

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНТЕГРАЦИИ ЭКОНОМИК

© 2014 ДИЛЕНКО В. А., САБОДАШ Е. Л.

УДК 330.44

Диленко В. А., Сабодаш Е. Л. Математическое моделирование интеграции экономик

В статье рассматриваются вопросы математического моделирования объединения различных экономик. Полагается, что механизм интеграции экономических систем формируется согласно принципу рациональных ожиданий. Построены оптимизационные модели объединения экономик, в основе которых лежит математический инструментарий моделей «затраты – выпуск». Для оценки экономических последствий интеграционных процессов предложен комплекс показателей экономических эффектов и эффективности функционирования объединяемых экономик. Данные показатели определяются по результатам решения соответствующей оптимизационной задачи. Выделены типовые варианты объединения экономик, для которых целесообразно исследовать построенные модели. Для случая простейшей модели интеграции экономических систем проведен ее численный анализ, который позволил продемонстрировать формирование экономического эффекта и изменение рассматриваемых показателей эффективности функционирования данных систем в результате их объединения.

Ключевые слова: экономические системы, интеграция, экономические показатели, математическое моделирование.

Формул: 31. **Библ.:** 10.

Диленко Виктор Алексеевич – кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики и информационных технологий, Одесский национальный политехнический университет (пр. Шевченко, 1, Одесса, 65044, Украина)

E-mail: v.dilenko@gmail.com

Сабодаш Евгений Любомирович – инженер-программист, Компания Provectus IT (Обсерваторный пер., 2/4, Одесса, 65000, Украина)

E-mail: sabodash92@mail.ru

УДК 330.44

Діленко В. О., Сабодаш Є. Л. Математичне моделювання інтеграції економік

У статті розглядаються питання математичного моделювання об'єднання різних економік. Вважається, що механізм інтеграції економічних систем формується згідно із принципом раціональних очікувань. Побудовані оптимізаційні моделі об'єднання економік, в основі яких лежить математичний інструментарій моделей «витрати – випуск». Для оцінки економічних наслідків інтеграційних процесів запропоновано комплекс показників економічних ефектів і ефективності функціонування економік, які поєднуються. Дані показники визначаються за результатами розв'язку відповідної оптимізаційної задачі. Виділені типові варіанти об'єднання економік, для яких доцільно досліджувати побудовані моделі. Для випадку найпростішої моделі інтеграції економічних систем проведений її чисельний аналіз, який дозволив продемонструвати формування економічного ефекту та зміну розглянутих показників ефективності функціонування даних систем у наслідку їх об'єднання.

Ключові слова: економічні системи, інтеграція, економічні показники, математичне моделювання.

Формул: 31. **Бібл.:** 10.

Діленко Віктор Олексійович – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, Одеський національний політехнічний університет (пр. Шевченка, 1, Одеса, 65044, Україна)

E-mail: v.dilenko@gmail.com

Сабодаш Євген Любомирович – інженер-програміст, Компанія Provectus IT (Обсерваторний пров., 2/4, Одеса, 65000, Україна)

E-mail: sabodash92@mail.ru

UDC 330.44

Dilenko V. A., Sabodash Ye. L. Mathematical Modeling of the Integration of the Economies

This article discusses the mathematical modeling of combining different economies. It is believed that the mechanism of integration of economic systems is formed according to the principle of rational expectations. Optimization models of integration between the economies that were built are based on mathematical models toolkit "input - output". To evaluate the economic impact of the integration process, a set of indicators of economic effects and the efficiency of the united economies was proposed. These figures are determined by the results of solving the corresponding optimization problem. The typical options for integrating economies were highlighted, for which it is appropriate to explore the constructed models. In case of the simplest model of the integration of economic systems its numerical analysis was held, which will demonstrate the formation of economic effect and change of the considered indicators of efficiency of functioning of these systems as a result of their association.

Key words: economic systems, integration, economic indicators, mathematical modeling.

Formulae: 31. **Bibl.:** 10.

Dilenko Viktor A. – Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics and Information Technologies, Odessa National Polytechnic University (pr. Shevchenko, 1, Odessa, 65044, Ukraine)

E-mail: v.dilenko@gmail.com

Sabodash Yevhen L. – Software Engineer, Company Provectus IT (Observatory prov., 2/4, Odessa, 65000, Ukraine)

E-mail: sabodash92@mail.ru

Одним из определяющих факторов развития современной мировой экономики является интенсификация интеграционных процессов, которые приводят к сближению и взаимопроникновению экономических систем различных стран. Следствием данных процессов могут быть серьезные трансформации как в отдельных экономиках, так и в различных их объединениях в целом. Учитывая глобальный характер интеграционных процессов, чрезвычайно актуальной проблемой становится всестороннее изучение механизмов и социально-экономических последствий их реализации.

Исследованию различных аспектов интеграционных процессов в мировой экономике посвящена обширная научная литература [1]. В значительно меньшей степени эти вопросы рассматриваются с позиций использования инструментария экономико-математических методов и моделей. Укажем некоторые из работ в данном направлении. Непосредственно математическому моделированию интеграционного взаимодействия экономик посвящена статья [4]. Однако построенная в ней экономико-математическая модель слишком громоздка, требует больших массивов специальной информации, что чрезвычайно затрудняет ее

использование для теоретического исследования возможных сценариев реализации интеграционных процессов и выявления соответствующих закономерностей. Имеются также работы (например, [7, 9]), в которых задача математического моделирования объединительных процессов в экономике не ставится, но построенные в них математические конструкции могут интерпретироваться в плоскости интеграции некоторых экономик. Вместе с тем, так как указанные статьи решают свои специфические задачи, то каких-либо результатов в области математического моделирования и исследования экономической интеграции они не содержат. В [3] предлагается подход к описанию процессов объединения экономик и оценки экономического эффекта такого объединения на основе применения математических моделей «затраты – выпуск». Однако данный подход сформулирован в тезисной форме и требует соответствующего уточнения и дальнейшей проработки. В целом, проведенный анализ доступных литературных источников позволяет сделать вывод о том, что подход к исследованию механизмов и результативности интеграционных процессов в экономике на основе методов математического моделирования не получил необходимого развития.

Учитывая сказанное выше, целью настоящей работы является разработка математических моделей объединения экономических систем и подходов к их анализу при различных условиях реализации интеграционных процессов.

Пусть имеется две экономики (очевидным образом обобщается для случая n экономик), каждая из которых характеризуется технологической матрицей (A_1 и A_2), векторами имеющихся производственных мощностей (K_1 и K_2) и капиталоемкости выпускаемой продукции (k_1 и k_2) соответственно. Кроме того, потребности экономик в конечной продукции (в натуральном исчислении) определяются векторами Y_1 и Y_2 (при этом будем полагать, что одноименные матрицы имеют одинаковую размерность).

Тогда производство и распределение продукции в экономиках можно описать линейными уравнениями

$$\begin{aligned} X_1 &= A_1 X_1 + Y_1, \\ X_2 &= A_2 X_2 + Y_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где X_1 и X_2 – соответственно векторы валовых выпусков продукции в первой и второй экономике.

Если фиксировать необходимые объемы конечной продукции на уровне Y_1^0 и Y_2^0 , то для ее производства необходимы валовые выпуски величиной соответственно

$$\begin{aligned} X_1^0 &= (E - A_1)^{-1} Y_1^0, \\ X_2^0 &= (E - A_2)^{-1} Y_2^0, \end{aligned} \quad (2)$$

где E – единичная матрица.

Если P_1 и P_2 – векторы цен продукции в рассматриваемых экономиках, то производство конечной продукции в объемах Y_1^0 и Y_2^0 требует затрат

$$Z_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^1 a_{ij}^1 x_j^{01}, \quad Z_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^2 a_{ij}^2 x_j^{02}, \quad (3)$$

где $a_{ij}^1, x_j^{01}, a_{ij}^2, x_j^{02}, p_i^1, p_i^2$ – элементы матриц $A_1, X_1^0, A_2, X_2^0, P^1, P^2$ соответственно.

Будем полагать, что объединение экономик осуществляется на основе принципа рациональных ожиданий [10], который широко используется при построении различных экономико-математических моделей [5, 8]. Тогда процес-

сы интеграции рассматриваемых экономических систем в простейшем случае можно описать с помощью следующей оптимизационной модели

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^1 a_{ij}^1 x_j^1 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^2 a_{ij}^2 x_j^2 \rightarrow \min, \quad (4)$$

$$X_1 + X_2 = A_1 X_1 + A_2 X_2 + Y_1^0 + Y_2^0, \quad (5)$$

$$k_1 X_1 \leq K_1, \quad k_2 X_2 \leq K_2, \quad (6)$$

$$X_1, X_2 \geq 0, \quad (7)$$

где x_i^1, x_i^2 – элементы векторов соответственно.

Данная модель описывает такой механизм объединения экономик, реализация которого предполагает минимизацию суммарных затрат (4) на производство необходимой по величине и структуре конечной продукции $Y_1^0 + Y_2^0$ (5) при ограничении на имеющиеся производственные мощности (6). Указанная минимизация затрат может осуществляться за счет более рационального использования имеющихся мощностей в рамках объединенной экономики.

Заметим, что оптимальное решение задачи (4) – (7) может быть таким, что некоторые элементы векторов X_1^* и X_2^* окажутся нулевыми. Это означает, что соответствующие отрасли экономики не используются. Чтобы избежать таких проблемных в социально-экономическом плане решений, модель (4) – (7) должна быть дополнена ограничениями

$$X_1 \geq \underline{X}_1, \quad X_2 \geq \underline{X}_2, \quad (8)$$

где \underline{X}_1 и \underline{X}_2 – минимально допустимые уровни загрузки отраслей анализируемых экономик.

Используя построенную математическую модель, рассмотрим далее вопросы экономической оценки результатов объединения экономик.

Если X_1^* и X_2^* – оптимальное решение задачи (4) – (7), то, учитывая (3), интеграционный экономический эффект (Э) объединения экономических систем может определяться следующим образом

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^1 a_{ij}^1 x_j^{*01} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^2 a_{ij}^2 x_j^{*02} - \\ &- \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^1 a_{ij}^1 x_j^{*1} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^2 a_{ij}^2 x_j^{*2} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

где x_i^{*1}, x_i^{*2} – элементы векторов соответственно.

Или

$$\mathcal{E} = \sum_{j=1}^n p_j^1 x_j^{*01} + \sum_{j=1}^n p_j^2 x_j^{*02} - \left(\sum_{j=1}^n p_j^1 x_j^{*1} + \sum_{j=1}^n p_j^2 x_j^{*2} \right). \quad (10)$$

Кроме того, можно рассчитывать экономические эффекты интеграции для каждой из экономик:

$$\mathcal{E}_1 = \sum_{j=1}^n p_j^1 x_j^{*01} - \sum_{j=1}^n p_j^1 x_j^{*1}, \quad (11)$$

$$\mathcal{E}_2 = \sum_{j=1}^n p_j^2 x_j^{*02} - \sum_{j=1}^n p_j^2 x_j^{*2}. \quad (12)$$

Аналогичным образом можно определить экономические эффекты отдельных экономик на основе соответствующих показателей конечной продукции.

Очевидно, что значение эффекта \mathcal{E}_1 или \mathcal{E}_2 , полученных на основе модели (4) – (7), будет отрицательной величиной. Это означает, что следствием интеграции экономических систем является сокращение объемов одной из них.

Результатом объединения экономик может быть не только формирование соответствующих интеграционных эффектов, но и изменение эффективности их функционирования. Для исследования данного аспекта интеграции экономических систем могут использоваться индивидуальные показатели экономической эффективности функционирования взаимосвязанных производителей, предложенные в [2], которые с учетом вектора цен определяются соотношениями

$$E_j(A) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n p_i a_{ij}}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (13)$$

$$\bar{E}(A) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n E_j(A), \quad (14)$$

$$\bar{E}(A, X) = \frac{\sum_{j=1}^n p_j x_j}{\sum_{i=1}^n p_i x_i} E_j(A). \quad (15)$$

Определить направление и величину изменения эффективности функционирования отдельных экономик в результате их объединения можно с помощью показателя $\bar{E}(A, X)$. Для этого должен быть выполнен расчет и сравнение показателей $\bar{E}(A_1, X_1^0)$, $\bar{E}(A_2, X_2^0)$ и $\bar{E}(A_1, X_1^*)$, $\bar{E}(A_2, X_2^*)$ соответственно.

Может также анализироваться изменение (в результате объединения экономик) показателей эффективности

$$E = \frac{\sum_{j=1}^n p_j y_j}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i a_{ij} x_j}, \quad (16)$$

рассчитываемых для каждой экономики до и после объединения. Данный показатель характеризует эффективность производства конечной продукции в соответствующей экономической системе.

Представляет интерес и оценка изменения средней эффективности функционирования двух экономик в целом. С этой целью может использоваться средний взвешенный показатель эффективности

$$\begin{aligned} \bar{E}(A_1, X_1, A_2, X_2) &= \frac{P_1 X_1}{P_1 X_1 + P_2 X_2} \bar{E}(A_1, X_1) + \\ &+ \frac{P_2 X_2}{P_1 X_1 + P_2 X_2} \bar{E}(A_2, X_2), \end{aligned} \quad (17)$$

где PX – скалярное произведение векторов P и X .

Очевидно, что для анализа изменения средней эффективности двух экономик должны рассчитываться показатели $\bar{E}(A_1, X_1^0, A_2, X_2^0)$ и $\bar{E}(A_1, X_1^*, A_2, X_2^*)$.

Показатели (9) – (17) позволяют получить комплексную информацию о различных аспектах объединения двух экономических систем.

Оптимизационная модель (4) – (7) соответствует простейшему описанию процессов функционирования объединяемых экономик и поэтому может развиваться по различным направлениям. В первую очередь в данной модели

целесообразно отразить использование внешнего ресурса, под которым обычно понимается труд [6, с. 96].

Пусть l^1 и l^2 – векторы затрат труда, а L^1 и L^2 – общий объем трудовых ресурсов рассматриваемых экономик соответственно. Тогда в математической модели должны учитываться ограничения на эти ресурсы вида

$$\sum_{j=1}^n l_j^1 x_j \leq L^1, \quad \sum_{j=1}^n l_j^2 x_j \leq L^2 \quad (18)$$

или

$$\sum_{j=1}^n l_j^1 x_j + \sum_{j=1}^n l_j^2 x_j \leq L^1 + L^2, \quad (19)$$

где l_j^1, l_j^2 – элементы векторов l^1 и l^2 соответственно.

При использовании ограничения (18) допускается свободный переток трудовых ресурсов только между отраслями в рамках каждой из экономик. В случае неравенства (19) предполагается также возможность перемещения работников и между объединяемыми экономиками.

Обозначим через p_L^1 и p_L^2 средние цены трудовых ресурсов в объединяемых экономиках. При этом, естественно, должны выполняться соотношения

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n p_i^1 a_{ij} + p_L^1 &\leq p_j^1, \\ \sum_{i=1}^n p_i^2 a_{ij} + p_L^2 &\leq p_j^2, \end{aligned} \quad (20)$$

которые соответствуют предположению о безубыточном производстве всех видов продукции в рассматриваемых экономических системах.

Тогда затраты на производство продукции, аналогичные (3), будут определяться следующим образом

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_1 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^1 a_{ij} x_j^{01} + p_L^1 \sum_{j=1}^n l_j^1 x_j^{01}, \\ \mathcal{Z}_2 &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^2 a_{ij} x_j^{02} + p_L^2 \sum_{j=1}^n l_j^2 x_j^{02}. \end{aligned} \quad (21)$$

Соответственно оптимизационная постановка (4) – (7) примет вид

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^1 a_{ij} x_j^1 + p_L^1 \sum_{j=1}^n l_j^1 x_j^1 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^2 a_{ij} x_j^2 + \\ + p_L^2 \sum_{j=1}^n l_j^2 x_j^2 \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (22)$$

$$X_1 + X_2 = A_1 X_1 + A_2 X_2 + Y_1^0 + Y_2^0, \quad (23)$$

$$k_1 X_1 \leq K_1, \quad k_2 X_2 \leq K_2, \quad (24)$$

$$\sum_{j=1}^n l_j^1 x_j^1 \leq L^1, \quad \sum_{j=1}^n l_j^2 x_j^2 \leq L^2, \quad (25)$$

$$X_1, X_2 \geq 0. \quad (26)$$

Для данной задачи формулы показателей экономических эффектов (9) – (12) и эффективности (13) – (17) должны быть очевидным образом скорректированы. Например, соотношение для определения показателя интеграционно-экономического эффекта (9) будет записываться так:

$$\begin{aligned} \Theta = & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^1 a_{ij}^1 x_j^{01} + p_L^1 \sum_{j=1}^n l_j^1 x_j^{01} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^2 a_{ij}^2 x_j^{02} + \\ & + p_L^2 \sum_{j=1}^n l_j^2 x_j^{02} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^1 a_{ij}^1 x_j^{*1} - p_L^1 \sum_{j=1}^n l_j^1 x_j^{*1} - \\ & - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_i^2 a_{ij}^2 x_j^{*2} - p_L^2 \sum_{j=1}^n l_j^2 x_j^{*2}, \end{aligned} \quad (27)$$

а расчетное соотношение показателя эффективности (13) примет вид

$$E_j(A) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n p_i a_{ij} + p_L l_j}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (28)$$

Используя построенные математические модели, анализ формирования экономических эффектов и изменения эффективности функционирования экономик в результате их объединения целесообразно осуществлять для некоторых типовых вариантов реализации рассматриваемых интеграционных процессов.

Для оптимизационной модели (4) – (7) типизация возможных ситуаций объединения экономик может определяться на основе соотношения показателей эффективности их функционирования (13), (14). Используя эти показатели, будем выделять следующие варианты объединения двух экономик:

$$1) E_j(A_1) = E_j(A_2), \quad j = \overline{1, n}, \quad (29)$$

т. е. объединяются две одинаковые (в смысле показателей эффективности (13), (14)) экономики;

$$2) E_j(A_1) > E_j(A_2), \quad j = \overline{1, n}, \quad (30)$$

что отвечает интеграции экономик, одна из которых функционирует эффективнее другой во всех отраслях;

$$3) (\bar{E}(A_1) > \bar{E}(A_2)) \& (\exists j)(E_j(A_1) < E_j(A_2)) - \quad (31)$$

объединяются экономики, одна из которых в целом является более эффективной, но имеются отрасли (по крайней мере, одна) в этой экономике, которые обладают показателями эффективности худшими, чем у другой экономики.

Результаты объединения экономик можно оценивать показателями экономических эффектов (9) – (12) и по изменению значений показателя эффективности (15) – (17).

Для выделенных вариантов интеграции экономик (29) – (31) на гипотетических данных проводились пробные расчеты по оптимизационной модели (4) – (7). Они позволили получить некоторые предварительные результаты, которые продемонстрировали формирование экономического эффекта объединения экономик и разноплановое изменение показателей эффективности их функционирования для различных вариантов интеграционных процессов.

ВЫВОДЫ

В настоящей работе

- ✦ разработаны оптимизационные модели объединения экономик;
- ✦ для построенных математических моделей предложен комплекс показателей экономической оценки результатов интеграции экономических систем;
- ✦ выделены некоторые типовые варианты объединения экономик.

В дальнейшем разработанные математические модели и экономические показатели предполагается использовать для их численного анализа с целью выявления характерных экономических последствий для типовых вариантов интеграции рассматриваемых экономических систем. ■

ЛИТЕРАТУРА

1. Булатова О. В. Регіональна складова глобальних інтеграційних процесів / О. В. Булатова. – Донецьк : ДонНУ, 2012. – 386 с.
2. Диленко В. А. Анализ эффективности инновационной деятельности в системе взаимосвязанных производителей / В. А. Диленко // Актуальні проблеми економіки. – 2005. – № 11. – С. 183 – 190.
3. Диленко В. А. Формирование экономического эффекта интеграции экономик в терминах модели «затраты – выпуск» / В. А. Диленко // Моніторинг, моделювання та менеджмент емерджентної економіки : зб. наук. пр. Третьої Міжнародної науково-практичної конференції; Черкаси, 10 – 12 вересня 2013 р. – Черкаси : Видавель Вовчок О. Ю., 2013. – С. 20 – 22.
4. Клоцвог Ф. Н. Моделирование и прогнозирование интеграционного взаимодействия российской и украинской экономик / Ф. Н. Клоцвог, И. А. Кушникова, С. И. Каширская // Проблемы прогнозирования. – 2002. – № 3. – С. 136 – 151.
5. Курьшев Н. И. Моделирование экономики на основе принципа рациональных ожиданий и экономическая оценка инвестиционной и инновационной деятельности / Н. И. Курьшев // Вестник кибернетики. – 2012. – № 11. – С. 141 – 150.
6. Ланкастер К. Математическая экономика / К. Ланкастер. – М. : Сов. ра-дио, 1972. – 464 с.
7. Ляшенко О. І. Межгалузеві балансові моделі багатокладної економіки / О. І. Ляшенко // Проблеми економіки. – 2013. – № 2. – С. 226 – 229.
8. Петров А. А. Математические модели экономики России / А. А. Петров, И. Г. Поспелов // Вестник Российской академии наук. – 2009. – Том 79, № 6. – С. 492 – 506.
9. Рябошлик В. Динамічна модель витрат-випуску з явним відображенням інноваційних технологій / В. Рябошлик // Економіст. – 2004. – № 9. – С. 49 – 53.
10. Уильямсон О. И. Поведенческие предпосылки современного экономического анализа / О. И. Уильямсон // THESES. – 1993. – Вып. 3. – С. 39 – 49.

REFERENCES

- Butalova, O. V. *Rehionalna skladova hlobalnykh intehtratsiivnykh protsesiv* [The regional component of global integration processes]. Donetsk: DonNU, 2012.
- Dilenko, V. A. "Analiz effektivnosti innovatsionnoi deiatel'nosti v sisteme vzaimosviazannykh proizvoditelei" [Analysis of the effectiveness of innovation in the system of interconnected producers]. *Aktualni problemy ekonomiky*, no. 11 (2005): 183-190.
- Dilenko, V. A. "Formirovanie ekonomicheskogo efekta integratsii ekonomik v terminakh modeli «zatraty-vypusk»" [Formation of economic benefits in terms of economic integration model "input-output"]. *Monitorynh, modeliuвання ta menedzhment emerdzhentnoi ekonomiky*. Cherkasy: Vovchok O. Yu., 2013: 20-22.
- Klotstvog, F. N., Kushnikova, I. A., and Kashirskaia, S. I. "Modellirovanie i prognozirovanie integratsionnogo vzaimodeystviia rossiyskoy i ukrainskoy ekonomik" [Modelling and forecasting of integration and interaction of Russian and Ukrainian economies]. *Problemy prognozirovaniia*, no. 3 (2002): 136-151.
- Kuryshv, N. I. "Modelirovanie ekonomiki na osnove printsiipa ratsionalnykh ozhidaniy i ekonomicheskaiia otsenka investitsionnoy i innovatsionnoy deiatel'nosti" [Simulation of the economy based on the principle of rational expectations and the economic

evaluation of investment and innovation]. *Vestnik kibernetiki*, no. 11 (2012): 141-150.

Lankaster, K. *Matematicheskaia ekonomika* [Mathematical economics]. Moscow: Sovetskoe radio, 1972.

Liashenko, O. I. "Mezhhaluzevi balansovi modeli bahatoukladnoi ekonomiky" [Intra-balance model of a mixed economy]. *Problemy ekonomiky*, no. 2 (2013): 226-229.

Petrov, A. A., and Pospelov, I. G. "Matematicheskie modeli ekonomiki Rossii" [Mathematical model of the Russian econo-

my]. *Vestnik Rossiyskoy akademii nauk*, vol. 79, no. 6 (2009): 492-506.

Riaboshlyk, V. "Dynamichna model vytrat-vypusku z iavnym vidobrazhenniam innovatsiinykh tekhnolohii" [Dynamic input-output model with a clear reflection of innovative technologies]. *Ekonomist*, no. 9 (2004): 49-53.

Williamson, O. I. "Povedencheskie predposylki sovremenno-go ekonomicheskogo analiza" [Behavioral conditions of modern economic analysis]. *THESIS*, no. 3 (1993): 39-49.

УДК 004.942:519.179.2:658.8

МОДЕЛЮВАННЯ ЗБУТОВОЇ ЕЛЕКТРОННОЇ ЛОГІСТИЧНОЇ ПІДСИСТЕМИ З ВИКОРИСТАННЯМ НЕЧІТКОЇ МЕРЕЖІ ПЕТРІ

© 2014 ВІТЛІНСЬКИЙ В. В., МЕЛЬНИК Г. В., СКИЦЬКО В. І.

УДК 004.942:519.179.2:658.8

Вітлінський В. В., Мельник Г. В., Скіцько В. І. Моделювання збутової електронної логістичної підсистеми з використанням нечіткої мережі Петрі

Основою роботи Інтернет-магазину є його взаємодія, зокрема, з покупцями, що може розглядатися в межах функціонування збутової електронної логістичної підсистеми. У даній роботі авторами запропоновано нечітку мережу Петрі для моделювання здійснення купівлі покупцем у межах збутової електронної логістичної підсистеми Інтернет-магазину. Розроблена імітаційна економіко-математична модель дозволяє вирішити низку задач, зокрема: за яких умов покупець залишить сторінку Інтернет-магазину без придбання товару; зарезервує товар чи відкладе оплату; здійснить купівлю товару.

Ключові слова: збут, електронна логістика, Інтернет-магазин, нечітка мережа Петрі.

Рис.: 1. **Формул:** 4. **Бібл.:** 11.

Вітлінський Вальдемар Володимирович – доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри економіко-математичного моделювання, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (пр. Перемоги, 54/1, Київ, 03068, Україна)

E-mail: wite101@meta.ua

Мельник Галина Василівна – кандидат економічних наук, асистент, кафедра прикладної математики та інформаційних технологій, Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича (вул. Коцюбинського, 2, Чернівці, 58012, Україна)

E-mail: mehalyna@rambler.ru

Скіцько Володимир Іванович – кандидат економічних наук, доцент, докторант кафедри економіко-математичного моделювання, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (пр. Перемоги, 54/1, Київ, 03068, Україна)

E-mail: skitsko.kneu@gmail.com

УДК 004.942:519.179.2:658.8

Витлинский В. В., Мельник Г. В., Скицко В. И. Моделирование сбытовой электронной логистической подсистемы с использованием нечеткой сети Петри

Основой работы Интернет-магазина является его взаимодействие, в частности, с покупателями, которое может рассматриваться в рамках функционирования сбытовой электронной логистической подсистемы. В данной работе авторами предложена нечеткая сеть Петри для моделирования совершения покупки покупателем в пределах сбытовой электронной логистической подсистемы Интернет-магазина. Разработанная имитационная экономико-математическая модель позволяет решить ряд задач, в частности: при каких условиях покупатель оставит страницу Интернет-магазина без приобретения товара; зарезервирует товар или отложит оплату; осуществит покупку товара.

Ключевые слова: сбыт, электронная логистика, Интернет-магазин, нечеткая сеть Петри.

Рис.: 1. **Формул:** 4. **Библ.:** 11.

Витлинский Вальдемар Владимирович – доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой экономико-математического моделирования, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (пр. Победы, 54/1, Киев, 03068, Украина)

E-mail: wite101@meta.ua

Мельник Галина Василівна – кандидат экономических наук, ассистент, кафедра прикладной математики и информационных технологий, Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича (ул. Коцюбинского, 2, Черновцы, 58012, Украина)

E-mail: mehalyna@rambler.ru

Скицко Владимир Иванович – кандидат экономических наук, доцент, докторант кафедры экономико-математического моделирования, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (пр. Победы, 54/1, Киев, 03068, Украина)

E-mail: skitsko.kneu@gmail.com

UDC 004.942:519.179.2:658.8

Vitlinskyy V. V., Melnyk H. V., Skitsko V. I. Modeling of the E-marketing Logistics Subsystem Using the Fuzzy Petri Net

The basis of the e-shop is its interaction, in particular, with the buyers, which may be considered in the framework of e-sales logistics subsystem. In this paper, the authors propose a fuzzy Petri net for modeling of purchase by the buyer within the electronic logistic subsystem of Online Store. A simulation of economic-mathematical model enables to solve a number of problems, in particular: under what conditions the buyer leaves the web-site without having to purchase the goods; pre-books items or postpones payment; carries out the purchase of the goods.

Key words: marketing, e-logistics, Online Store, fuzzy Petri net.

Pic.: 1. **Formulae:** 4. **Bibl.:** 11.

Vitlinskyy Valdemar V. – Doctor of Science (Economics), Professor, Head of the Department of economic and mathematical modeling, Kyiv National Economic University named after V. Getman (pr. Peremogy, 54/1, Kyiv, 03068, Ukraine)

E-mail: wite101@meta.ua

Melnyk Halyna V. – Candidate of Sciences (Economics), Assistant, Department of Applied Mathematics and Information Technologies, Chernivtsi National University named after Yuriy Fedkovych (Kotsjubynskiy Str., 2, Chernivtsi, 58012, Ukraine)

E-mail: mehalyna@rambler.ru

Skitsko Volodymyr I. – Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Candidate on Doctor Degree of the Department of economic and mathematical modeling, Kyiv National Economic University named after V. Getman (pr. Peremogy, 54/1, Kyiv, 03068, Ukraine)

E-mail: skitsko.kneu@gmail.com