



УДК 536.24

© 2007

Академик НАН Украины Ю. М. Мацевитый, А. П. Слесаренко,
Н. А. Сафонов

Идентификация и моделирование теплофизических процессов в строительных конструкциях при экстремальных тепловых воздействиях

An inverse heat conduction problem on determining the influence of the flame temperature on building constructions during a conflagration has been solved by the thermophysical experiment data on the base of the combined use of the straight lines method, method of iterations, and structural and variational methods. Variations of the time-dependent flame temperature and the temperature fields of building columns of rectangular cross-sections have been determined.

Одним из мощнейших воздействий на строительные конструкции является возгорание объекта, которое приводит к деструкции элементов конструкции, что, в конце концов, угрожает полному разрушению объекта.

Первым шагом в диагностике возникающего в результате пожара повреждения является идентификация температуры пламени, изменяющегося во времени, и моделирование температурных полей в элементах строительных конструкций. Полученные при этом результаты позволяют определять тепловые расширения в элементах и максимальные внутренние напряжения в них.

Анализ воздействия температуры пламени на строительные конструкции при пожаре начинается с момента воспламенения, когда пламя достаточно сильно воздействует на строительную колонну. В этом случае допущения о равномерности пламени не вносят большие погрешности в математическую модель, описывающую данный высокотемпературный процесс. Эффекты, предшествующие воспламенению, могут быть учтены в задании начального распределения температуры в колонне. Допущение о равномерном пространственном распределении температуры пламени во времени приводит для колонны прямоугольного сечения к симметричности температурного поля в колонне.

С учетом перечисленных выше допущений идентификация воздействия во времени температуры пламени на строительные конструкции при пожаре приводит к решению обратной задачи теплопроводности [1, 2]

$$\frac{\partial T(x, y, Fo)}{\partial Fo} = \nabla^2 T(x, y, Fo) \quad \text{в } \Omega, \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_1} = 0, \quad (2)$$

$$-\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma_2} = [\text{Bi}(T - T_{\text{пл}}) + \text{Sk}(T^4 - T_{\text{пл}}^4)]|_{\Gamma_2}, \quad (3)$$

$$T(x, y, 0) = T_0(x, y), \quad (4)$$

$$T(x_k, y_k, \text{Fo}_p) = T_k(\text{Fo}_p), \quad k = 1, 2, \dots, n^*, \quad p = 0, 1, \dots, m^*, \quad (5)$$

где T — безразмерная температура (температура, отнесенная к температуре пламени при $\text{Fo} = 0$); x, y — безразмерные пространственные координаты; Ω — поперечное сечение колонны; Γ_1 — граница, на которой отсутствует тепловой поток в силу симметричности температурного поля; Γ_2 — внешняя граница поперечного сечения колонны, которая непосредственно подвергается воздействию пламени; Bi , Sk , Fo — числа Био, Старка и Фурье соответственно; n — направление внешней нормали к границе; $T_{\text{пл}}$ — температура пламени; $T_k(\text{Fo}_p)$ — экспериментальные значения температуры в точках x_k, y_k в моменты времени Fo_p .

При решении задачи (1)–(5) рассматриваются, как и в работах [1, 3], два предельных случая изменения температуры пламени во времени: изменение температуры по кривой E-119 Американского общества специалистов по испытаниям материалов (ASTM) и по кривой температуры пламени в функции времени при кратковременном высокоинтенсивном нагреве.

Применение метода прямых [4] позволяет задачу (1)–(5) свести для каждого момента времени Fo_s к обратным стационарным нелинейным задачам теплопроводности

$$\nabla^2 T_{s+1} - \frac{1}{\Delta \text{Fo}} T_{s+1} = -\frac{1}{\Delta \text{Fo}} T_s \quad \text{в } \Omega, \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial T_{s+1}}{\partial n} \right|_{\Gamma_1} = 0, \quad (7)$$

$$-\left. \frac{\partial T_{s+1}}{\partial n} \right|_{\Gamma_2} = [\text{Bi}(T_{s+1} - T_{\text{пл}}) + \text{Sk}(T_{s+1}^4 - T_{\text{пл}}^4)]|_{\Gamma_2}, \quad (8)$$

$$T(x_k, y_k, \text{Fo}_p) = T_k(\text{Fo}_p). \quad (9)$$

Производная по времени $\partial T / \partial \text{Fo}$ в уравнении (1) аппроксимируется конечной разностью [4]

$$\frac{\partial T}{\partial \text{Fo}} \approx \frac{T_{s+1} - T_s}{\Delta \text{Fo}}.$$

Для решения поставленной задачи аппроксимируем экспериментальные данные с помощью кубических базисных сплайнов [5]

$$B_i(\text{Fo}) = m_{p-1} \frac{(\text{Fo}_p - \text{Fo})^3}{6h} + m_p \frac{(\text{Fo} - \text{Fo}_{p-1})^3}{6h} + \left(T_{p-1} - \frac{h^2}{6} m_{p-1} \right) \frac{\text{Fo}_p - \text{Fo}}{h} + \left(T_p - \frac{h^2}{6} m_p \right) \frac{\text{Fo} - \text{Fo}_{p-1}}{h}, \quad (10)$$

$$\text{Fo} \in [\text{Fo}_{p-1}, \text{Fo}_p], \quad p = \overline{i-1, i+2}, \quad i = \overline{-1, m^*+1},$$

где m_p — моменты сплайна в узлах сетки, в которых известны результаты эксперимента.

На каждом временном шаге решается последовательность прямых нелинейных задач теплопроводности (6)–(8), для каждого из которых задается своя температура пламени из множества

$$\left\{ T_{\text{пл},j}: T_{\text{пл},j} = T_{\text{пл}}^{\min} + \Delta T_{\text{пл},j}, \quad j = \overline{0, b}, \quad \Delta T_{\text{пл}} = \frac{T_{\text{пл}}^{\max} - T_{\text{пл}}^{\min}}{b} \right\}, \quad (11)$$

где $T_{\text{пл}}^{\max}$, $T_{\text{пл}}^{\min}$ — допустимые минимальная и максимальная температуры пламени; b — число узлов интерполяции в заданном интервале для температуры пламени.

Будем решать нелинейную задачу теплопроводности для каждого момента времени методом итераций, сведя решение к решению последовательности линейных задач, в которых граничные условия на Γ_2 для каждой итерации находятся как функции от координат по температурному полю, полученному на предыдущей итерации [6].

Для последовательности линейных краевых задач в моменты времени $s + 1$ для каждой итерации $l + 1$ получим

$$\nabla^2 T_{s+1}^{l+1} - \frac{1}{\Delta \text{Fo}} T_{s+1}^{l+1} = -\frac{1}{\Delta \text{Fo}} T_s, \quad (12)$$

$$\left. \frac{\partial T_{s+1}^{l+1}}{\partial n} \right|_{\Gamma_1} = 0, \quad (13)$$

$$-\left. \frac{\partial T_{s+1}^{l+1}}{\partial n} \right|_{\Gamma_2} = [\text{Bi}_{s+1}^{*l} (T_{s+1}^{l+1} - T_{\text{пл},s+1}^{*l})] \Big|_{\Gamma_2}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \quad s = 0, 1, 2, \dots, \quad (14)$$

где

$$\text{Bi}_{s+1}^{*l} = \text{Bi} + \gamma \text{Sk}(T_{s+1}^l)^3, \quad T_{\text{пл},s+1}^{*l} = \frac{\text{Bi} T_{\text{пл}} + \text{Sk} T_{\text{пл}}^4 + (\gamma - 1) \text{Sk}(T_{s+1}^l)^4}{\text{Bi}_{s+1}^{*l}}$$

(γ — параметр метода). При $\gamma = 1$ для нелинейной задачи (12)–(14) получаем простые итерации, а при $\gamma = 4$ — итерационный процесс по Ньютону [7]. Применяя метод Ритца, получим последовательность вариационных задач о минимумах квадратичных функционалов [8]

$$I_{s+1}^{l+1} = \int_{\Omega} \left[(\nabla T_{s+1}^{l+1})^2 + \frac{1}{\Delta \text{Fo}} (T_{s+1}^{l+1})^2 - 2 \frac{1}{\Delta \text{Fo}} T_s T_{s+1}^{l+1} \right] d\Omega + \\ + \int_{\Gamma_2} [\text{Bi}_{s+1}^{*l} (T_{s+1}^{l+1})^2 - 2 \text{Bi}_{s+1}^{*l} T_{\text{пл},s+1}^{*l} T_{s+1}^{l+1}] d\Gamma_2, \quad l = 0, 1, 2, \dots, \quad s = 0, 1, 2, \dots \quad (15)$$

Следуя методу Ритца, функции T_{s+1}^{l+1} представим в виде

$$T_{s+1}^{l+1} = \sum_{i,j=0}^n C_{s+1,ij}^{l+1} \chi_{ij}, \quad (16)$$

где χ_{ij} , $i, j = \overline{0, n}$, — полная линейно-независимая система базисных функций. Базисные функции, точно удовлетворяющие заданным граничным условиям для колонн сложного

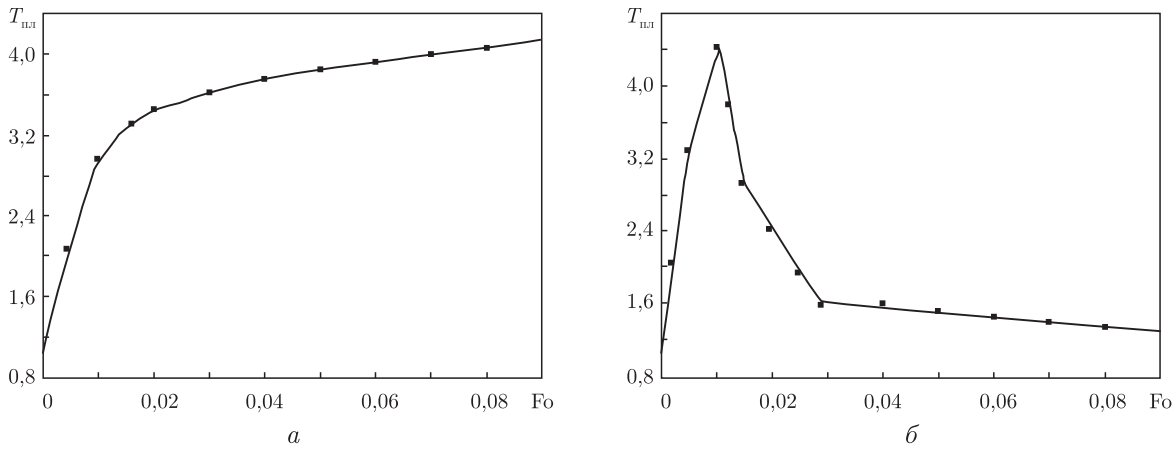


Рис. 1. Идентификация температуры пламени для колонны прямоугольного сечения в случае: *а* — задания ее в виде кривой E-119; *б* — кратковременного воздействия пламени высокой интенсивности

поперечного сечения, можно построить по рекомендациям работы [9]. Воспользовавшись методом Рунге для определения неизвестных параметров $C_{s+1,ij}^{l+1}$, получим соответствующую систему линейных алгебраических уравнений.

Применив кубическую сплайн-аппроксимацию температурного поля на сетке, определяемой введенным множеством (11), находим температуру пламени с помощью поиска минимума следующего функционала:

$$J = \min_{T_{пл} \in [T_{пл}^{\min}, T_{пл}^{\max}]} \sum_{k=1}^{n^*} [Sp(T_{пл}, T_{пл}^{\min}, T_{пл}^{\max}, x_k, y_k, Fo_s) - Sp_k(Fo_s)]^2,$$

где $Sp(T_{пл}, T_{пл}^{\min}, T_{пл}^{\max}, x_k, y_k, Fo_s)$, $Sp_k(Fo_s)$ — сплайн-аппроксимации температурного поля и экспериментальных данных соответственно. Следует отметить, что сплайн-аппроксимация температурного поля на сетке (11) сводится к сплайн-аппроксимации коэффициентов структуры решения (16).

Определение температурной кривой воздействия пламени на элементы строительных конструкций позволяет свести моделирование тепловых процессов в строительных элементах к прямой нелинейной нестационарной задаче теплопроводности (1)–(4).

При идентификации кривой температуры пламени в функции времени задавались такие параметры: $n^* = 1$, $m^* = 128$, $Bi = 0,5$, $Sk = 0,05$. На рис. 1 представлены зависимости температуры пламени от времени в виде кривой E-119 (рис. 1, *а*) и кривой, полученной в случае кратковременного воздействия пламени высокой интенсивности (рис. 1, *б*). Обе кривые приведены по данным работы [1]. Точками отмечены значения восстановленных температур пламени в отдельные моменты времени для двух рассматриваемых в работе [1] случаев.

На рис. 2 представлены семейства температурных кривых для квадратной колонны в угловой точке (1,1) ее поверхности, полученные авторами работы [1], а точками отмечены результаты данного исследования. Как видно из графиков, результаты хорошо согласуются между собой. В качестве параметра на графиках использовано число Bi при $Bi/Sk = 0,1$.

Полученные алгоритмы идентификации изменения температуры пламени во времени и численно-аналитического моделирования тепловых процессов в строительных элементах позволяют оперативно по данным теплофизического эксперимента определять изменение

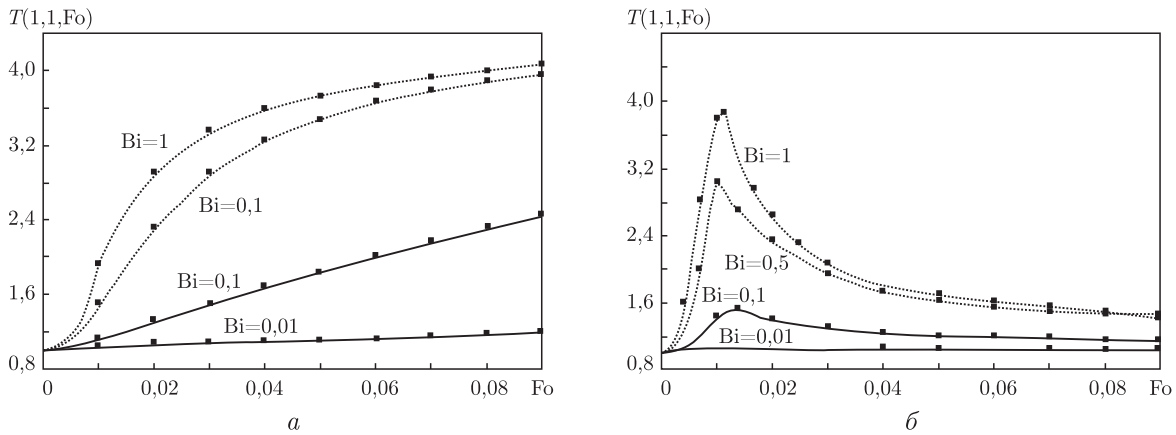


Рис. 2. Семейство температурных кривых для колонны прямоугольного сечения в случае: a — задания температуры пламени в виде температурной кривой E-119; b — кратковременного воздействия пламени высокой интенсивности

температуры пламени во времени и его влияние на температурные поля колонн и строительных элементов различных поперечных сечений, а также проводить анализ зависимостей температурных полей в этих элементах от изменения их геометрических параметров.

Идентификация изменения температуры пламени во времени по данным теплофизического эксперимента и моделирование температурных полей в элементах строительных конструкций позволяет более оперативно и адекватно осуществлять диагностику теплового расширения колонн и максимальных внутренних напряжений.

1. Сахота, Пагни. Температурные поля в строительных конструкциях, подверженных воздействию пламени // Теплопередача. — 1975. — **97**, № 4. — С. 113–120.
2. Мацевитый Ю. М. Обратные задачи теплопроводности. В 2-х т. — Киев: Наук. думка. — Т. 1. Методология. — 2002. — 408 с. Т. 2. Приложения. — 2003. — 392 с.
3. Мацевитый Ю. М., Слесаренко А. П., Сафонов Н. А. Моделирование нестационарных температурных полей в строительных элементах сложного сечения, подверженных воздействию пламени // Тр. II Рос. нац. конф. по теплообмену. Т. 7. — Москва, 1998. — С. 158–161.
4. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — Москва: Наука, 1979. — 736 с.
5. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л. Методы сплайн-функций. — Москва: Наука, 1980. — 352 с.
6. Мацевитый Ю. М., Слесаренко А. П., Сафонов Н. А. Приближенный регионально-аналитический метод исследования теплопереноса в конструктивных элементах сложной формы с учетом радиационного теплообмена // Теплообмен — ММФ — 96: Докл. III Минского междунар. форума (20–24 мая 1996 г.). Радиационный и комбинированный теплообмен. Т. 2. — Минск: АНК “ИТМО им. А. В. Лыкова” АНБ, 1996. — С. 57–60.
7. Беллман Р., Калаба Р. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. — Москва: Мир, 1968. — 184 с.
8. Михлин С. Г. Вариационные методы математической физики. — Москва: Наука, 1970. — 512 с.
9. Слесаренко А. П. Математическое моделирование тепловых процессов в телах сложной формы при нестационарных граничных условиях // Пробл. машиностроения. — 2002. — **5**, № 4. — С. 72–80.

Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Поступило в редакцию 10.08.2006