

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИНВЕСТИЦИОННЫХ РИСКОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

© 2017 **АНДРЕНКО Е. А., МОРДОВЦЕВ А. С., МОРДОВЦЕВ С. М.**

УДК 330.3:330.4

**Андренко Е. А., Мордовцев А. С., Мордовцев С. М. Прогнозирование инвестиционных рисков в условиях неопределённости**

Цель статьи заключается в исследовании актуальной проблемы оценки и прогнозирования рисков инвестиционной деятельности предприятия в условиях неопределённости. Обобщение исследований, посвященных качественным и количественным методам оценки инвестиционных рисков, позволило выявить определённые недостатки предложенных подходов, отметить отсутствие в большинстве работ результатов их практического применения, выделить перспективные направления. На основе теории нечётких множеств предложена модель прогнозирования ожидаемого риска с использованием функции принадлежности Гаусса, которая имеет определённые преимущества перед многоугольными функциями принадлежности. Получены зависимости инвестиционного риска от параметров, характеризующих инвестиционный проект. С помощью полученных формул определён суммарный риск инвестирования инновационного проекта в зависимости от граничных условий. В качестве исследуемого показателя выбран индекс рентабельности инвестиций. Модель позволяет потенциальным инвесторам и разработчикам прогнозировать возможные сценарии инвестиционного процесса и принимать обоснованные управленческие решения о целесообразности внедрения и реализации проекта.

**Ключевые слова:** инвестиционный риск, оценка, прогнозирование, нечеткие множества, функция принадлежности, индекс рентабельности.

**Рис.:** 7. **Табл.:** 1. **Формул.:** 8. **Библ.:** 9.

**Андренко Елена Анатольевна** – кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры финансово-экономической безопасности, учета и аудита, Харьковский национальный университет городского хозяйства им. А. Н. Бекетова (ул. Маршала Бажанова, 17, Харьков, 61002, Украина)

**E-mail:** Olena.Andrenko@kname.edu.ua

**Мордовцев Александр Сергеевич** – кандидат экономических наук, старший преподаватель кафедры менеджмента внешнеэкономической деятельности и финансов, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт» (ул. Кирпичева, 2, Харьков, 61002, Украина)

**E-mail:** astor@mail.ru

**Мордовцев Сергей Михайлович** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики, Харьковский национальный университет городского хозяйства им. А. Н. Бекетова (ул. Маршала Бажанова, 17, Харьков, 61002, Украина)

**E-mail:** Sergiy.Mordovcev@kname.edu.ua

УДК 330.3:330.4

UDC 330.3:330.4

**Андренко О. А., Мордовцев О. С., Мордовцев С. М. Прогнозування інвестиційних ризиків в умовах невизначеності**

Мета статті полягає в дослідженні актуальної проблеми оцінки та прогнозування ризиків інвестиційної діяльності підприємства в умовах невизначеності. Узагальнення досліджень, присвячених якісним і кількісним методам оцінки інвестиційних ризиків, дозволило виявити певні недоліки запропонованих підходів, відзначити відсутність у більшості робіт результатів їх практичного застосування, виділити перспективні напрямки. На основі теорії нечітких множин запропоновано модель прогнозування очікуваного ризику з використанням функції належності Гаусса, яка має певні переваги перед багатокутними функціями належності. Отримано залежності інвестиційного ризику від параметрів, що характеризують інвестиційний проект. За допомогою отриманих формул визначено сумарний ризик інвестування інноваційного проекту залежно від граничних умов. Досліджуваному показнику обрано індекс рентабельності інвестицій. Модель дозволяє потенційним інвесторам і розробникам прогнозувати можливі сценарії інвестиційного процесу та приймати обґрунтовані управлінські рішення щодо доцільності впровадження та реалізації проекту.

**Ключові слова:** інвестиційний ризик, оцінка, прогнозування, нечіткі множини, функція належності, індекс рентабельності.

**Рис.:** 7. **Табл.:** 1. **Формул.:** 8. **Бібл.:** 9.

**Андренко Олена Анатоліївна** – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри фінансово-економічної безпеки, обліку і аудиту, Харківський національний університет міського господарства ім. О. М. Бекетова (вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002, Україна)

**E-mail:** Olena.Andrenko@kname.edu.ua

**Мордовцев Олександр Сергійович** – кандидат економічних наук, старший викладач кафедри менеджменту зовнішньоекономічної діяльності та фінансів, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут» (вул. Кирпичова, 2, Харків, 61002, Україна)

**E-mail:** astor@mail.ru

**Мордовцев Сергій Михайлович** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, Харківський національний університет міського господарства ім. О. М. Бекетова (вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002, Україна)

**E-mail:** Sergiy.Mordovcev@kname.edu.ua

**Andrenko E. A., Mordovtsev O. S., Mordovtsev S. S. Forecasting Investment Risks in Conditions of Uncertainty**

The article is aimed at studying the topical problem of evaluation and forecasting risks of investment activity of enterprises in conditions of uncertainty. Generalizing the researches on qualitative and quantitative methods for evaluating investment risks has helped to reveal certain shortcomings of the proposed approaches, to note in most of the publications there are no results as to any practical application, and to allocate promising directions. On the basis of the theory of fuzzy sets, a model of forecasting the expected risk has been proposed, making use of the Gauss membership function, which has certain advantages over the multi-angular membership functions. Dependences of investment risk from the parameters characterizing the investment project have been obtained. Using the formulas obtained, the total risk of investing in innovation project depending on the boundary conditions has been defined. As the researched target, index of profitability has been selected. The model provides the potential investors and developers with forecasting possible scenarios of investment process to make informed managerial decisions about the appropriateness of introduction and implementation of a project.

**Keywords:** investment risk, evaluation, forecasting, fuzzy sets, membership function, index of profitability.

**Fig.:** 7. **Tbl.:** 1. **Formulae:** 8. **Bibl.:** 9.

**Andrenko Elena A.** – PhD (Economics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Financial and Economic Safety, Account and Audit, Kharkiv National University of Urban Economy named after O. M. Beketov (17 Marshala Bazhanova Str., Kharkiv, 61002, Ukraine)

**E-mail:** Olena.Andrenko@kname.edu.ua

**Mordovtsev Oлександр S.** – PhD (Economics), Senior Lecturer of the Department of International Management and Finance, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute» (2 Kyrpychova Str., Kharkiv, 61002, Ukraine)

**E-mail:** acmor@mail.ru

**Mordovtsev Sergei S.** – PhD (Engineering), Associate Professor, Associate Professor, Department of Higher Mathematics, Kharkiv National University of Urban Economy named after O. M. Beketov (17 Marshala Bazhanova Str., Kharkiv, 61002, Ukraine)

**E-mail:** Sergiy.Mordovcev@kname.edu.ua

Несмотря на разнообразие предложенных научно-методических подходов к оценке и прогнозированию инвестиционных рисков, основанных на качественных, количественных и гибридных методах, в большинстве работ отсутствуют результаты практического применения. Одной из причин неэффективного практического использования является неполнота информации на различных стадиях инвестиционного процесса, что затрудняет выбор адекватной модели оценки и прогнозирования инвестиционных рисков в условиях неопределённости. В такой ситуации приобретает актуальность разработка экономико-математических моделей, основанных на вероятностных подходах и теории нечётких множеств.

В последнее время при исследовании инвестиционно-инновационной деятельности промышленных предприятий применяются подходы к оценке рисков, основанные на использовании нечётко-множественных моделей. В работе [1] доказана тесная связь классической теории вероятностей, теории нечётких множеств и возможность применения этой теории в экономических целях. В работах Недосекина А. О. [2, с. 54–72] и Абдулаевой С. И. [3, с. 46–48] рассмотрены нечётко-множественные модели денежных потоков проекта, представляющие собой свёртку точечных сценариев этих потоков. Введена категория риск-функции проекта и получены зависимости величины риска от ограничительных условий. В работе [4] предложен упрощённый алгоритм модели многокритериальной оценки рисков инновационных проектов на основе треугольных нечётких множеств. Недостатком работы является изучение только одного частного случая соотношения нечётких чисел, характеризующих рентабельность и норму прибыли проекта. Мельников В. И. [5] указывает на недостатки основных методов учёта рисков и предлагает нечётко-множественную модель для расчёта величины рисков инвестиционных проектов, что позволяет достаточно просто получать усреднённые оценки рисков. На наш взгляд, в модели недостаточно обоснован алгоритм расчёта геометрической вероятности попадания в область неэффективных инвестиций. Кроме того, автор рассматривает частный случай, когда граничное значение – постоянное число. Гнуни Т. С. [6] указывает на преимущества и недостатки использования многоугольных функций принадлежности и предлагает для оценки рисков применять гауссовы функции принадлежности. Несмотря на наличие в статье хорошо проработанной теоретической части, результаты практического применения не приведены в полном объеме.

Практическая оценка и прогнозирование инвестиционного риска предусматривает решение проблемы в условиях неопределённости с учётом вероятностных сценариев. Целью статьи является совершенствование подхода к оценке и прогнозированию инвестиционных рисков предприятия на основе теории нечётких множеств.

На всех стадиях, связанных с разработкой, инвестированием и реализацией инвестиционного проекта, возможны риски, которые зависят как от внутренних, так и от внешних факторов и, в первую очередь, от информационной неопределённости. Велика вероят-

ность того, что инвестиционный проект, который оценивался экспертами как успешный, в конечном итоге может оказаться убыточным. Из-за несовершенства информационно-аналитической базы данных, возникновения форс-мажорных ситуаций достоверность оценки риска снижается. В процессе реализации проекта необходимо постоянно контролировать и прогнозировать риски, использовать механизмы их минимизации, не допуская пессимистического сценария развития инвестиционного процесса.

Инструментом, который позволяет оценивать ожидаемые риски в условиях неопределённости, является теория нечетких множеств [2; 7]. Использование методов, основанных на теории нечётких множеств, предусматривает формализацию исходных параметров и целевых показателей в виде вектора интервальных значений (нечёткого интервала). Попадание в каждый интервал характеризуется некоторой степенью неопределённости. На основе исходной информации, опыта и интуиции эксперты и разработчики инвестиционных проектов способны количественно охарактеризовать интервалы возможных (допустимых) значений параметров и их пороговых значений.

Для прогнозирования уровня риска введём в рассмотрение два нечётких множества:  $E$  – предполагаемое значение исследуемого показателя (*expected value*);  $B$  – показатель, характеризующий граничные условия проекта (*border conditions*). В качестве  $E$  и  $B$  можно, например, выбрать:  $NPV$  – чистая приведённая стоимость;  $PI$  – индекс рентабельности инвестиций;  $RII$  – внутренние нормы доходности и другие параметры, характеризующие риски на всех стадиях инвестиционного процесса. При выполнении неравенства  $E < B$  инновационный проект можно считать неуспешным. Наша задача: построить модель прогнозирования степени риска, используя нечёткие треугольные множества.

При использовании нечётко-множественных моделей в основном использовались треугольные функции принадлежности. Несмотря на очевидную простоту использования таких функций, треугольные функции принадлежности не удовлетворяют аксиомам Шваба, которые предполагают непрерывность функций принадлежности вместе с первой и второй производной, а также минимальности их кривизны [7, с. 55–56].

Для оценки рисков предлагается использовать гауссову функцию принадлежности

$$\mu_E = e^{-\frac{(E-E_0)^2}{\sigma^2}}, \quad (1)$$

где  $E_0$  – модальное значение функции, соответствующее  $\sup(\mu_E) = 1$ ;  $\sigma$  – задает ширину функции.

Достоинством гауссовой функции принадлежности является её непрерывность и дифференцируемость. К недостаткам следует отнести её симметричность, что не всегда удобно при практическом использовании, а также необходимостью задания ограниченного носителя. Предположим, что для минимального среза выполняется условие  $\mu_E(E_0 - \lambda) = \mu_E(E_0 + \lambda) = \alpha_0$ , где  $\lambda$  – параметр, задающий узловые точки функции при-

надлежности, ограничивающие  $e$ -носитель. Тогда функции принадлежности для  $E$  и  $B$  примут вид (рис. 1):

$$\mu_E = e^{-\frac{(E-E_0)^2}{\lambda_E^2} \ln \alpha_0}; \mu_B = e^{-\frac{(B-B_0)^2}{\lambda_B^2} \ln \alpha_0}. \quad (2)$$

Положим, что  $B_0 < E_0$ . Для произвольного уровня  $\alpha_0 \leq \alpha \leq 1$  имеем

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 - \lambda \sqrt{\frac{\ln \alpha}{\ln \alpha_0}}; & E_2 &= E_0 + \lambda \sqrt{\frac{\ln \alpha}{\ln \alpha_0}}; \\ B_1 &= B_0 - \lambda \sqrt{\frac{\ln \alpha}{\ln \alpha_0}}; & B_2 &= B_0 + \lambda \sqrt{\frac{\ln \alpha}{\ln \alpha_0}}. \end{aligned} \quad (3)$$

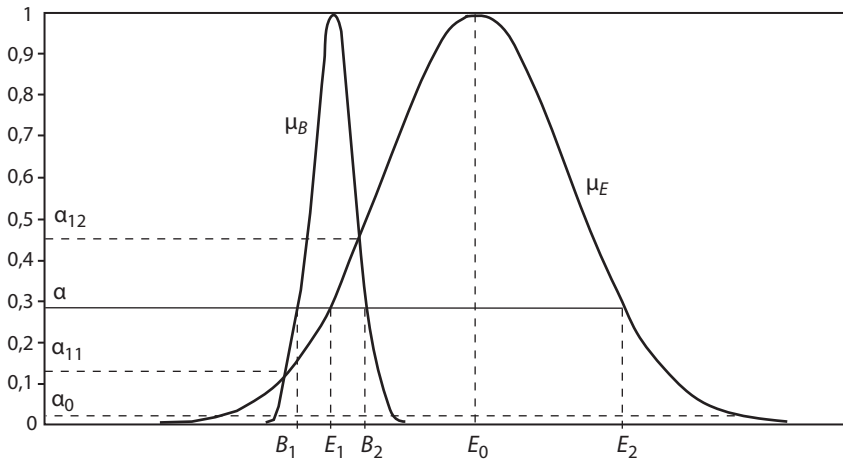


Рис. 1. Функции принадлежности  $\mu_E, \mu_B$

Функции  $\mu_E, \mu_B$  пересекаются в двух точках  $\alpha_{11}$  и  $\alpha_{12}$ , причем

$$\alpha_{11} = e^{\frac{(E_0-B_0)^2}{(\lambda_B-\lambda_E)^2} \ln \alpha_0}; \alpha_{12} = e^{\frac{(E_0-B_0)^2}{(\lambda_E+\lambda_B)^2} \ln \alpha_0}. \quad (4)$$

При выборе произвольного уровня принадлежности  $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_{11}$  интервалы  $[E_1, E_2]$  и  $[B_1, B_2]$  пересекаются. Интервал  $[B_1, B_2]$  является зоной риска для выбранного уровня  $\alpha$ . Зона риска показана на фазовой плоскости  $(E, B)$  как заштрихованная трапеция (рис. 2). Заштрихованный прямоугольник определяет область ожидаемых реализаций значений параметра.

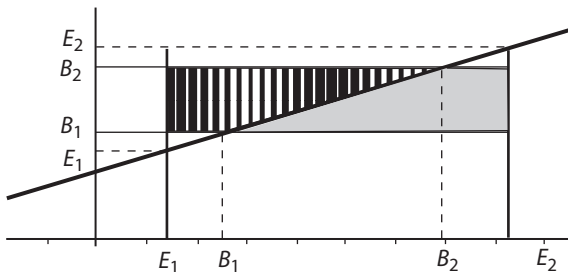


Рис. 2. Фазовая плоскость для уровня  $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_{11}$

Геометрическая вероятность события попадания точки  $(E, B)$  в зону риска определяется по формуле

$$P(\alpha) = \frac{S_r}{S}, \quad (5)$$

где  $S_r$  – площадь заштрихованной трапеции;  $S$  – площадь заштрихованного прямоугольника.

Суммарный риск при  $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_{11}$ , с учетом (3) – (4) и  $i\sqrt{|\ln \alpha|}$  (т. к. при  $\alpha < 1$   $\ln \alpha < 0$ ) и вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} R_1 &= \int_{\alpha_0}^{\alpha_{11}} P(\alpha) d\alpha = \int_{\alpha_0}^{\alpha_{11}} \frac{B_1 + B_2 - 2E_1}{2(E_2 - E_1)} d\alpha = \\ &= \frac{B_0 - E_0}{2\lambda_E} i\sqrt{|\ln \alpha|} \int_{\alpha_0}^{\alpha_{11}} \frac{d\alpha}{i\sqrt{|\ln \alpha|}} + \frac{\alpha_{11} - \alpha_0}{2}. \end{aligned}$$

С помощью замены переменной интеграл  $\int_{\alpha_0}^{\alpha_{11}} \frac{d\alpha}{i\sqrt{|\ln \alpha|}}$  преобразуется в интеграл  $2i \int_{i\sqrt{|\ln \alpha_0|}}^{i\sqrt{|\ln \alpha_{11}|}} e^{-u^2} du$ ,

который можно вычислить, используя функцию ошибок

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-u^2} du = \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k z^{2k+1}}{(2k+1) \cdot k!}.$$

В результате получим

$$R_1 = \frac{E_0 - B_0}{2\lambda_E} \sqrt{\pi |\ln \alpha_0|} \cdot \left( \frac{\operatorname{erf}(\sqrt{|\ln \alpha_{11}|}) - (-\operatorname{erf}(\sqrt{|\ln \alpha_0|}))}{2} \right) + \frac{\alpha_{11} - \alpha_0}{2}. \quad (6)$$

При выборе произвольного уровня принадлежности  $\alpha_{11} \leq \alpha \leq \alpha_{12}$  пересечением интервалов  $[E_1, E_2]$  и  $[B_1, B_2]$  является зона риска для выбранного уровня  $\alpha$   $[E_1, B_2]$  (см. рис. 1), которая показана на фазовой плоскости  $(E, B)$  как заштрихованный треугольник (рис. 3).

В этом случае суммарный риск при  $\alpha_{11} \leq \alpha \leq \alpha_{12}$  вычисляется по формуле

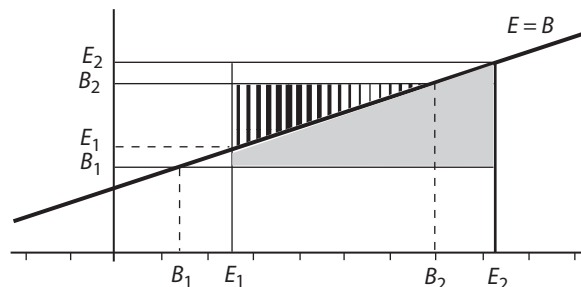


Рис. 3. Фазовая плоскость для уровня  $\alpha_{11} \leq \alpha \leq \alpha_{12}$

$$R_2 = \int_{\alpha_{11}}^{\alpha_{12}} P(\alpha) d\alpha = \int_{\alpha_{11}}^{\alpha_{12}} \frac{(B_2 - E_1)^2}{2(E_2 - E_1)(B_2 - B_1)} d\alpha,$$

или, с учетом (3) – (4):

$$R_2 = \frac{(B_0 - E_0)^2}{8\lambda_E \lambda_B} |\ln(\alpha_0)| \int_{\alpha_{11}}^{\alpha_{12}} \frac{d\alpha}{\ln \alpha} + \frac{(E_0 - B_0)(\lambda_E + \lambda_B)}{4\lambda_E \lambda_B} \sqrt{\pi |\ln \alpha_0|} (\operatorname{erf}(\sqrt{|\ln \alpha_{12}|}) - \operatorname{erf}(\sqrt{|\ln \alpha_{11}|})) + \frac{(\lambda_E + \lambda_B)^2}{8\lambda_E \lambda_B} (\alpha_{12} - \alpha_{11}),$$

откуда

$$R_2 = \frac{1}{8\lambda_E \lambda_B} \left[ (B_0 - E_0)^2 \ln(\alpha_0) \cdot (li(\alpha_{12}) - li(\alpha_{11})) + (\lambda_E + \lambda_B)^2 (\alpha_{12} - \alpha_{11}) + 2(E_0 - B_0)(\lambda_E + \lambda_B) \sqrt{\pi |\ln \alpha_0|} \times (\operatorname{erf}(\sqrt{|\ln \alpha_{12}|}) - \operatorname{erf}(\sqrt{|\ln \alpha_{11}|})) \right] \quad (7)$$

где  $li(z) = \int_0^z \frac{dx}{\ln x} = \gamma + \ln |\ln(z)| + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\ln^k z}{k \cdot k!}$  – интегральный логарифм.

При  $\alpha_{12} < \alpha \leq 1$  риск равен нулю. Таким образом, итоговый инвестиционный риск равен  $R = R_1 + R_2$ .

Риск-менеджер может самостоятельно установить шкалу неприятия риска. Г. Зиммерман [8] предложил следующую градацию (табл. 1).

Таблица 1

Шкала неприятия риска по Г. Зиммерману [8]

| R, %  | Уровень риска  | Решение об инвестировании   |
|-------|----------------|---|
| 0–7   | Незначительный | Принять проект  |
| 8–15  | Низкий         | Принять, но с оговорками и корректировками                          |
| 16–35 | Средний        | Принять, но с оговорками, корректировками и дальнейшим мониторингом |
| 36–40 | Высокий        | Отклонить и пересмотреть проект                                     |
| > 40  | Критический    | Отказаться в инвестировании   |

В работе [3, с. 75] представлено следующее лингвистическое нормирование уровня риска:

- ✦ если  $R < 10\%$ , то он признаётся приемлемым для всех случаев инновационного проектирования;
- ✦ если  $10\% < R < 20\%$ , то он признаётся условно приемлемым, необходимы дополнительные мероприятия по страхованию риска;
- ✦ если  $R > 20\%$ , то проект признаётся неприемлемым.

Приведём пример расчёта риска инвестирования инновационного проекта с использованием индекса рентабельности инвестиций, которым, в нашем случае, является нечёткое множество  $E = PI$ :

$$(PI_{\min}, PI_0, PI_{\max}) = \left( \frac{1}{I_{\max}} \sum_{k=1}^T \frac{CF_k^{\min}}{(1+r_k^{\max})^k}, \frac{1}{I_0} \sum_{k=1}^T \frac{CF_k^0}{(1+r_k^0)^k}, \frac{1}{I_{\min}} \sum_{k=1}^T \frac{CF_k^{\max}}{(1+r_k^{\min})^k} \right), \quad (8)$$

где  $T$  – срок внедрения и реализации инновационного проекта;  $I(I_{\min}, I_0, I_{\max})$  – размер стартовых инвестиций;  $CF_k (CF_k^{\min}; CF_k^0; CF_k^{\max})$  – планируемый чистый денежный поток по  $k$ -й период;  $r (r_k^{\min}; r_k^0; r_k^{\max})$  – ставка дисконтирования.

Планируется инвестировать в проект с параметрами:  $T = 3$  года;  $I = (100, 100, 100)$  тыс. грн;  $r (10\%; 15\%; 20\%)$ ;  $CF_1 (0; 0; 0)$ ,  $CF_2 (35; 90; 120)$ ,  $CF_3 (80; 130; 180)$  тыс. грн; остаточная (ликвидационная) стоимость проекта равна нулю. Инвестиционный проект признается эффективным, если индекс рентабельности инвестиций  $PI$  превышает предельный уровень  $B$ .

Используя (8), определим  $E_0 = PI_0 = 1,5$ ;  $\lambda_E = 0,8$ . Примем  $B_0 = 1$ ;  $\lambda_B = 0,8$ , а также минимальный уровень среза  $\alpha_0 = 0,02$ .

В результате расчетов по формулам (4), (6), (7) получено:  $\alpha_{11} = 0,066$ ;  $\alpha_{12} = 0,376$ ;  $R_1 = 0,71\%$ ;  $R_2 = 1,23\%$ . Таким образом, ожидаемый итоговый инвестиционный риск составил  $R = 1,94\%$ , т. е. инвестиционный проект можно принять. Отметим, что в работе [9] при использовании треугольных функций принадлежности итоговый инвестиционный риск составил  $R = 4,4\%$ .

Рассмотрим случай, когда  $E_0 < B_0$  (рис. 4). Из условия симметрии следует, что  $\alpha_{22} = \alpha_{11}$ ;  $\alpha_{21} = \alpha_{12}$ . При выборе произвольного уровня принадлежности  $\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_{22}$  интервал  $[B_1, B_2]$  является зоной риска для выбранного уровня  $\alpha$ . Этот случай разобран выше, поэтому итоговый риск  $R_1^* = R_1$ .

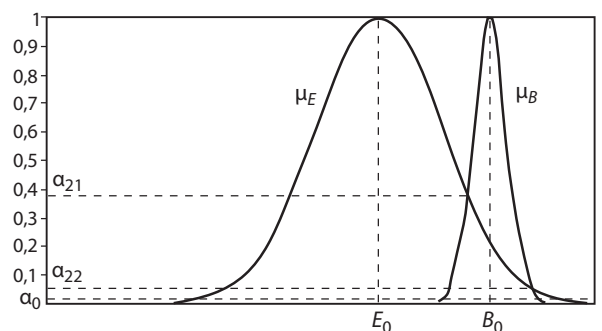


Рис. 4. Функции принадлежности  $\mu_E, \mu_B$

При выборе произвольного уровня принадлежности  $\alpha_{22} \leq \alpha \leq \alpha_{21}$  пересечением интервалов  $[E_1, E_2]$  и  $[B_1, B_2]$  является зона риска для выбранного уровня  $\alpha$   $[B_1, E_2]$ , которая показана на фазовой плоскости  $(E, B)$  как заштрихованная трапеция (рис. 5).



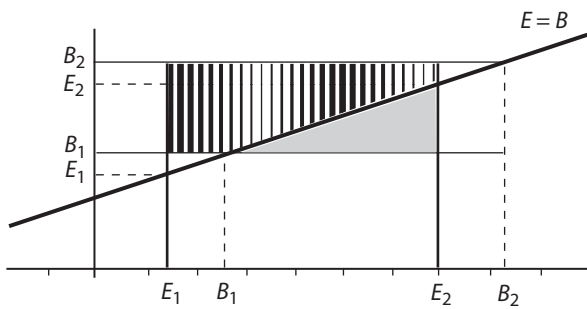


Рис. 5. Фазовая плоскость для уровня  $\alpha_{22} \leq \alpha \leq \alpha_{21}$

В этом случае суммарный риск вычисляется по формуле

$$R_2^* = \int_{\alpha_{22}}^{\alpha_{21}} P(\alpha) d\alpha = \int_{\alpha_{22}}^{\alpha_{21}} \left[ 1 - \frac{(E_2 - B_1)^2}{2(E_2 - E_1)(B_2 - B_1)} \right] d\alpha,$$

или, с учетом (3), (4):

$$R_2^* = \left[ 1 - \frac{(\lambda_E + \lambda_B)^2}{8\lambda_E\lambda_B} \right] (\alpha_{21} - \alpha_{22}) - \frac{(B_0 - E_0)^2 \ln(\alpha_0) \cdot [li(\alpha_{21}) - li(\alpha_{22})]}{4\lambda_E\lambda_B} + \frac{(E_0 - B_0)(\lambda_E + \lambda_B)\sqrt{\pi|\ln \alpha_0|} \times \times (erf(\sqrt{|\ln \alpha_{21}|}) - erf(\sqrt{|\ln \alpha_{22}|}))}{4\lambda_E\lambda_B}.$$

При  $\alpha_{21} < \alpha \leq 1$  риск равен  $R_3^* = 1 - \alpha_{21}$ .

Итоговый инвестиционный риск равен:

$$R^* = R_1^* + R_2^* + R_3^*.$$

Используя данные примера, при  $B_0 = 1,6 > E_0$ , итоговый риск составит  $R^* = 67,7\%$ .

Практический интерес представляет случай, когда  $B$ , характеризующее граничные условия, имеет точечную оценку  $B_{\min} = B_{\max} = B_0$  (рис. 6). Тогда  $\alpha_{12} \rightarrow \alpha_{11}$  и  $\alpha_{21} \rightarrow \alpha_{22}$ . Тогда итоговый инвестиционный риск равен

$$R = \begin{cases} R_1, & \text{если } B_0 \leq E_0, \\ R_1^* + R_3^*, & \text{если } B_0 > E_0. \end{cases}$$

На рис. 7 представлены зависимости итогового инвестиционного риска  $R$  от значения  $B_0$ . Риск-функция  $R$  монотонно возрастает с ростом  $B_0$ , причём в точке  $B_0 = E_0$  – точка перегиба. Таким образом, ужесточение граничного условия увеличивает риск инвестиционной деятельности. Увеличению значения  $E_0$  по отношению к  $B_0 = 1$  приводит к снижению итогового риска.

## ВЫВОДЫ

Использование полученных зависимостей риска от параметров, характеризующих инвестиционный проект, позволяет потенциальным инвесторам и разработчикам прогнозировать возможные сценарии инвестиционного процесса и принимать обоснованные управленческие решения о целесообразности внедрения и реализации проекта.

Предложенная модель основана на использовании гауссовой функции принадлежности, которая, в отличие от многоугольных функций, является непрерывной и дифференцируемой и не имеет особых точек. Полученные формулы без труда программируются в среде MSExcel, что упрощает их практическое использование для расчёта инвестиционных рисков.

В рамках дальнейших исследований представляет интерес оценка рисков по нескольким критериям. Что

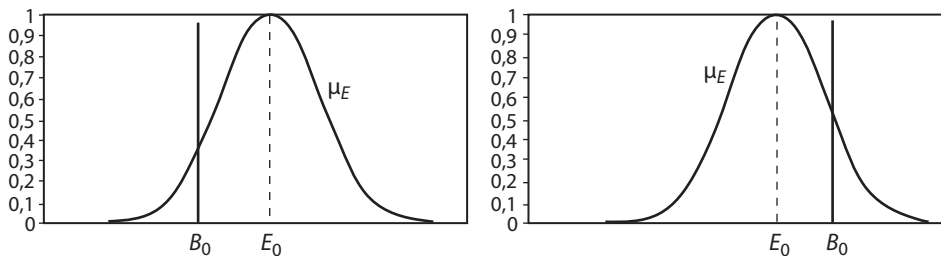


Рис. 6. Зависимости итогового риска при изменении  $B_0$  и  $E_0$

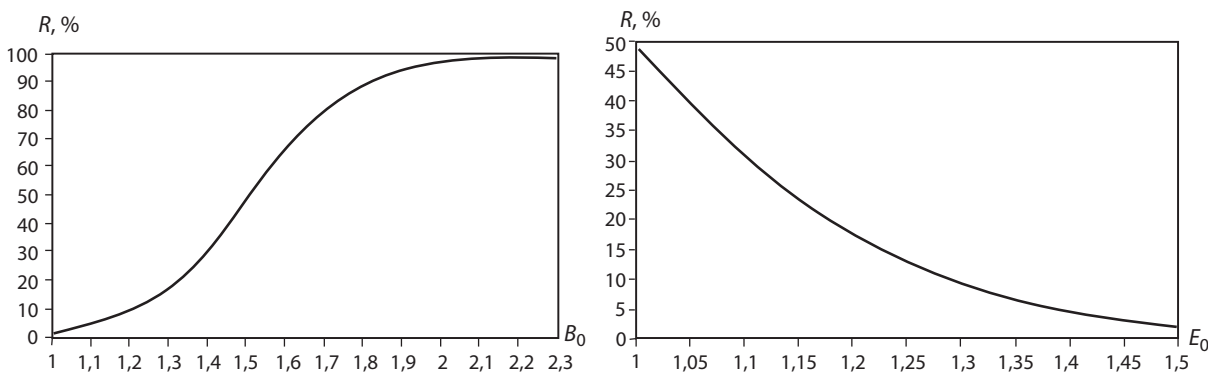


Рис. 7. Зависимость инвестиционного риска индекса рентабельности проекта от величины граничного уровня  $B_0$

касается симметричности гауссовой функции, что не всегда удобно при рассмотрении реальных инвестиционных проектов, то имеет смысл провести аналогичные исследования, используя асимметричные функции типа

$$\mu_E = we \frac{(E-E_0)^2}{\lambda_{E1}^2} \ln \alpha_0 + (1-w)e \frac{(E-E_0)^2}{\lambda_{E2}^2} \ln \alpha_0,$$

где  $w = 1$  для  $E \leq E_0$ ;  $w = 0$  для  $E > E_0$ ;  $\lambda_{E1} \neq \lambda_{E2}$ . ■

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Єлейко Я., Щербина Ю., Дмитрів С. Визначення поняття ризику за допомогою теорії нечітких множин. *Вісник Львівського університету*. Сер.: Прикладна математика та інформатика. 2014. Вип. 21. С. 79–83.
2. Недосекин А. О. Оценка риска бизнеса на основе нечетких данных: монография. СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2004. 100 с.
3. Абдулаева З. И., Недосекин А. О. Стратегический анализ инновационных рисков: монография. СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2013. 150 с.
4. Великоиваненко В. И., Гусаков Н. В., Пантенков Д. Г., Соколов В. М. Упрощенный алгоритм построения вероятностной модели оценки степени рисков инновационных проектов. *Космическая техника и технологии*. 2014. № 3 (6). С. 81–89.
5. Мельников В. И. Применение теории нечетких множеств в анализе рисков инвестиционных проектов. *Экономическая теория, анализ, практика*. 2010. № 3. С. 57–71.
6. Гнуни Т. С. Методика оценки риска инвестиционного проекта с использованием неопределенно-множественной модели с Гауссовой функцией принадлежности. *Математические методы анализа в экономике*. 2012. № 9 (99). С. 27–33.
7. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление/пер. с англ. 2-е изд. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 798 с.
8. Zimmerman H.-J. *Fuzzy Set Theory and its Applications*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1996. 315 p.

9. Федоренко І. А., Мордовцев А. С., Мясников В. О. Прогнозування інноваційних ризиків з використанням нечітких множин. *Проблеми економіки*. 2017. № 1. С. 420–429.

#### REFERENCES

- Abdulayeva, Z. I., and Nedosekin, A. O. *Strategicheskij analiz innovatsionnykh riskov* [Strategic analysis of innovative risks]. St. Petersburg: Izd-vo Politekhnikheskogo universiteta, 2013.
- Fedorenko, I. A., Mordovtsev, A. S., and Miasnykov, V. O. "Prohnozuvannia innovatsiinykh ryzykiv z vykorystanniam nechitkykh mnozhyn" [Innovative risk prediction using fuzzy sets]. *Problemy ekonomiky*, no. 1 (2017): 420-429.
- Gnuni, T. S. "Metodika otsenki riska investitsionnogo proekta s ispolzovaniyem neopredelenno-mnozhestvennoy modeli s Gaussovoy funktsiyey prinadlezhnosti" [Methods of assessment of risk investment project with the use of uncertain multiple model with Gaussian membership function]. *Matematicheskiye metody analiza v ekonomike*, no. 9 (99) (2012): 27-33.
- Melnikov, V. I. "Primeneniye teorii nechetkikh mnozhestv v analize riskov investitsionnykh proektov" [Application of fuzzy set theory in risk analysis of investment projects]. *Ekonomicheskaya teoriya, analiz, praktika*, no. 3 (2010): 57-71.
- Nedosekin, A. O. *Otsenka riska biznesa na osnove nechetkikh dannykh* [Assessment of business risk based on fuzzy data]. St. Petersburg: Izd-vo Politekhnikheskogo universiteta, 2004.
- Pegat, A. *Nechetkoye modelirovaniye i upravleniye* [Fuzzy modeling and control]. Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy, 2013.
- Velikoivanenko, V. I. et al. "Uproshchennyy algoritm postroyeniya veroyatnostnoy modeli otsenki stepeni riskov innovatsionnykh proektov" [A simplified algorithm for constructing probabilistic models for the risk assessment of innovative projects]. *Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii*, no. 3 (6) (2014): 81-89.
- Yeleiko, Ya., Shcherbyna, Yu., and Dmytriv, S. "Vyznachennia poniattia ryzyku za dopomohoiu teorii nechitkykh mnozhyn" [The definition of risk using fuzzy set theory]. *Visnyk Lvivskoho universytetu*. Ser.: Prykladna matematyka ta informatyka, no. 21 (2014): 79-83.
- Zimmerman, H.-J. *Fuzzy Set Theory and its Applications*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.