



УДК 537.86:533.9

© 2007

Ю. О. Аверков, академик НАН Украины В. М. Яковенко

Пучковая неустойчивость в левых средах

The instability of the infinitely thin electron beam that moves above the interface of vacuum — left-handed material has been investigated theoretically. The absolute instability is shown to occur due to the interaction between the beam and the backward surface waves that propagate along the interface. It has been established that, under certain parameters of the left-handed material, the electron beam can excite bulk electromagnetic waves.

В последние годы большое внимание уделяется исследованию электродинамических свойств левых сред. Такое название они получили из-за того, что в этих средах направления векторов электрического поля, магнитного поля и направление волнового вектора образуют левую тройку векторов. Интерес к левым средам связан с тем, что в них могут наблюдаться такие необычные эффекты, как обращенные эффекты Доплера и Вавилова–Черенкова, отрицательные значения показателя преломления, замена светового давления световым притяжением и др.

Возможность существования обратных электромагнитных волн впервые была высказана известным английским физиком А. Шустером еще в 1904 г. [1], а особенности преломления волн с отрицательной групповой скоростью рассматривал Л. И. Мандельштам в 1944 г. [2]. Возможность возникновения обратных волн в среде с одновременно отрицательными диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями впервые была показана В. Е. Пафомовым в 1959 г. [3]. Возбуждение экситонных волн с отрицательной дисперсией и их трансформация в электромагнитные волны на границе диэлектрик — вакуум исследовалось в [4]. Искусственные кристаллы с отрицательным показателем преломления были рассмотрены Р. А. Силиным в конце 1950-х гг. и нашли применение в качестве замедляющих систем [5]. Систематизация электродинамических свойств левых сред была сделана В. Г. Веселаго в 1967 г. [6]. В конце 1990-х гг. интерес к левым средам значительно возрос после их практической реализации Дж. Пендри и Д. Смитом в виде чередующихся слоев, обладающих отрицательной ϵ и положительной μ , и слоев, обладающих положительной ϵ и отрицательной μ [7–9]. Этими же авторами было предложено электродинамическое описание полученных материалов, основанное на использовании эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей.

Отметим, что существует альтернативный подход к описанию электродинамики левых сред, основанный на учете зависимости от волнового вектора обобщенного диэлектрического тензора среды [10].

В настоящей работе исследуется неустойчивость бесконечного тонкого электронного пучка, распространяющегося в вакууме над левой средой. Электродинамика левой среды описывается в рамках подхода, предложенного в работах [7–9]. Рассматриваемая задача интересна тем, что левая среда допускает существование поверхностных волн с отрицательной дисперсией, взаимодействие которых с электронным пучком может приводить к возникновению абсолютной неустойчивости. Кроме того, в области частот, где ε и μ — отрицательны одновременно, пучковая неустойчивость приводит к возбуждению объемных электромагнитных волн. Заметим, что возможность одновременного возбуждения поверхностных и объемных электромагнитных волн в одном и том же частотном диапазоне за счет эффекта Вавилова–Черенкова показана в [11].

Рассмотрим границу раздела сред вакуум — левая среда, расположенную в плоскости $y = 0$. Левая среда занимает область $y > 0$. Бесконечно тонкий электронный пучок движется параллельно границе раздела двух сред в положительном направлении оси z со скоростью v_0 на расстоянии $y = -h$ от границы. В плоскости xz пучок считается безграничным. Плотность тока пучка задается следующим образом:

$$j_z = ev_0 n(z, t) \delta(y + h) + en_0 v_z(z, t) \delta(y + h), \quad (1)$$

где e — заряд электрона; n_0 — равновесная поверхностная плотность электронов пучка; $n(z, t)$ и $v_z(z, t)$ — возмущения поверхностной плотности и скорости пучка соответственно; $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака. Ввиду рассматриваемой симметрии задачи, в системе будут возбуждаться волны ТМ типа с компонентами H_x магнитного и E_y, E_z электрического полей. Дисперсионное уравнение связанной волны получается из граничных условий, выражающих непрерывность компоненты E_z и скачок компоненты E_y электрического поля в плоскости пучка и на поверхности левой среды.

Представим $n(z, t)$, $v_z(z, t)$ и поля излучения в виде следующих интегралов Фурье:

$$n(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z d\omega n(k_z, \omega) \exp[i(k_z z - \omega t)], \quad (2)$$

$$v_z(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z d\omega v_z(k_z, \omega) \exp[i(k_z z - \omega t)], \quad (3)$$

$$\vec{A}(y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z d\omega \vec{A}(k_z, \omega; y) \exp[i(k_z z - \omega t)], \quad (4)$$

где $\vec{A}(k_z, \omega; y)$ — фурье-трансформанта поля излучения. Интегрируя уравнение Пуассона по координате y в области пучка, получим следующую пару граничных условий:

$$E_{y2}(k_z, \omega; y = -h) - E_{y1}(k_z, \omega; y = -h) = 4\pi en(k_z, \omega), \quad (5)$$

$$E_{z2}(k_z, \omega; y = -h) = E_{z1}(k_z, \omega; y = -h), \quad (6)$$

где индекс “1” — относится к области над пучком, а индекс “2” — к области между пучком и левой средой. Граничные условия на поверхности левой среды имеют вид

$$E_{y2}(k_z, \omega; y = 0) = \varepsilon E_{y3}(k_z, \omega; y = 0), \quad E_{z2}(k_z, \omega; y = 0) = E_{z3}(k_z, \omega; y = 0), \quad (7)$$

где индекс “3” относится к области левой среды, а ε описывается следующим выражением [7]:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (8)$$

ω_p — эффективная плазменная частота левой среды.

Рассмотрим граничные условия в плоскости пучка. Из линеаризованных уравнений движения и непрерывности выражаем $n(k_z, \omega)$ и $v_z(k_z, \omega)$ через электрическое поле

$$n(k_z, \omega) = \frac{ien_0k_z}{m_0(\omega - k_zv_0)^2} E_z(k_z, \omega; y = -h), \quad (9)$$

$$v_z(k_z, \omega) = \frac{ie}{m_0(\omega - k_zv_0)} E_z(k_z, \omega; y = -h), \quad (10)$$

где m_0 — масса свободного электрона. В областях 1 и 2 фурье-трансформанты электрических полей записываются следующим образом:

$$\vec{E}_1(k_z, \omega; y) = \vec{E}_1(k_z, \omega) \exp(ik_{y1}y), \quad (11)$$

$$\vec{E}_2(k_z, \omega; y) = \vec{E}_{21}(k_z, \omega) \exp(ik_{y1}y) + \vec{E}_{22}(k_z, \omega) \exp(-ik_{y1}y), \quad (12)$$

где $k_{y1} = -i\xi_1$, $\xi_1 = \sqrt{k_z^2 - \omega^2/c^2}$. Подставив (9)–(12) в граничные условия (5), (6) и воспользовавшись тем, что в каждой из областей вдали от границы выполняются равенства

$$\operatorname{div} \vec{E}_1 = 0, \quad \operatorname{div} \vec{E}_{21} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{E}_{22} = 0,$$

получим:

$$E_{z21}(k_z, \omega) = \left[1 - \frac{2\pi ie^2 n_0 k_{y1}}{m_0(\omega - k_z v_0)^2} \right] E_{z1}(k_z, \omega), \quad (13)$$

$$E_{z22}(k_z, \omega) = \frac{2\pi ie^2 n_0 k_{y1}}{m_0(\omega - k_z v_0)^2} \exp(-2ik_{y1}h) E_{z1}(k_z, \omega). \quad (14)$$

Рассмотрим граничные условия на поверхности левой среды. Фурье-трансформанта электрического поля в области 3 записывается в виде

$$\vec{E}_3(k_z, \omega; y) = \vec{E}_3(k_z, \omega) \exp(ik_{y2}y), \quad (15)$$

где $k_{y2} = i\xi_2$, $\xi_2 = \sqrt{k_z^2 - \varepsilon\mu\omega^2/c^2}$; μ — магнитная проницаемость левой среды [8]

$$\mu = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2}; \quad (16)$$

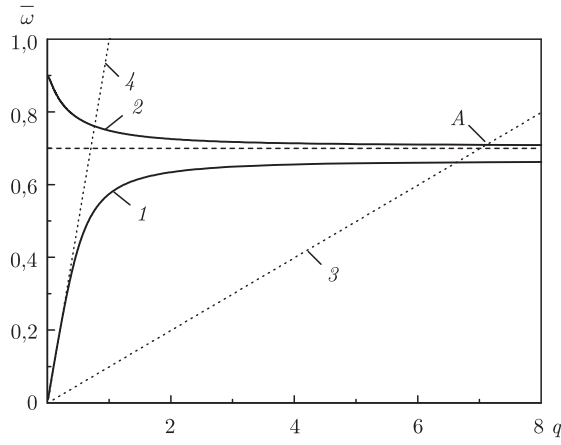


Рис. 1. Дисперсионные кривые поверхностных и пучковой волн в отсутствие взаимодействия в системе

$F < 1$ — безразмерный форм-фактор; ω_0 — резонансная частота левой среды. Подставив (12), (15) в граничные условия (7) и воспользовавшись условием $\text{div } \vec{E}_3 = 0$, получим

$$E_{z21}(k_z, \omega) = \left(1 + \varepsilon \frac{k_{y1}}{k_{y2}}\right) \frac{E_{z3}(k_z, \omega)}{2}, \quad (17)$$

$$E_{z22}(k_z, \omega) = \left(1 - \varepsilon \frac{k_{y1}}{k_{y2}}\right) \frac{E_{z3}(k_z, \omega)}{2}. \quad (18)$$

Приравняв нулю детерминант системы уравнений (13), (14) и (17), (18), получим дисперсионное уравнение связанной пучково-плазменной волны

$$(k_{y2} - \varepsilon k_{y1})(\omega - k_z v_0)^2 = \frac{2\pi i e^2 n_0 k_{y1}}{m_0} [(k_{y2} + \varepsilon k_{y1}) \exp(-2ik_{y1}h) + (k_{y2} - \varepsilon k_{y1})]. \quad (19)$$

В дальнейшем будет удобно анализировать уравнение (19), записанное в безразмерных переменных $\bar{\omega} = \omega/\omega_p$ и $q = ck_z/\omega_p$:

$$(\bar{\xi}_2 + \varepsilon \bar{\xi}_1)(\bar{\omega} - q\beta)^2 = \frac{\Lambda}{2} \bar{\xi}_1 [(\bar{\xi}_2 - \varepsilon \bar{\xi}_1) \exp(-2\eta \bar{\xi}_1) + (\bar{\xi}_2 + \varepsilon \bar{\xi}_1)], \quad (20)$$

где $\bar{\xi}_1 = \sqrt{q^2 - \bar{\omega}^2}$, $\bar{\xi}_2 = \sqrt{q^2 - \varepsilon \mu \bar{\omega}^2}$, $\eta = \omega_p h/c$, $\beta = v_0/c$, $\Lambda = 4\pi e^2 n_0 / (m_0 \omega_p c)$ — безразмерный параметр связи пучковой и поверхностных волн,

$$\varepsilon = 1 - \frac{1}{\bar{\omega}^2}, \quad \mu = 1 - \frac{F \bar{\omega}^2}{\bar{\omega}^2 - \bar{\omega}_0^2}, \quad \bar{\omega}_0 = \frac{\omega_0}{\omega_p}.$$

На рис. 1 показаны дисперсионные кривые поверхностных (кривые 1, 2) и пучковой (кривая 3) волн для $\eta = 0$, $\Lambda = 0$ и $\bar{\omega}_0 = 0,66$, $F = 0,56$, $\beta = 0,1$. Прямая 4 является световой линией $\bar{\omega} = q$. В этом случае пучковая волна ($\bar{\omega} = q\beta$) и поверхностные волны ($\Delta_{sw} = \bar{\xi}_2 + \varepsilon \bar{\xi}_1 = 0$) распространяются независимо друг от друга. Из рис. 1 видно, что дисперсионная кривая 2 соответствует поверхностной волне с отрицательной групповой скоростью и пересекает дисперсионную кривую пучка в некоторой точке A ($\bar{\omega}_A \approx 0,7$, $q_A \approx 7$).

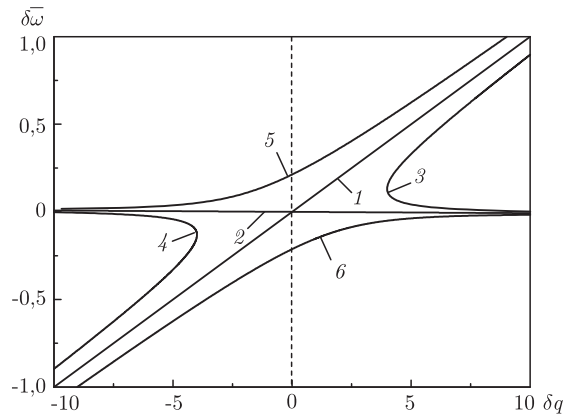


Рис. 2. Дисперсионные кривые, соответствующие взаимодействию поверхностных и пучковой волн. Абсолютная неустойчивость

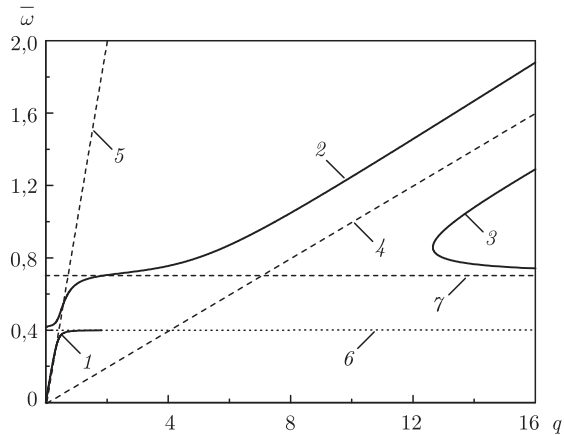


Рис. 3. Дисперсионные кривые связанных пучково-плазменных волн. Возбуждение объемных волн

В малой окрестности этой точки дисперсионное уравнение (20) (при $\eta = 0$) может быть записано в следующем виде:

$$(\delta\bar{\omega} - v_{g,A}\delta q)(\delta\bar{\omega} - \beta\delta q)^2 = \frac{\Lambda\bar{\xi}_{1,A}\bar{\xi}_{2,A}}{\left(\frac{\partial\Delta_{sw}}{\partial\bar{\omega}}\right)_A}, \quad (21)$$

где $v_{g,A} = -(\partial\Delta_{sw}/\partial q)_A/(\partial\Delta_{sw}/\partial\bar{\omega})_A \approx -7,6 \cdot 10^{-4}$ — безразмерная групповая скорость поверхностной волны в точке A . Дисперсионные кривые связанных пучково-плазменных волн в окрестности точки A приведены на рис. 2 для $\Lambda = 0,01$. Асимптотика 1 соответствует зависимости $\delta\bar{\omega} = \beta\delta q$, а асимптотика 2 — зависимости $\delta\bar{\omega} = v_{g,A}\delta q$. Из рис. 2 видно, что вследствие отрицательного наклона асимптотики 2 дисперсионная кривая 3 расположена в первой и четвертой четвертях, а кривая 4 — во второй и третьей четвертях фазовой плоскости $(\delta\bar{\omega}, \delta q)$. В соответствии с первым правилом Старрока, такое расположение дисперсионных кривых означает возникновение абсолютной неустойчивости [12, 13].

На рис. 3 показаны дисперсионные кривые связанных пучково-плазменных волн для $\eta = 0$, $\Lambda = 0,01$, $\bar{\omega}_0 = 0,4$, $F = 0,56$, $\beta = 0,1$. В рассматриваемом случае поверхностные

волны имеют положительную дисперсию и, в результате взаимодействия с пучком, в области $\varepsilon > -1$ (выше линии 7) возникают две дисперсионные кривые поверхностных волн. Это кривая 2, расположенная правее световой линии 5, и кривая 3. Линия 4 соответствует зависимости $\bar{\omega} = q\beta$. Кривая 1 соответствует поверхностным волнам в области частот, где $\mu > 0$, и асимптотически стремится к резонансной частоте магнитной проницаемости (линия 6). Из рис. 3 видно, что часть дисперсионной кривой 2, расположенной левее световой линии 5, соответствует объемным электромагнитным волнам ($|\operatorname{Re}(k_{y1,2})| \gg |\operatorname{Im}(k_{y1,2})|$).

Таким образом, в настоящей работе показана возможность возникновения абсолютной неустойчивости при распространении тонкого электронного пучка в вакууме над левой средой. Этот эффект является принципиально важным для создания генераторов микроволнового излучения, поскольку обеспечивается обратная связь между поверхностными и пучковой волнами. Показано также, что при некоторых параметрах левой среды электронный пучок может возбуждать не только поверхностные, но и объемные электромагнитные волны.

1. Schuster A. An introduction to the theory of optics. – London: E. Arnold, 1904.
2. Мандельштам Л. И. Полное собрание трудов. В 5-ти т. – Москва: Изд-во АН СССР, 1950. – Т. 5. – 461 с.
3. Пафомов В. Е. К вопросу о переходном излучении и излучении Вавилова–Черенкова // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 1959. – **36**, № 6. – С. 1853–1858.
4. Басс Ф. Г., Каганов М. И., Яковенко В. М. Черенковское излучение и дополнительные волны в диэлектрике // Физ. тв. тела. – 1962. – **4**, № 11. – С. 3260–3265.
5. Силин Р. А. Волноводные свойства двумерно периодических замедляющих систем // Вопросы радиоэлектроники. Электроника. – 1959. – № 4. – С. 3–33.
6. Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и μ // Успехи физ. наук. – 1967. – **92**, № 3. – С. 517–526.
7. Pendry J. B., Holden A. J., Stewart W. J. et al. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures // Phys. Rev. Lett. – 1996. – **76**, No 25. – P. 4773–4776.
8. Pendry J. B., Holden A. J., Robbins D. J. et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1999. – **47**, No 11. – P. 2075. – 2084.
9. Smith D. R., Padilla W. J., Vier D. C. et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity // Phys. Rev. Lett. – 2000. – **84**, No 18. – P. 4184–4187.
10. Агранович В. М., Гартштейн Ю. Н. Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света // Успехи физ. наук. – 2006. – **176**, № 10. – С. 1051–1068.
11. Averkov Yu. O., Yakovenko V. M. Cherenkov radiation by an electron bunch that moves in a vacuum above a left-handed material // Phys. Rev. B. – 2005. – **72**, No 20. – P. 205110.
12. Sturrock P. A. Kinematics of growing waves // Phys. Rev. – 1958. – **112**, No 5. – P. 1488–1503.
13. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Половин Р. В. и др. Электродинамика плазмы. – Москва: Наука, 1974. – 720 с.

Институт радиофизики и электроники
им. А. Я. Усикова НАН Украины, Харьков

Поступило в редакцию 14.06.2007