

ВЗВЕШЕННОЕ АГРЕГИРОВАНИЕ РАНЖИРОВАННЫХ ОБЪЕКТОВ ПО ПРОИЗВОЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ ДРУГИХ ОБЪЕКТОВ

© 2018 МОСКОВКИН В. М., СИНЮАНЬ С., ЖУРАВКА А. В.

УДК 330.47

Московкин В. М., Синюань С., Журавка А. В. Взвешенное агрегирование ранжированных объектов по произвольной совокупности других объектов

Поставлена задача распределения ранжированных объектов по меньшему числу других объектов. Первые объекты названы объектами первого рода, вторые объекты – объектами второго рода. Рейтинг совокупности объектов первого рода, входящих по признаку принадлежности в объект второго рода, предложено рассчитывать через процедуру взвешенного агрегирования, которая представляет собой произведение числа вышеуказанных объектов первого рода на средний весовой коэффициент, вычисляемый через средний ранг (рейтинг) совокупности объектов первого рода. В качестве примера такой задачи приводится задача распределения ранжированных университетов мира по одному из глобальных рейтингов по странам мира. Задача распространена на расчёт интегрального ранга (рейтинга) для произвольного числа ранжировок разных объектов первого рода, распределенных по заданному количеству объектов второго рода.

Ключевые слова: взвешенное агрегирование, ранжированные объекты, ранжировка, рейтинг, ранг, весовой коэффициент, многомерные объекты.

Табл.: 1. **Формул.:** 8. **Библ.:** 8.

Московкин Владимир Михайлович – доктор географических наук, профессор, профессор кафедры мировой экономики, Институт экономики Белгородского государственного национального исследовательского университета НИУ «БелГУ» (ул. Победы 85, корпус 10, 2 этаж, Белгород, 308015, Россия)

E-mail: moskovkin@bsu.edu.ru

Синюань Сунь – аспирант, кафедра экономической теории и менеджмента, Московский педагогический государственный университет (ул. Мала Пироговская, 1/1, Москва, 119991, Россия)

E-mail: sunxingyuan@mail.ru

Журавка Андрей Викторович – кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры экономической кибернетики и информационных технологий, Харьковский национальный университет строительства и архитектуры (ул. Сумская, 40, Харьков, 61000, Украина)

УДК 330.47

UDC 330.47

Московкін В. М., Сінюань С., Журавка А. В. Зважене агрегування ранжированих об'єктів за довільної сукупності інших об'єктів

Поставлено завдання розподілу ранжированих об'єктів за меншим числом інших об'єктів. Перші об'єкти названі об'єктами першого роду, другі об'єкти – об'єктами другого роду. Рейтинг сукупності об'єктів першого роду, що входять за ознакою приналежності в об'єкт другого роду, запропоновано розраховувати через процедуру зваженого агрегування, яка являє собою добуток числа вищевказаних об'єктів першого роду на середній ваговий коефіцієнт, який вираховується через середній ранг (рейтинг) сукупності об'єктів першого роду. Як приклад такого завдання наводиться завдання розподілу ранжированих університетів світу за одним із глобальних рейтингів за країнами світу. Завдання поширено на розрахунок інтегрального рангу (рейтингу) для довільного числа ранжування різних об'єктів першого роду, розподілених за заданою кількістю об'єктів другого роду.

Ключові слова: зважене агрегування, ранжировані об'єкти, ранжування, рейтинг, ранг, ваговий коефіцієнт, багатовимірні об'єкти.

Табл.: 1. **Формул.:** 8. **Библ.:** 8.

Московкін Володимир Михайлович – доктор географічних наук, професор, професор кафедри світової економіки, Інститут економіки Белгородського державного національного дослідницького університету НДУ «БелДУ» (вул. Перемоги 85, корпус 10, 2 поверх, Белгород, 308015, Росія)

E-mail: moskovkin@bsu.edu.ru

Сінюань Сунь – аспірант, кафедра економічної теорії та менеджменту, Московський педагогічний державний університет (вул. Мала Пироговська, 1/1, Москва, 119991, Росія)

E-mail: sunxingyuan@mail.ru

Журавка Андрій Вікторович – кандидат економічних наук, доцент, доцент кафедри економічної кибернетики та інформаційних технологій, Харківський національний університет будівництва та архітектури (вул. Сумська, 40, Харків, 61000, Україна)

Moskovkin V. M., Xingyuan Sun, Zhuravka A. V. The Weighted Aggregation of Ranked Objects by the Arbitrary Totality of Other Objects

The task of distribution of the ranked objects by the smaller number of other objects is set. The first objects are named objects of the first kind, the second objects are the objects of the second kind. The rating of the totality of objects of the first kind, included on the attribute of belonging in the object of the second kind, is suggested to be calculated through the procedure of the weighted aggregation which represents a product of number of the above mentioned objects of the first kind and the average weight coefficient calculated through the average rank (rating) of the totality of the objects of the first kind. An example of such a task is the distribution of ranked universities by the world countries according to one of the global world ratings. The task is extended to the calculation of the integral rank (rating) for an arbitrary number of rankings of different objects of the first kind, distributed on the given number of objects of the second kind.

Keywords: weighted aggregation, ranked objects, ranking, rating, rank, weight coefficient, multidimensional objects.

Tbl.: 1. **Formulae:** 8. **Bibl.:** 8.

Moskovkin Vladimir M. – Doctor of Sciences (Geography), Professor, Professor of the Department of World Economy, Institute of Economics of Belgorod State National Research University Belgorod State University (2 floor, 10 building, 85 Pobedy Str., Belgorod, 308015, Russia)

E-mail: moskovkin@bsu.edu.ru

Xingyuan Sun – Postgraduate Student, Department of Economic Theory and Management, Moscow State Pedagogical University (1/1 M. Pirogovskaya Str., Moscow, 119991, Russia)

E-mail: sunxingyuan@mail.ru

Zhuravka Andrey V. – Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Economic Cybernetics and Information Technologies, Kharkiv National University of Construction Engineering and Architecture (40 Sumska Str., Kharkiv, 61000, Ukraine)

Термин «взвешенное агрегирование» редко встречается в отечественной научной литературе. Google Scholar в расширенном поиске с точной фразой дает на него 7 откликов. На англоязычный термин «weight aggregate» мы получили 12 300 откликов, но большинство из которых не релевантны тематике многомерного анализа. Например, здесь этот термин, в большинстве случаев, относится к области молекулярной химии. Более релевантными являлись отклики на термины «weight aggregated» – 559 откликов, «weight aggregating» – 122 отклика, «weight aggregation» – 1790 откликов. Эксперименты с помощью Google Scholar проводились 25.06.2016 г.

Наиболее цитируемыми и релевантными работами по тематике взвешенного агрегирования являлись работы [1–6]. Так как взвешенное агрегирование в нашей работе будет связано с ранжированными объектами, то есть с их рейтингами (рангами, местами в ранжировке), то уместно процитировать А. Ашера и М. Савино [2], которые отметили, что рейтинги – это больше, чем набор индикаторов, это взвешенное агрегирование индикаторов.

Под линейным взвешенным агрегированием состояния многомерного объекта, характеризуемого значениями индикаторов I_i в количестве n , понимается величина

$$I = \sum_{i=1}^n w_i I_i, \quad (1)$$

где w_i – вес индикатора I_i [1].

Здесь I является интегральным показателем, описывающим состояние многомерного объекта с n индикаторами.

Нелинейное взвешенное агрегирование может, например, описываться величиной

$$I = \prod_{i=1}^n w_i I_i \quad (2)$$

или формулой для взвешенного среднего геометрического значения:

$$I = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n w_i I_i}. \quad (3)$$

В случае, когда $w_i = 1$, мы приходим к линейному или нелинейному невзвешенному агрегированию.

Среди работ [1–6] отметим работы, в которых термин «weight aggregation» рассматривался в качестве ключевого процесса для задач принятия решений на многообъектных группах [5; 6].

Перейдем теперь к нашей задаче взвешенного агрегирования ранжированных объектов по произвольной совокупности других объектов. Пусть имеем m многомерных объектов с n индикаторами, тогда, подсчитав для каждого такого объекта интегральный показатель I по одной из формул (1–3), мы можем их проранжировать по величине этого показателя. В дальнейшем мы будем иметь дело с такими ранжированными объектами, абстрагируясь от величин их интегральных показателей. Это могут быть университеты, ученые, банки, туристические компании, города и др. При этом может быть поставлена задача распределения этих объектов по некоторым другим объектам,

например, по регионам страны, с расчетом их агрегированного показателя. Специфический метод решения этой задачи для российских университетов, ранжированных в рейтинге Webometrics и распределяемых по регионам России, рассматривался в работе [7], другой специфический метод решения аналогичной задачи для университетов Центрального Федерального Округа Российской Федерации, ранжированных в рейтингах Webometrics, Эксперт-РА и Интерфакс, рассматривался в работе [8].

Ниже мы предложим один универсальный метод для взвешенного агрегирования ранжированных объектов по произвольной совокупности других объектов, при этом роль весов будут играть не значения w_i в формулах (1–3), а ранги (рейтинги) объектов в ранжировке.

Таким образом, целью исследования является концептуальная разработка метода взвешенного агрегирования ранжированных объектов по произвольной совокупности других объектов.

Метод взвешенного агрегирования ранжированных объектов по произвольной совокупности других объектов. На практике часто возникает задача, когда мы хотим распределить ранжированные объекты по меньшему числу других объектов. Например, у нас есть ранжировка университетов по одному из глобальных рейтингов, и мы хотим их распределить по странам мира. Назовем первые объекты объектами первого рода, а вторые – объектами второго рода. Итак, имеется ранжировка из K объектов первого рода, которые по определенному признаку принадлежности входят в объекты второго рода в количестве $L < K$, тем самым формируя группы из объектов первого рода. Полагая, что объекты второго рода пронумерованы от 1 до L , тогда для j -го объекта второго рода запишем ранг (рейтинг) совокупности входящих в него объектов первого рода в таком виде:

$$R_j = N_j \rho_j, \quad (4)$$

где N_j – количество объектов первого рода, входящих в j -й объект второго рода;

ρ_j – средний весовой коэффициент (вес) совокупности объектов первого рода в количестве N_j входящих в j -й объект второго рода.

Для расчета среднего весового коэффициента ρ_j можно предложить формулу:

$$\rho_j = \left[K - \left(\frac{M_j^1 + M_j^2 + M_j^3 + \dots + M_j^{N_j}}{N_j} \right) \right], \quad (5)$$

где M_j^i – место (ранг) i -го объекта в ранжировке объектов первого рода, $1 \leq i \leq N_j$.

Подставляя формулу (5) в формулу (4), получим:

$$R_j = KN_j - (M_j^1 + M_j^2 + M_j^3 + \dots + M_j^{N_j}). \quad (6)$$

Имеет место также очевидное равенство:

$$\sum_{j=1}^L N_j = K. \quad (7)$$

Пример взвешенного агрегирования ранжированных объектов. Проиллюстрируем использование вышеуказанных формул на конкретном примере. Пусть мы имеем ранжировку объектов первого рода в количестве $K = 10$. Рассмотрим три объекта второго рода ($L = 3$) со следующим распределением объектов первого рода по ним (табл. 1).

Из этой таблицы следует, что $N_1 = 2, N_2 = 3, N_3 = 5,$
 $\sum_{j=1}^3 N_j = 10.$

Используя формулу (6), получим
 $R_1 = 2 \times 10 - (1 + 3) = 16; R_2 = 3 \times 10 - (2 + 4 + 5) = 19;$
 $R_3 = 5 \times 10 - (6 + 7 + 8 + 9 + 10) = 10.$

Таблица 1

Распределение объектов первого рода по объектам второго рода ($K = 10, L = 3$)

Нумерация объектов второго рода					
j = 1		j = 2		j = 3	
Нумерация ранжированных объектов первого рода	1*	Нумерация ранжированных объектов первого рода	1	Нумерация ранжированных объектов первого рода	1
	2		2*		2
	3*		3		3
	4		4*		4
	5		5*		5
	6		6		6*
	7		7		7*
	8		8		8*
	9		9		9*
	10		10		10*

Примечание: звездочкой показана принадлежность i -го объекта первого рода к j -му объекту второго рода.

Данные расчеты позволяют ранжировать совокупности объектов первого рода, входящих в объекты второго рода, по значениям показателя R_j .

Если все объекты первого рода попадут в один объект второго рода, то имеем $R_{max} = 10^2 - 55 = 45$. В общем виде получим $R_{max} = K^2 - (K - K^2) / 2 = K(K - 1) / 2$. Например, при $K = 10$ имеем $R_{max} = 5 \times 9 = 45$.

Распространение данного метода на произвольное число ранжировок. Допустим, имеется n ранжировок различных объектов первого рода с количествами $K_1, K_2, \dots, K_p, \dots, K_n$ и L объектов второго рода ($L < K_j$), по которым нужно распределить объекты первого рода.

Агрегированный ранг (рейтинг) для произвольной i -й ранжировки был вычислен ранее: $R_{ij} = N_{ij} \rho_{ij}$, где N_{ij} – количество объектов первого рода в i -й ранжировке; ρ_{ij} – средний весовой коэффициент совокупности объектов первого рода в i -й ранжировке, входящих в j -й объект второго рода, $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq L$ (см. формулы (4–7)).

Тогда интегральный ранг (рейтинг) для всех ранжировок, состоящих из объектов первого рода и распределенных по L объектам второго рода, будет равен

$$I_j = \sum_{i=1}^n R_{ij} = \sum_{i=1}^n N_{ij} \rho_{ij}, \quad (8)$$

где ρ_{ij} определяется по формуле (5).

Такая задача может, например, возникнуть при региональном анализе рынка экономических исследований. Допустим, в стране ранжируются ученые в произвольной предметной области в количестве K_1 , научные журналы, котирующиеся в этой предметной области

в количестве K_2 и специализированные советы по защите диссертаций в этой предметной области в количестве K_3 . Встает задача распределить эти ранжированные объекты по L регионам страны с расчетом трех агрегированных рейтингов и одного интегрального рейтинга. Формулы (4–8) позволяют легко решить эту задачу.

ВЫВОДЫ

Таким образом, нами поставлена и теоретически решена задача распределения ранжированных объектов по меньшему числу других объектов. Чтобы различать эти объекты, мы первые назвали объектами первого рода, а вторые – объектами второго рода. Предполагается, что по признаку принадлежности объекты первого рода распределяются по объектам второго рода. Например, регионы легко распределяются по стране, университеты – по регионам, кафедры – по университету и т. д. Здесь только важно, чтобы объекты первого рода были каким-то образом ранжированы. При этом нас не интересует процедура взвешенного агрегирования при расчете самых рейтингов, которые в нашей постановке задачи являются заданными. Наша задача состояла в расчете рейтинга совокупности объектов первого рода, входящих в объект второго рода. Этот агрегированный рейтинг предложено вычислять с помощью произведения числа вышеуказанных объектов первого рода на средний весовой коэффициент, определяемый через средний ранг (рейтинг) совокупности объектов первого рода.

Задача распространена на расчет интегрального ранга (рейтинга) для произвольного числа ранжировок разных объектов первого рода, распределенных по за-

данному количеству объектов второго рода. Поставленные задачи достаточно просты для математического программирования и машинного счета. ■

ЛИТЕРАТУРА

1. **Аржанова И. В. и др.** Методология многомерного ранжирования: возможности комплексной оценки вузов. *Вестник международных организаций*. 2013. № 1 (40). С. 1–30.
2. **Ашер А., Савино М.** Глобальные рейтинги и рейтинговые таблицы (пер. с англ. Е. Покатович). *Вопросы образования*. 2007. № 4. С. 201–206.
3. **Tran Q.-V., Ichise R., Ho B.-Q.**: Cluster – based Similarity Aggregation for Ontology Matching. *Ontology Matching (OM-2011). Proceedings of the ISWC Workshop*. 2011. P. 142–147.
4. **Zhang S., Wu X.** Large Scale data mining based on partitioning. *Applied Artificial Intelligence*. 2001. Vol. 15. P. 129–139.
5. **He D., Xu J., Chen X.** Information-Theoretic-Entropy Based Weight Aggregation Method in Multiple-Attribute Group Decision-Making. *Entropy*. 2016. Vol. 18. Issue 6. 13 p. DOI: 10.3390/e18060171
6. **Kang Q., Feng S., Zhou M., Ammari A., Sedraoul K.** Optimal Load Scheduling of Plug-in Hybrid Electric Vehicles via Weight-Aggregation Multi-Objective Evolutionary Algorithms. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. 2017. Vol. 18. Issue 9. P. 2557–2568.
7. **Moskovkin V., Sizoongo M., Verzunova L., Kamyshanchenko N., Prizhivalinskiy A., Shutov V.** Correlation Relationship between Scientific – Innovation and Macroeconomic Indications in the Selected Russian Regions. *International Business Management*. 2016. Vol. 10. Issue 26. P. 6019–6025.
8. **Московкин В. М., Лю Явэй.** К оценке региональной университетской конкурентоспособности. *Научный результат. Серия : Экономические исследования*. 2018. Т. 4. № 1. С. 35–53.

REFERENCES

- Arzhanova, I. V. et al. "Metodologiya mnogomernogo ranzhirvaniya: vozmozhnosti kompleksnoy otsenki vuzov" [Methodology of multidimensional ranging: the possibility of comprehensive assessment of universities]. *Vestnik mezhdunarodnykh organizatsiy*, no. 1 (40) (2013): 1-30.
- Asher, A., and Savino, M. "Globalnyye reytingi i reytingovyye tablitsy" [Global ratings and rating tables]. *Voprosy obrazovaniya*, no. 4 (2007): 201-206.
- He, D., Xu, J., and Chen, X. "Information-Theoretic-Entropy Based Weight Aggregation Method in Multiple-Attribute Group Decision-Making" *Entropy* vol. 18, no. 6 (2016). DOI: 10.3390/e18060171
- Kang, Q. et al. "Optimal Load Scheduling of Plug-in Hybrid Electric Vehicles via Weight-Aggregation Multi-Objective Evolutionary Algorithms" *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* vol. 18, no. 9 (2017): 2557-2568.
- Moskovkin, V. et al. "Correlation Relationship between Scientific – Innovation and Macroeconomic Indications in the Selected Russian Regions" *International Business Management* vol. 10., no. 26 (2016): 6019-6025.
- Moskovkin, V. M., and Liu, Yavey. "K otsenke regionalnoy universitetskoy konkurentosposobnosti" [To the assessment of regional university competitiveness]. *Nauchnyy rezultat. Seriya : Ekonomicheskiye issledovaniya* vol. 4, no. 1 (2018): 35-53.
- Tran, Q.-V., Ichise, R., and Ho, B.-Q. "Cluster - based Similarity Aggregation for Ontology Matching" *Ontology Matching (OM-2011). Proceedings of the ISWC Workshop*, 2011. 142-147.
- Zhang, S., and Wu, X. "Large Scale data mining based on partitioning" *Applied Artificial Intelligence* vol. 15 (2001): 129-139.