the aim of detection of key features of the pre-crisis state, localisation and description of crisis effects by time and scale using methods of multifractal analysis and wavelet transformation. The article checks the method of allocation of intervals of self-similar behaviour of financial series in practice. For Dow Jones and S&P 500 indices the article detects in the time interval of 2001 – 2013 fractality spans and also moments of time when behaviour of series was determined with the chaotic component. The article offers the measure of synchronous behaviour of stock indices and currency rates, value of which allows assessment of the degree of propagation of crisis phenomena and forecasting them. This measure is calculated for EUR/GBP, EUR/USD, FTSE 100, S&P 500, Dow Jones, DAX and CAC 40 series. The article observes a close connection between values of the introduced measure and volume of crisis phenomena, which took place in relevant period of time. It gives a characteristics of main economic crises for the period 2001 – 2003 with the aim of comparison of real events and specific features of dynamics of the measure of synchronisation as a precursor of crisis phenomena.

Key words: fractal analysis, stock indices, currency rates, crisis, Hurst ratio, wavelet transformation.

Pic.: 3. **Bibl.:** 15.

Kravets Tetyana V. – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor, Associate Professor, Department of Economic Cybernetics, Kyiv National University named after T. Shevchenko (vul. Volodymyrska, 60, Kyiv, 01601, Ukraine)

E-mail: tankravets@univ.kiev.ua

Bereznyuk Oksana V. – Student, Faculty of Economics, Kyiv National University named after T. Shevchenko (vul. Volodymyrska, 60, Kyiv, 01601, Ukraine)

E-mail: oханabereznuik@gmail.com

Фінансові ринки чутливо реагують на зовнішні впливи та шоки, про що свідчать фінансово-економічні кризи останнього десятиріччя. Зростаюча нестабільність та невизначеність поведінки фінансових ринків вимагає пошуку нових підходів і методів дослідження процесів самоорганізації, критичних та кризових явищ.

Руйнівні наслідки валютних криз є потужним стимулом до розробки й впровадження методів, що дозволяють прогнозувати потрясіння на фінансових ринках. Глобальна фінансова криза 2007 – 2009 рр., яка торкнулася майже кожного, яскраво продемонструвала, що моніторинг, прогнозування та попередження кризових явищ є надзвичайно актуальною задачею. Тому проблема самоорганізації та забезпечення динамічної стійкості сучасної економіки на макрорівні є однією із пріоритетних у сучасних економічних дослідженнях [6].

Одним із перспективних напрямків дослідження економічних процесів є аналіз фрактальних і мультифрактального властивостей часових фінансових рядів. Популярність фрактального аналізу заснована на його можливості досліджувати сигнали, які з точки зору спектральної теорії є білим шумом або броунівським рухом [1 – 4]. З теорії фазових переходів відомо, що при наближенні до різкої зміни властивостей системи (до фазового переходу) відбувається синхронізація поведінки малих частин системи. Ця властивість збільшення колективної компоненти перед переходом системи в якісно новий стан є один з універсальних «прапорів катастроф» [5]. Таким чином, збільшення порядку і зменшення хаосу служить передвісником катастрофи.

Проблема аналізу та моделювання поведінки фондових та валютних ринків, валютних котирувань та біржових індексів знайшла своє відображення у роботах [6 – 13]. Проводилися дослідження окремих фінансових часових рядів методами фрактального аналізу з метою визначення їх персистентності на фіксованих часових проміжках [8, 9] та за допомогою рухомих часових вікон [10 – 13]. При цьому використовувалися альтернативні способи розрахунку основних показників [8, 9, 12]. У роботах [10, 13] пропонувалися підходи з використанням вейвлет перетворення та рекурентного аналізу [11].

Одним із найважливіших наукових завдань залишається визначення передвісників кризових явищ, тих моментів у часі, коли система починає розвиватися у небезпечному напрямку, що зумовлює необхідність її регулювання.

Метою статті є вивчення ефектів синхронізації, що виникають при спільному мультифрактальному аналізі динаміки валютних котирувань і фондових індексів з використанням вейвлет технологій. Ефекти синхронізації поведінки можуть бути використані в якості передвісників фінансових криз.

Обов'язковим етапом процесу оцінки фрактальної структури часового ряду є розрахунок показника Херста H , на основі якого можна класифікувати часові ряди за типом та глибиною пам'яті. Існує декілька альтернативних підходів до обчислення показника Херста. R/S -аналіз, або метод нормованого розмаху є один із найбільш ранніх та простих у реалізації підходів [3, 10]. Цей метод доцільно використовувати при розгляді монофрактальних рядів. Крім того, R/S аналіз не здатний розрізнити дробові гаусові та негаусові шуми. Розглянемо спектральні методи обчислення показника Херста.

Випадковий процес з неперервним часом $Y(t)$ називається самоподібним з індексом H , якщо для будь-якого $a > 0$ функція розподілу довільних кінцевих вибірок ви-

падкової величини $Y(a \cdot t)$ збігається з функцією розподілу кінцевих вибірок величини $a^H \cdot Y(t)$. Для самоподібних процесів розтягнення (при $a < 1$) або стиснення (при $a > 1$) осі часу є аналогічним простому розтягненню або стисненню осі ординат в a^H разів. Параметр Херста H називається також масштабуючою експонентою [3, 8, 10].

Нехай $S_{zz}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \gamma_{zz}(k) e^{-ik\omega}$ – спектральна щільність стаціонарної випадкової послідовності $z(k)$. Тоді $S_{zz}(\omega) \sim \omega^{-(2H-1)}$ при $\omega \rightarrow 0$, тобто якщо $0,5 < H < 1$, то $S_{zz}(\omega) \rightarrow \infty$ і часовий ряд $z(k)$ має низькочастотний харак-

тер. Якщо обчислити кумулятивне значення фрактального шуму $z(k)$, тобто розглянути часовий ряд $H(k)$, що задовольняє співвідношення $X(k+1) = X(k) + z(k)$, то для спектру потужності такого ряду буде справедлива асимптотична формула $S_{XX}(\omega) \sim \omega^{-(2H+1)}$, $\omega \rightarrow 0$. При цьому дисперсія будь-якої реалізації такого процесу довжиною N буде прямувати до нескінченності за законом $\sim N^{2H}$.

Бгато процесів не є самоподібними з точки зору чистої математики. Тим не менш, у практичному фрактальному аналізі часових рядів припускається, що в певні інтервали часу вони можуть володіти деякими властивостями самоподібних процесів. За кінцевою вибіркою ряду обчислюється спектр потужності, визначається α нахил графіку спектра потужності в подвійному логарифмічному масштабі як коефіцієнт лінійної регресії між значеннями $\ln(S_{XX}(\omega))$ і $-\ln(\omega)$, виходячи із формули $S_{XX}(\omega) \sim \omega^{-\alpha}$.

Дада обчислюється оцінка сталої Херста $H = \frac{\alpha-1}{2}$. Часові вікна, для яких виконується обмеження $0 < H < 1$, можуть бути інтерпретовані як інтервали самоподібної поведінки.

Альтернативний спосіб обчислення спектральної експоненти передбачає використання ортогонального вейвлет-розкладу фрагментів часового ряду в часовому вікні. Коефіцієнт Херста можна оцінити через швидкість зростання середніх значень квадратів модулів вейвлет-

коефіцієнтів: $W_k = \sum_{j=1}^{N(k)} |c_j^{(k)}|^2 / N(k)$ [14, 15]. Тут $c_j^{(k)}$ – коефі-

цієнти ортогонального дискретного вейвлет-розкладу вибірки самоподібного часового ряду, $k = 1, \dots, m$ – номер рівня детальності розкладу, $N(k)$ – кількість вейвлет-коефіцієнтів на рівні детальності k , $N(k) \leq 2^{(m-k)}$. Аналогічно співвідношенню для швидкості зростання спектра потужності, $W_k \sim (s_k)^{2H+1}$, де s_k – характерний часовий масштаб рівня детальності k . Оскільки $s_k = \frac{2^k}{2^{k+1}}$, то $\log_2(W_k) \sim k^{2H+1}$.

Таким чином, значення коефіцієнта нахилу прямої, обчисленого за методом найменших квадратів для пар значень $(\log_2(W_k), k)$, є оцінкою величини $2H + 1$.

Позначимо через $H_k(\tau)$ значення оцінки параметру Херста для k -го часового ряду залежно від τ -часової координати правого кінця плаваючого вікна. Динаміка $H_k(\tau)$ досліджувалася для часових рядів EUR/USD, EUR/GBP, індексів Доу-Джонса, S&P 500, FTSE 100, DAX, CAC 40. Розрахунки проводилися в середовищі програми для обчис-

лення значення вейвлетного спектральної експоненти часового ряду [15]. Використовувався словник з 17 вейвлетів: 10 звичайних ортогональних вейвлетів Добеші з порядкуми від 2 до 20 і 7 «симлетів» – модифікацій вейвлетів Добеші, в яких форма базисних функцій є більш симетричною, ніж у звичайних вейвлетів [14]. Порядок вейвлета дорівнює числу коефіцієнтів у дискретних дзеркальних фільтрах, що реалізують розщеплення рівня детальності на 2 частотні діапазони. Число нульових моментів (ступінь гладкості) для материнської базисної функції вейвлета дорівнює половині порядку вейвлета.

Використовувалося часове вікно довжиною 120 днів із зсувом у 5 днів. Для всіх часових рядів в кожному часовому вікні виконувалася процедура усунення тренда за допомогою поліномів обраного порядку. Для залишку ряду підбирався ортогональний вейвлет з умови мінімуму ентропії, виконувалася вейвлет-декомпозиція і визначалися вейвлет-коефіцієнти. Далі за цими коефіцієнтами обчислювалися середні значення квадратів вейвлет-коефіцієнтів W_k для кожного рівня деталізації. Оцінкою спектральної експоненти α було значення кутового коефіцієнта прямої, побудованої по парах значень $(k, \log_2 W_k)$. Оцінка коефіцієнта Херста визначалась як $H = (\alpha - 1)/2$.

Динаміку оцінок коефіцієнта Херста для індексів Доу-Джонса та S&P 500 представлено на рис. 1 і рис. 2.

Проміжки $0 < H_k(\tau) < 1$ є тими інтервалами, на яких поведінка досліджуваних рядів є фрактальною. Вихід $H_k(\tau)$ за межі виділеної області означає, що флуктуації є наслідком впливу броунівської, хаотичної складової і не пояснюються в рамках теорії фракталів. Тому нерівність $0 < H_k(\tau) < 1$ опосередковано є ознакою фрактальної самоподібної поведінки фінансово-економічних часових рядів. Внаслідок цього цікавим та результативним є виділення часових вікон синхронної поведінки всіх досліджуваних рядів, коли одразу всі оцінки сталої Херста задовольняють умову $0 < H_k(\tau) < 1$.

Виділити такі часові вікна можна з використанням міри:

$\chi(\tau) = \prod_k \min(\max(0, H_k(\tau)), 1)$. Тобто ця міра визначає ті інтервали, на яких має місце синхронна самоподібна поведінка усіх рядів.

Але варто зауважити, що із подвійної нерівності $0 < H_k(\tau) < 1$ активною є лише умова невід'ємності $H_k(\tau)$, оскільки у жодному випадку значення функції $H_k(\tau)$ не перевищує 1. Тому формула $\chi(\tau)$ трансформується таким чином:

$$\chi(\tau) = \prod_k \max(0, H_k(\tau)).$$

Очевидно, що $\chi(\tau)$ перетворюється в нуль, якщо хоча б для одного часового ряду оцінка $H_k(\tau)$ не додатна.

Для дослідження ефектів синхронізації на фондових і валютних ринках була обчислена міра синхронізації сукупності фондових індексів і валютних пар (рис. 3). Вертикальні лінії виділяють моменти світових криз. Особливе значення мають потужність накопиченої енергії, часові рамки синхронізації, кількість і висота амплітудних максимумів досліджуваної міри. Спостерігається ефект значного синхронного перевищення оцінками $H_k(\tau)$ нульового рівня напередодні світових криз і подальше падіння значень цих оцінок до нульового рівня під час криз. Чим більшого значення набуває міра синхронізації, тим більшого розмаху набуватиме прогнозована криза. При цьому кризові стани мають свої характерні риси. Криза 2008 – 2009 років має найбільший за потужністю та тривалістю ефект синхронізації порівняно з іншими виділюваними періодами.

Кризи фондового ринку США 2001 та 2003 рр. Спостерігалось падіння акцій інтернет-компаній – спочатку дрібних, а пізніше і більших, які займалися послугами b2b (бізнес для бізнесу). Головна причина кризи виявилася в тому, що користувачі Інтернету почали активно та у великій кількості інвестувати в сектор ІТ, а насправді показники фінансового розвитку цих компаній були низькими. Це проявилось в тому, що вартість акцій цих доткомів різко знизилася.

Крах на американському фондовому ринку стався ще навесні 2000 р. У жовтні 2000 р., який підтвердив репутацію «чорного» для американського фондового ринку місяця, почалася друга, ще більш гостра стадія падіння акцій. А в березні – квітні 2001 р. стався третій обвал котирувань. Далі – майже неперервне падіння всіх фондових індексів з березня по жовтень 2002 р., що супроводжувалося до того ж серйозною девальвацією долара. На початку 2003 р. котирування знову стали обвалюватися: фактично їх тимчасово зупинила підготовка до війни в Іраку і військова акція.

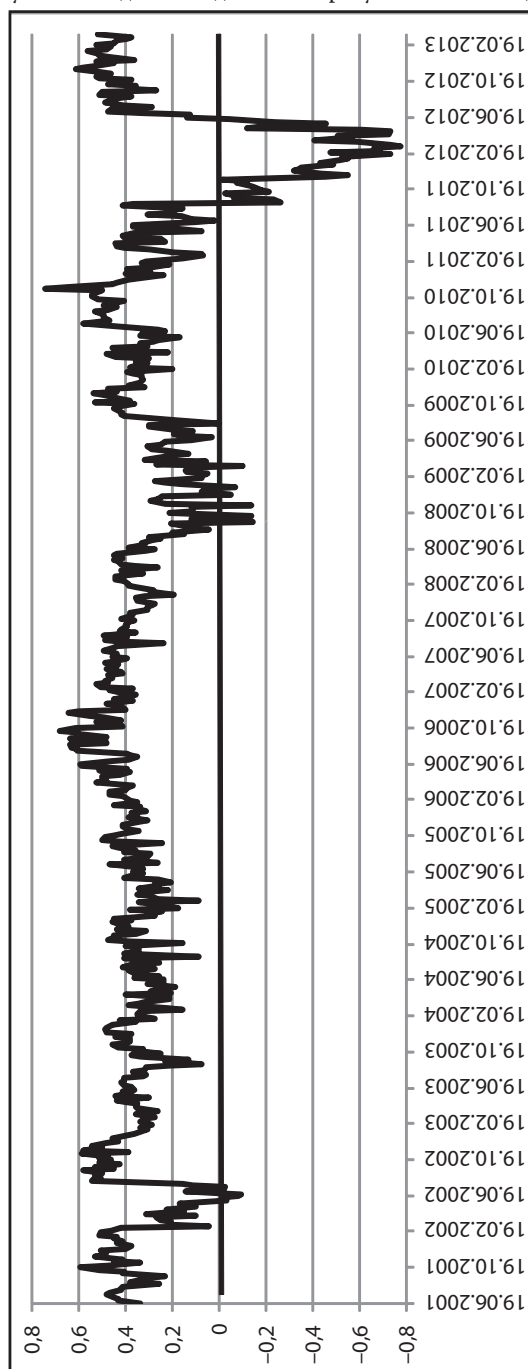


Рис. 1. Варіації оцінок коефіцієнта Херста для індексу Доу-Джонса

У ІV кварталі 2003 р. фінансові компанії та фонди стали інтенсивно реструктурувати свої інвестиційні портфелі. Мала місце «втеча» коштів із фондового ринку у відносно безризикові активи, якими наразі є державні облігації. Зростання попиту на ці папери призвело до різкого падіння їх прибутковості: якщо на початку 2000 р. прибутковість 10-річних облігацій казначейства США перевищувала 6,75%, то всередині 2003 р. вона впала до 3,14% (а це мінімум з 1958 р.), а по дворічним держпаперам прибутковість опустилася майже до 1%, що є історичним мінімумом.

На рис. 3 спостерігаємо синхронне перевищення коефіцієнтом Херста для усіх часових рядів нульового рівня саме на тих проміжках, які відповідають останнім місяцям 2001 р. і 2003 р. Візуально помітною є пряма кореляція між значенням міри синхронної поведінки часових рядів та силою чи ступенем географічного поширення кризи, яка слідувала за перевищенням цієї мірою нульового рівня.

Світова фінансово-економічна криза («велика рецесія») – фінансово-економічна криза, що виникла у вересні-жовтні 2008 року у вигляді значного погіршення основних економічних показників більшості розвинутих країн, передвісником якої слугувала іпотечна криза в США. Навесні

2007 р. у США мала місце криза високоризикових іпотечних кредитів, перші ознаки якої з'явилися у 2006 р. у формі зниження обсягів продажів будинків. Влітку 2007 р. криза із іпотечної почала переростати в фінансову і стосуватися не лише США. Почалися банкрутства великих банків, котування на фондових ринках напружті 2008 р. різко впали. У 2008 р. криза набула світового характеру і почала проявлятися у зниженні обсягів виробництва, попиту і цін на ресурси, зростанні безробіття.

Дана криза є глобальною, і на рис. 3 досліджувана міра яскраво спрогнозувала як власне настання самої кризи, так і силу її впливу на світову економіку. Протягом тривалого проміжку часу (2006 – кінець 2007 рр.) мало місце значне перевищення мірою синхронної поведінки нульового рівня, зокрема особливо гострі піки на графіку відповідають середині 2007 р. (початки іпотечної кризи в США та період її перетворення у світову фінансову). Тобто своєчасне застосування даного методу могло б спрогнозувати дану кризу з високим рівнем ймовірності та сприяти зменшенню сили її впливу на світову економіку.

Світова фінансова криза 2011 р. Високі гострі піки на рис. 3, що відповідають останнім місяцям 2010 р. на ча-

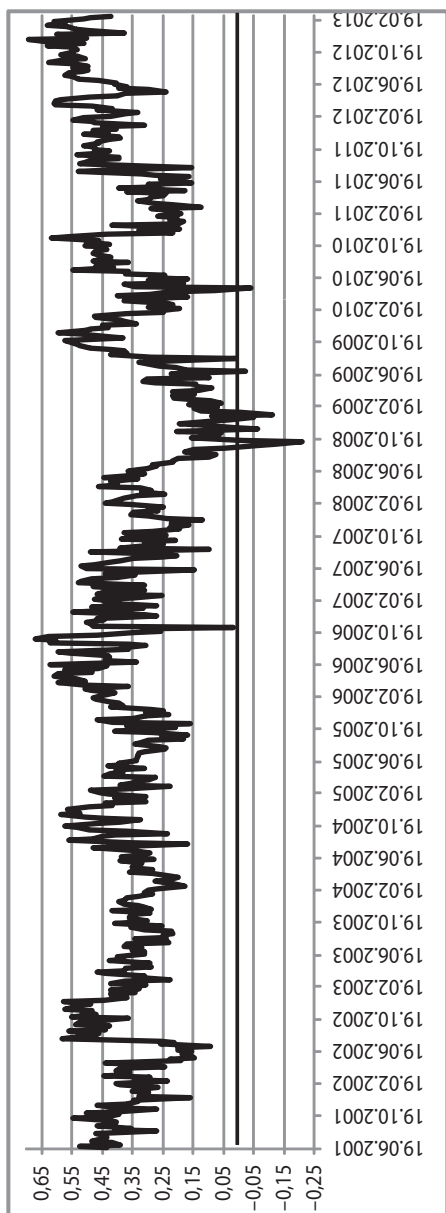


Рис. 2. Варіації оцінок коефіцієнта Херста для індексу S&P 500

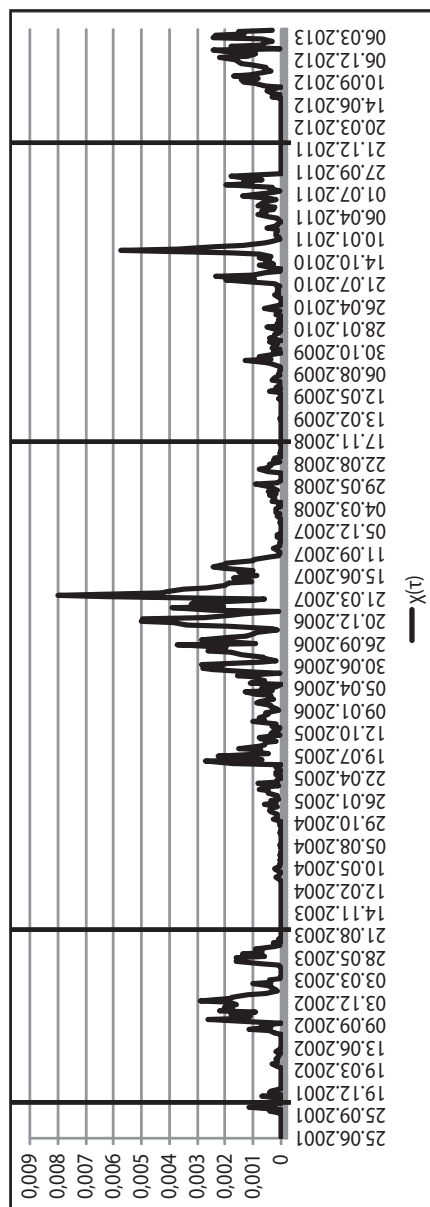


Рис. 3. Міра синхронної поведінки рядів EUR/GBP, EUR/USD, індекси FTSE 100, S&P 500, Dow Jones, DAX, CAC 40

совій осі, передують різкому падінню глобальних фондових ринків, яке виявилось наслідком боргової кризи в еврозоні та катастрофічного рівня боргу в США.

Нагадаємо, що нестабільність на фондових ринках почалася у серпні 2011. П'ятого серпня рейтингова агенція Standard & Poor's вперше в історії понизило з AAA до AA+ довгостроковий кредитний рейтинг США, що посилює побоювання з приводу відновлення глобальної економіки. Зразу після цього обвалилися абсолютно всі фондові ринки – на Близькому Сході, в Азії та Європі. Ситуація, що виникла, поглибила проблеми еврозони. Цьому періоду відповідає нульове значення міри синхронізації, яке зберігається до кінця 2011 р. Така поведінка міри означає, що досліджувана система перестає бути самоподібною. Причиною такою ситуації є наявність серйозних економічних і політичних проблем в еврозоні.

Оскільки для дослідження ми обирали фондові індекси та валюту Європи і США, то значне перевищення коефіцієнтами $H_k(t)$ нульового рівня є передвісниками синхронних кризових явищ як в США, так і в Європі. Очевидно, що динаміка $H_k(t)$ має фрактальний характер і відхилення цієї міри від нульового рівня відрізняються лише масштабом. Якщо ці відхилення не надто великі, то це свідчить про кризові явища в окремих країнах, не в усіх зразу. Також цікавим моментом є роздвоєні піки на графіках, різкі короткотермінові коливання вгору-вниз, що найімовірніше є реакцією досліджуваних систем на зовнішні впливи, протидією інертності внутрішніх властивостей системи та дій зовнішнього середовища, що послаблюють або, навпаки, провокують кризові явища.

Одночасне дослідження ефектів синхронізації на валютному і фондовому ринках дає узагальнюючий результат про можливість використовувати даний підхід при прогнозуванні кризових ситуацій.

ВИСНОВКИ

Проведені дослідження підтвердили наявність фрактальної структури та довгої пам'яті фінансово-економічних часових рядів і показали, що їх значень за певний період достатньо для відновлення властивостей динамічної системи, оцінки її фрактальної розмірності, волатильності, часового горизонту передбачуваності поведінки тощо.

У результатах роботи знайшов підтвердження той факт, що усі фінансово-економічні системи характеризуються нелінійністю та наявністю нерівноважних станів. Принципово відсутнім є поняття миттєвого значення величини, а, отже, і поняття стану системи як її фундаментальної характеристики.

З'ясовано, що часова динаміка системи як послідовність її спостережуваних станів має дискретний і наближений характер. На світових фондових ринках має місце наявність принципово неусувної післядії, тобто пам'яті, і виявляються процеси самоорганізації, складна динаміка яких з математичної точки зору описується розподілом з «важкими хвостами».

Здійснено оцінку еволюції вейвлетної спектральної експоненти в плаваючому часовому вікні, завдяки чому виокремлено часові інтервали, на яких ряд проявляв властивості самоподібності, та ті проміжки, де мала місце хаотична броунівська складова. Сформульовано критерій самоподібної поведінки фінансово-економічних часових рядів та ознаку синхронізації коливань фондових індексів і курсів валют. Ефект синхронного перевищення оцінками нульового рівня

виникає напередодні кризи та дозволяє прогнозувати періоди нестабільності, оцінити силу та територіальну спрямованість кризових явищ. Даний метод дає можливість виділити часові проміжки, на яких є доцільним зовнішнє втручання у саморегульовану систему, а також дозволяє прослідкувати реакцію системи на зовнішні впливи.

У майбутньому планується проведення досліджень з метою розробки конкретних прогнозів і рекомендацій щодо втручання в саморегульовану систему, визначення точок бифуркації та системи заходів для відновлення системою рівноважного стану. ■

ЛІТЕРАТУРА

1. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. Пер. с англ. / Э. Петерс. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
2. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниаютуры из бесконечного рая / М. Шредер / Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 527 с.
3. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории Хаоса в инвестициях и экономике. / Э. Петерс. – М.: Интернет-трейдинг, 2004. – 304 с.
4. Алмазов А. А. Фрактальная теория. Как поменять взгляд на финансовые рынки. / А. А. Алмазов. – М.: Admiral Markets, 2009. – 209 с.
5. Gilmore R. Catastrophe Theory for Scientist and Engineers / R. Gilmore. – New York, NY: J. Wiley & Sons, 1981. – 666 p.
6. Дубовиков М. М. О фрактальном анализе хаотических временных рядов / М. М. Дубовиков, Н. А. Старченко // Вестник РУДН, Серия Прикладная и компьютерная математика, Т. 3, № 1, 2004. – С. 30 – 44.
7. Дербенцев В. Д. Синергетична парадигма дослідження складних фінансово-економічних систем / В. Д. Дербенцев // Моделювання та інформаційні системи в економіці. Зб. наук. праць. Вип. 74. – К.: КНЕУ, 2006. – С. 8 – 20.
8. Мансуров А. К. Прогнозирование валютных кризисов с помощью методов фрактального анализа / А. К. Мансуров // Проблемы прогнозирования. – 2008. – № 1. – С. 145 – 158.
9. Найман Э. Расчёт показателя Херста с целью выявления трендовости (персистентности) финансовых рынков и макроэкономических индикаторов / Э. Найман // Экономист. – 2009. – № 10. – С. 25 – 29.
10. Дербенцев В. Д. Синергетичні та екофізичні методи дослідження динамічних та структурних характеристик економічних систем / [В. Д. Дербенцев, О. А. Сердюк, В. М. Соловйов, О. Д. Шарапов]. – Черкаси: Брама-Україна, 2010. – 287 с.
11. Піскун О. В. Використання методів нелінійного аналізу для моніторингу валютних ринків / О. В. Піскун // Бізнес Інформ. – 2012. – № 3. – С. 58 – 61.
12. Дубницький В. Ю. Порівняльний аналіз відповідності гіпотез про статистичні властивості показників фондового ринку реальним спостереженням / В. Ю. Дубницький, О. І. Ходирев // Бізнес Інформ. – 2013. – № 7. – С. 97 – 104.
13. Кравець Т. В. Моделювання доходностей фондових індексів методами вейвлет-аналізу / Т. В. Кравець // Бізнес Інформ. – 2013. – № 7. – С. 104 – 109.
14. Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing / S. Mallat. – San Diego, Academic Press, 1998. – 577 p.
15. Любушин А. А. Программа WaveSpectExp оценки эволюции вейвлетной спектральной экспоненты для группы временных рядов в скользящем временном окне / А. А. Любушин [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://alexeylubushin.narod.ru/Software_for_Monitoring_Systems/WaveSpectExp/WaveSpectExp_RUS.pdf

REFERENCES

Almazov, A. A. *Fraktalnaia teoriia. Kak pomeniat vzgliad na finansovye rynki* [Fractal theory. How to change the view on the financial markets]. Moscow: Admiral Markets, 2009.

Dubovikov, M. M., and Starchenko, N. A. "O fraktalnom analize khaoticheskikh vremennykh riadov" [About fractal analysis of chaotic time series]. *Vestnik RUDN. Prikladnaia i kompiuternaia matematika*, vol. 3, no. 1 (2004): 30-44.

Derbentsev, V. D. "Synerhetychna paradyhma doslidzhennia skladnykh finansovo-ekonomichnykh system" [Synergetic paradigm study of complex financial and economic systems]. *Modeliuvannia ta informatsiini systemy v ekonomitsi*, no. 74 (2006): 8-20.

Derbentsev, V. D., Serdiuk, O. A., and Soloviov, V. M. *Synerhetychni ta ekonomofizychni metody doslidzhennia dynamichnykh ta strukturnykh kharakterystyk ekonomichnykh system* [Synergistic and economic methods of dynamic and structural characteristics of economic systems]. Cherkasy: Brama-Ukraina, 2010.

Dubnytskyi, V. Yu., and Khodyriev, O. I. "Porivnialnyi analiz vidpovidnosti hipotez pro statystychni vlastyvoli pokaznykiv fondovoho rynku realnym sposterezhenniam" [Comparative analysis of the statistical properties of hypotheses about the parameters of the real stock market surveillance]. *Biznes Inform*, no. 7 (2013): 97-104.

Gilmor, R. *Catastrophe Theory for Scientist and Engineers*. New York: J. Wiley&Sons, 1981.

Kravets, T. V. "Modeliuvannia dokhodnosti fondovykh indeksiv metodamy veivlet-analizu" [Modeling returns of stock indexes methods of wavelet analysis]. *Biznes Inform*, no. 7 (2013): 104-109.

Liubushin, A. A. "Programma WaveSpectExp otsenki evoliutsii veyvletnoy spektralnoy eksponenty dlia grupy vremennykh

riadov v skolziashchem vremennom okne" [Program evaluation WaveSpectExp evolution wavelet spectral exponent for the group of time series in a moving time window]. http://alexeylyubushin.narod.ru/Software_for_Monitoring_Systems/WaveSpectExp/WaveSpectExp_RUS.pdf

Mallat, S. A *Wavelet Tour of Signal Processing*. San Diego: Academic Press, 1998.

Mansurov, A. K. "Prognozirovanie valiutnykh krizisov s pomoshchyu metodov fraktalnogo analiza" [Predicting currency crises using fractal analysis methods]. *Problemy prognozirovaniia*, no. 1 (2008): 145-158.

Naiman, E. "Raschet pokazatelya Khersta s tseliu vyavleniia trendovosti (persystentnosti) fynansovykh rynkov y makroekonomicheskyykh yndykatorov" [Calculation of the Hurst exponent to identify trendiness (persistence) of financial markets and macroeconomic indicators]. *Ekonomist*, no. 10 (2009): 25-29.

Peters, E. *Fraktalnyy analiz finansovykh rynkov: Primenenie teorii Khaosa v investitsiakh i ekonomike* [Fractal analysis of financial markets: Application of the theory of chaos in investments and economics]. Moscow: Internet-treiding, 2004.

Piskun, O. V. "Vykorystannia metodiv nelineinoho analizu dlia monitorynhu valiutnykh rynkiv" [Use of nonlinear analysis for the monitoring of currency markets]. *Biznes Inform*, no. 3 (2012): 58-61.

Peters, E. *Khaos i poriadok na rynkakh kapitala. Novyy analiticheskiy vzgliad n a tsikly, tseny i izmenchivost rynka* [Chaos and order in the capital markets. New analytical view of cycles, prices and market volatility]. Moscow: Mir, 2000.

Shreder, M. *Fraktaly, khaos, stepennye zakony. Miniatiury iz beskonechnogo raia* [Fractals, Chaos, Power Laws. Minutes from an Infinite Paradise]. : Reguliarnaia i khaoticheskaia dinamika, 2001.