

*MEXAHIKA* 

УДК 534.232.001:62.50

© 2007

Член-корреспондент НАН Украины А. Е. Божко

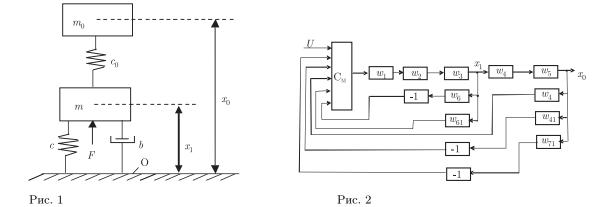
## О трансформации консервативных колебательных звеньев в диссипативные в электродинамических и электромагнитных вибростендах

A method for the transformation of a conservative oscillatory link into a dissipative one is proposed. The structural schemes for a realization of this method for electrodynamic and electromagnetic vibrobenches are given.

Известно, что построение резонансных виброиспытательных систем базируется на стабилизации резонансных частот вибраций платформ стендов путем автоматического поддержания сдвига фаз, равного  $-\pi/2$  между колебаниями платформы стенда и испытуемого объекта, представляющего собой диссипативное колебательное звено (КЗ) [1–3]. Также известно [4], что колебания КЗ по сравнению с возбуждающим воздействием отстают на угол

$$\varphi = \arctan \frac{b\omega}{m(\omega_0^2 - \omega^2)},\tag{1}$$

где  $b,m,\omega_0$  — коэффициент диссипации, масса, собственная частота колебательной системы (КС) соответственно;  $\omega$  — круговая частота воздействия ( $\omega=2\pi f,\,f$  — частота). Выражение (1) представляет собой фазочастотную характеристику КС. Из него видно, что угол  $\varphi$  реально существует при условии, что b>0. Если b=0, то и  $\varphi=0$ . Последнее условие не позволяет создание резонансных виброиспытательных систем на основе стабилизации  $\varphi=-\pi/2$ , соответствующего резонансной частоте  $\omega_p\approx\omega_0$ . В этом случае может быть применен метод экстремального регулирования по амплитуде вибраций испытуемого объекта. Однако наш опыт по созданию резонансных виброиспытательных систем показывает, что метод стабилизации амплитуд механических КС, у которых резонансный пик очень узкий, неэффективен и обусловливает сканирование частоты  $\omega$  вокруг  $\omega_p$ , т. е. в этом случае дополнительно колеблется амплитуда колебаний (своеобразная амплитудная модуляция). При этом из-за острого резонансного пика КС объекта последний при уходе частоты  $\omega$  с  $\omega_p$  подвергается действию вибронагрузок, которые значительно ниже резонансных, что, в свою очередь, увеличивает время виброиспытаний и не дает точных результатов о динамической надежности испытуемых объектов. Реально КС испытуемого объекта (ИО) может быть



консервативной (b=0) и тогда известные резонансные виброиспытательные системы [2, 3] не могут быть непосредственно использованы. Однако можно предложить метод и системы, обеспечивающие преобразование консервативной КС в диссипативную. Для объяснения такого утверждения представим на рис. 1 механическую схему КС с двумя степенями свободы, где  $m_0$ , m — массы;  $b_0$ ,  $c_0$ , c — коэффициенты диссипации (b) демпфера и жесткости пружин соответственно;  $x_0$ , x — перемещения  $m_0$  и m соответственно; F — возбуждающая сила; O — основание.

Уравнения движения этой КС следующие:

$$\left. \begin{array}{l}
 m_0 \ddot{x}_0 + c_0 x_0 = c_0 x_1, \\
 m_0 \ddot{x}_1 + b x_1 (c_0 + c) x_1 = F + c_0 x_0.
 \end{array} \right\} 
 \tag{2}$$

Из рис. 2 и (2) видно, что верхнее КЗ с  $(m_0, c_0)$  является консервативным, поэтому угол  $\varphi$  между  $x_0$  и  $x_1$  равен нулю. Но для нас желательно трансформировать математически, а затем структурно это консервативное КЗ в диссипативное. Для этого необходимо, чтобы первое уравнение из (2) имело вид

$$m_0\ddot{x}_0 + b_0\dot{x}_0 + c_0x_0 = F_0$$
 или  $m_0\ddot{x}_0 + c_0x_0 = F_0 - b_0\dot{x}_0$ .

Чтобы реализовать последнее уравнение, представим (2) в операционной форме Хевисайда [5] (p = d/dt) и из второго уравнения получим

$$x_1(p) = \frac{F(p) + c_0 x_0(p)}{mp^2 + bp + c_0 + c},$$

подставим его в первое уравнение из (2) и введем в числитель член  $-b_0px_0(p)-c_0x_0(p)$ . Тогда имеем

$$(m_0 p^2 + c_0)x_0(p) = c_0 \frac{F(p) - b_0 p x_0(p)}{mp^2 + bp + c_0 + c}.$$
(3)

Далее умножим правую часть (3) на сомножитель  $(mp^2 + bp + c_0 + c)$ . В результате получим уравнение

$$(m_0p^2 + c_0b_0p + c_0)x_0(p) = c_0F(p). (4)$$

ISSN 1025-6415 — Доповіді Національної академії наук України, 2007, № 10

Как видно из (4), полученное уравнение отображает движение диссипативного КЗ. И в этом случае угол сдвига  $\varphi$  между  $x_0$  и  $x_1$  будет в зависимости от  $\omega$  отображать фазочастотную характеристику колебательного звена и на  $\omega_p$   $\varphi_p = -\pi/2$ . Теперь для такого КЗ можно применить известные устройства стабилизации резонансных частот [1–3]. На основании данного решения перейдем к реализации предложенного метода трансформации КЗ электродинамических (ЭДВС) и электромагнитных (ЭМВС) вибростендов. Примем при этом условие, что источником гармонических задающих сигналов будут генераторы тока. В этом случае активные сопротивления (резисторы) R значительно больше индуктивных сопротивлений и последние в расчетах не участвуют.

Для ЭДВС колебательная система с колеблющимся звеном объекта такая же, как показана на рис. 1. На вход ЭДВС поступает воздействие [6]  $U-Bl\dot{x}_1$ , где U — электрическое напряжение; B — магнитная индукция в зазоре между магнитопроводом и подвижной катушкой; l — длина провода подвижной катушки. Сила F для ЭДВС равна

$$F = Bli = Bl\frac{U - Bl\dot{x}_1}{R},\tag{5}$$

где i — ток в подвижной катушке;  $x_1$  — перемещение подвижной катушки вместе с платформой.

Уравнения движения для ЭДВС с учетом (5) имеют вид

$$m_0\ddot{x}_0 + c_0x_0 = c_0x_1, m_0\ddot{x}_1 + bx_1(c_0 + c)x_1 = Bl\frac{U - Bl\dot{x}_1}{R} + c_0x_0.$$
(6)

Как видно из (6), КЗ испытуемого объекта является консервативным. Так же, как и для КЗ, изображенном на рис. 1, осуществим трансформацию КЗ объекта из консервативной в диссипативную. Процедура решения остается той же. Поэтому приведем окончательное уравнение объекта в операционной форме в виде

$$\left(m_0 p^2 + c_0 b_0 \frac{Bl}{R} p + c_0\right) x_0(p) = \frac{c_0 Bl}{R} U(p).$$
(7)

Заметим, что уравнение (7) получено в результате умножения правой части трансформированного первого уравнения (6) на  $[(mp^2+bp+c+c_0)+c+c_0]$ , в котором составляющая bp получена в результате компенсации  $c_0^2x_0$  членом  $-c_0^2x_0$  и  $-Blpx_1(p)$  членом  $Blpx_1(p)$ , полученном с помощью обратной связи. Структурная схема рассмотренной трансформации для ЭДВС приведена на рис. 2, где  $w_1=w_1(p)=mp^2+bp+c_0+c$ ;  $w_2=w_2(p)=Bl/R$ ;  $w_3=w_3(p)=1/(mp^2+bp+c_0+c)$ ;  $w_4=w_4(p)=c_0$ ;  $w_{41}=w_{41}(p)=c_{01}$ ;  $w_5=w_5(p)=1/(m_0p^2+c_0)$ ;  $w_6=w_6(p)=Blp$ ;  $w_{61}=w_{61}(p)=B_1l_1p$ ;  $w_{71}=w_{71}(p)=b_{01}p$ ; -1 — звенья инверсии; СМ — сумматор. Здесь  $w_1 \div w_6$  — передаточные функции, органически встроенные в ЭДВ;  $w_{41}$ ,  $w_{61}$  — передаточные функции, построенные на эквивалентных  $w_4$ ,  $w_6$  электрических цепях таким образом, что  $|w_4|=|w_{41}|$ ,  $|w_6|=|w_{61}|$ , а  $w_{71}$  — передаточная функция электрической схемы, формирующей при прохождении через ЭДВ диссипативную силу объекта.

Для ЭМВС схема трансформации будет несколько отличаться от схемы, изображенной на рис. 2. Это связано с другими физическими процессами, происходящими в ЭМВС по сравнению с ЭДВС. Остановимся на этом вопросе. Во-первых, механическая схема ЭМВС,

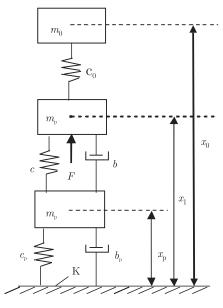


Рис. 3

изображенная на рис. 3, представляет собой колебательную систему с тремя степенями свободы [6].

На рис. 3 приняты обозначения:  $m_0$ ,  $m_{\rm H}$ ,  $m_p$  — массы испытуемого объекта (ИО), якоря (Я) и реактивной массы (РМ);  $c_0$ , c,  $c_p$  — пружины (этими же буквами обозначим и коэффициент жесткости) соответственно; b,  $b_p$  — демпферы (этими же буквами обозначим коэффициенты диссипации) соответственно;  $x_0$ , x,  $x_p$  — перемещение колебаний масс  $m_0$ , m,  $m_p$  соответственно; F — тяговое усилие; K — корпус.

Уравнения движения в ЭМВС запишем так:

$$m_0 \ddot{x}_0 + c_0 x_0 = c_0 x_1,$$

$$m_{\mathfrak{A}} \ddot{x}_1 + b x_1 (c_0 + c) x_1 = c_0 x_0 + c x_p + b \dot{x}_p + F,$$

$$m_p \ddot{x}_p + (b + b_p) \dot{x}_p + (c + c_p) x_p = b \dot{x}_1 + c x_1.$$
(8)

Как видно из этих уравнений, на перемещения  $x_1$  кроме  $c_0x_0+F$  влияют силы  $cx_p+b\dot{x}_p$ . Если правую часть второго уравнения из (8) представить в виде  $c_0x_0+F+cx_p+b\dot{x}_p-c_1x_p+b_1\dot{x}_p$ , где  $c_1=c$ ,  $b_1=b$  и  $c_1$ ,  $b_1$ — коэффициенты передачи звеньев обратной связи, сформированные электрическими параметрами, то первые два уравнения из (8) приобретают вид, подобный системе уравнений (2), и в этом случае влияние РМ на  $x_1$  исключается (в структурной схеме ЭМВС такие звенья с  $c_1$  и  $b_1$  будут фигурировать). Тяговое усилие в ЭМВС [7]

$$F = \frac{\Phi^2}{\mu_0 S},\tag{9}$$

где  $\Phi$  — магнитный поток;  $\mu_0$  — магнитная проницаемость воздуха; S — площадь поперечного сечения полюса у зазора  $\delta$ .

Выражение (9) представим относительно входного задающего напряжения U с учетом, что в нашем случае имеется генератор тока (ГТ). На основе закона полного тока [8]  $\Phi =$ 

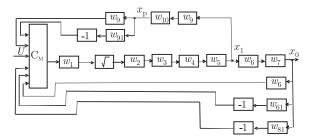


Рис. 4

=iwG, где i — ток в электрической катушке ЭМВС; w — число витков провода этой катушки;  $G=\mu_0 S/(2\delta)$  — магнитная проводимость магнитной системы ЭМВС. Тогда

$$F = \frac{\mu_0 S}{4} \left(\frac{Uw}{R\delta}\right)^2.$$

Действия  $x_1$  на  $x_0$  и наоборот для ЭМВС те же, что были рассмотрены для КС, изображенной на рис. 1, т.е. в итоге получаем уравнение вида (3). Но в этом случае принимаем во внимание тот факт, что F пропорционально  $U^2$ . Для соответствия уравнения (3) подобному уравнению для ЭМВС необходимо в тракт управления включить звено извлечения квадратного корня.

Покажем весь процесс трансформации консервативного КЗ объекта в диссипативное с помощью структурной схемы, изображенной на рис. 4, где  $w_1 = w_1(p) = mp^2 + bp + c_0 + c$ ;  $\sqrt{\phantom{a}}$  — звено извлечения квадратного корня;  $w_2 = w_2(p) = 1/R$ ;  $w_3$  — звено возведения в квадрат;  $w_4 = \mu_0 S(w/(2\delta))^2$ ;  $w_5 = w_5(p) = 1/(mp^2 + bp + c_0 + c)$ ;  $w_6 = c_0$ ;  $w_{61} = c_{01}$ ;  $w_7 = w_7(p) = 1/(m_0p^2 + c_0)$ ;  $w_{81} = w_{81}(p) = -b_{01}p$ ;  $w_9 = w_9(p) = bp + c$ ;  $w_{91} = w_{91}(p) = b_1p + c_1$ ;  $w_{10} = w_{10}(p) = 1/(mp^2 + (b + b_p)p + c_p + c)$ ; -1 — звенья, изменяющие знак сигнала (инверторы); См — сумматор;  $c_{01}$ ,  $b_{01}$ ,  $c_1$ ,  $b_1$  — передаточные коэффициенты электрических звеньев, компенсирующих влияние  $x_0$  и  $x_p$  на  $x_1$ .

Таким образом, с помощью приведенного метода и структурных схем (см. рис. 2, 4) могут трансформироваться консервативные звенья испытуемых объектов на ЭДВС и ЭМВС в диссипативные. Тогда появляются сдвиги фаз  $\varphi$  между  $x_0$  и  $x_1$  и в этом случае применимы резонансные системы виброиспытаний объектов [2, 3]. В микроэлектронном исполнении схемы, изображенные на рис. 2 и 4, имеют малые габариты и малое потребление энергии. Так как  $U = U_a \sin \omega t$ , где  $U_a$  — амплитуда;  $\omega$  — круговая частота; t — время, то и силы F также являются переменными величинами. Поэтому введение звеньев с  $w_1(p)$  не меняет колебательный характер  $x_1$  и появления угла  $\varphi$  при трансформации консервативного КЗ в диссипативное.

- 1. Резонансные виброиспытательные системы / Под ред. д. т. н. А. Е. Божко. Киев: Наук. думка, 1992. 247 с.
- 2. *А. С. 819599* (СССР), МКИ G01М7/00. Устройство для резонансных виброиспытаний / А. Е. Божко, Е. А. Личкатый, В. И. Савченко и др. Опубл. в Б. И. № 13. 07.04.1981.
- 3. А. С. 887963 (СССР), МКИ G01М7/00. Устройство для резонансных виброиспытаний / А. Е. Божко, Е. А. Личкатый, В. И. Савченко и др. Опубл. в Б. И. № 45. 07.12.1981.
- 4. Божско А. Е., Голуб Н. М. Динамико-энергетические связи колебательных систем. Киев: Наук. думка, 1980. 188 с.
- 5.  $\Gamma$ инзбург C.  $\Gamma$ . Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. Москва: Сов. радио, 1959. 404 с.

- 6. Божко А. Е., Пермяков В. И., Пушня В. А. Методы проектирования электромеханических вибровозбудителей. – Киев: Наук. думка, 1989. – 206 с.
- 7. Ступель  $\Phi$ . А. Электромеханические реле. Харьков: Университет, 1956. 355 с.
- 8. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Москва: Высш. шк., 1978. 528 с.

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины, Харьков Поступило в редакцию 30.11.2006

УДК 534.3+611:539

 $\bigcirc$  2007

## А.О. Борисюк

## Генерація звуку обмеженою областю збуреної течії в нескінченній прямій жорсткостінній трубі кругового поперечного перерізу. Спрощена форма розв'язку

(Представлено академіком НАН України В. Т. Грінченком)

Another form of a solution to the problem of sound generation by a limited region of the disturbed flow in an infinite straight rigid-walled pipe of a circular cross-section is presented. This form is more simplified compared to that obtained earlier and is more acceptable for making the corresponding calculations.

1. Постановка та розв'язок задачі. Перш ніж переходити до пошуку іншого розв'язку розглянутої в [1] задачі, нагадаємо її постановку і наведемо одержаний в [1] її розв'язок. Отже, розглядається нескінченна пряма жорсткостінна труба кругового поперечного перерізу радіусом a (див. рис. 1). У ній з осередненою осьовою швидкістю U тече рідина, яка має густину  $\rho$  і в'язкість  $\nu$ . Течія характеризується малим числом Маха (М). У скінченному об'ємі  $V_0$  течія збурена, і цей об'єм створює в трубі акустичне поле. Необхідно знайти це поле і встановити кількісний зв'язок між його характеристиками та параметрами труби і потоку.

Шукане поле описується рівнянням Лайтхіла, в якому права частина містить як об'ємні квадрупольні  $\partial^2 T_{ij}/\partial y_i \partial y_j$ , так і зумовлені наявністю стінки поверхневі дипольні  $\partial F_i/\partial y_i$  джерела [1, 2]:

$$\frac{\partial^2 \rho_a}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \rho_a = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j} + \frac{\partial F_i}{\partial y_i}, \qquad 0 < r < a, \qquad 0 < \phi < 2\pi, \qquad |z| < \infty.$$
 (1)

Граничними умовами є рівність нулю радіальної компоненти швидкості на стінці трубки:

$$\frac{\partial p_a}{\partial r}\Big|_{r=a} = 0$$
 (2)

та умова випромінювання в нескінченність.