

М. Л. Миронцов

Метод розв'язання прямої та зворотної задач електричного каротажу

(Представлено академіком НАН України В. І. Старостенком)

The proposed method of solving the direct problem of electric logging allows one not to revise the system of equations of a finite-difference scheme when a surrounding medium model is changed. It is shown that the application of this method simplifies solving the inverse problem without solving the boundary problem for the potential equation on each step of the iteration procedure.

Пропонується метод розв'язання прямої задачі електричного каротажу, який дозволяє для заданої геометрії зонду при зміні моделі середовища не змінювати систему рівнянь скінченно-різницевої схеми. Показано, що застосування даного методу спрощує розв'язання зворотної задачі. Пропонується також метод розв'язання зворотної задачі електричного каротажу, який дає змогу уникнути розв'язання крайової задачі рівняння потенціалу на кожному кроці ітерації.

Розв'язання прямих та зворотних задач каротажу вимагає використання складних моделей середовища. Теорія числових методів розв'язання рівняння потенціалу:

$$\left(\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} U \right) \right) = 0 \quad (1)$$

(тут U — електричний потенціал; $\rho = \rho(\vec{r})$ — питомий опір (ПО) середовища; \vec{r} — радіус-вектор) стверджує [1, 2], що для будь-якої моделі середовища і заданої похибки ϵ можна підібрати апроксимаційну сітку так, щоб норма різниці знайденого числового розв'язку і точного розв'язку в кожному її вузлі була менша за ϵ .

Для аксіально-симетричних середовищ при відсутності трансляційної симетрії (у циліндричній системі координат $\rho = \rho(z)$) розв'язання стає громіздкою задачею [1]. Крім того, використання методу скінченних елементів або інтегральних рівнянь може вимагати для кожної нової моделі змінювати не тільки коефіцієнти у відповідній системі лінійних алгебраїчних рівнянь, а й саму систему. Так, при зміні кількості областей різного, проте постійного в межах кожної області, ПО може змінюватися кількість і тип рівнянь [1, 2], що ускладнює алгоритм числового розв'язку.

Розглянемо метод, який дозволяє уникнути зміни системи рівнянь при зміні моделі середовища (зміна функції $\rho = \rho(\vec{r})$ буде призводити тільки до зміни коефіцієнтів відповідної системи алгебраїчних рівнянь). Для цього оберемо, наприклад, прямокутну апроксимаційну сітку, в кожному вузлі якої запишемо другий закон Кірхгофа (інтегральний аналог рівняння неперервності вектора густини струму (1)):

$$\frac{U_i^{j+1} - U_i^j}{R_{j,i}^{j+1,i}} - \frac{U_i^j - U_i^{j-1}}{R_{j-1,i}^{j,i}} + \frac{U_{i+1}^j - U_i^j}{R_{j,i}^{j,i+1}} - \frac{U_i^j - U_{i-1}^j}{R_{j,i-1}^{j,i}} = 0, \quad (2)$$

де U_i^j — потенціал у вузлі j, i ; а $R_{j,i}^{j+1,i}, R_{j,i}^{j,i+1}$ — опір між вузлами $(j+1, i), (j, i)$ та $(j, i+1), (j, i)$ відповідно:

$$R_{j,i}^{j+1,i} = \int_{\Delta r} \rho \frac{dr}{2\pi\Delta z(r_0 + (j-0,5)\Delta r)}, \quad (3)$$

$$R_{j,i}^{j,i+1} = \int_{\Delta z} \rho \frac{dz}{\pi[(r_0 + (i+1)\Delta r)^2 - (r_0 + i\Delta r)^2]}, \quad (4)$$

де $\Delta r, \Delta z$ — кроки апроксимації по координатах r, z відповідно; r_0 — радіус зонда.

Граничні умови: на нескінченності (рівність нулю струму на віддалених границях області) та на поверхні ізоляційних проміжків зонду виконуються внаслідок виконання другого закону Кірхгофа в кожному вузлі сітки (струм не тече в напрямі, в якому відсутня сітка); на поверхні електродів досягаються додаванням до правих частин відповідних рівнянь (2) величин струмів цих електродів. Отримана система має єдиний розв'язок, описаний згідно з формулами Крамера:

$$U_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad (5)$$

де Δ — детермінант матриці коефіцієнтів лінійної алгебраїчної системи; Δ_i — детермінант цієї ж матриці, в якій стовпець коефіцієнтів при невідомій U_i замінено компонентами вільного вектора.

Таким чином, для заданої геометрії зонда (заданих граничних умов) розв'язання прямої задачі для будь-якої функції $\rho(\vec{r})$, з кроками $\Delta r, \Delta z$ по координатах r, z відповідно, не вимагає зміни системи алгебраїчних рівнянь, а вимагає тільки зміни коефіцієнтів — величин, обернено пропорційних до (3), (4).

Якщо рівняння (3), (4) підставити в (2) і здійснити операцію граничного переходу ($dr, dz \rightarrow 0$), то отримане рівняння перейде в (1).

Об'єднання системи рівняння (2) та рівнянь для вимірюваного уявного ПО для кожного положення зонда (в поточковому розв'язанні) або пласта (в попластовому розв'язанні) буде системою рівнянь для зворотної задачі. Для того, щоб кількість невідомих дорівнювала кількості рівнянь системи, необхідно:

розбити середовище на n областей (де n — кількість зондів), вважати ПО кожної області невідомою величиною. Для аксіально-симетричного середовища доцільно обирати області у вигляді коаксіальних шарів (вісі них збігаються з віссю симетрії задачі) так, щоб середній радіус кожного шару дорівнював розміру одного з зондів;

додати для кожного положення z -координати n рівнянь, що пов'язують виміряну кожним зондом величину уявного ПО $\tilde{\rho}$ з $\rho = \rho(\vec{r})$:

$$\tilde{\rho} = K \frac{\Delta U}{I}, \quad (6)$$

де K — коефіцієнт зонда; ΔU — різниця потенціалів між вимірювальними електродами; I — струм зонда [1, 3].

Зауважимо, що однозначна залежність (6) між ΔU та I для заданого $\rho = \rho(\vec{r})$ дає змогу задавати граничні умови двома різними, проте еквівалентними з погляду на результати, способами: 1) задавати потенціали електродів; 2) задавати струми електродів.

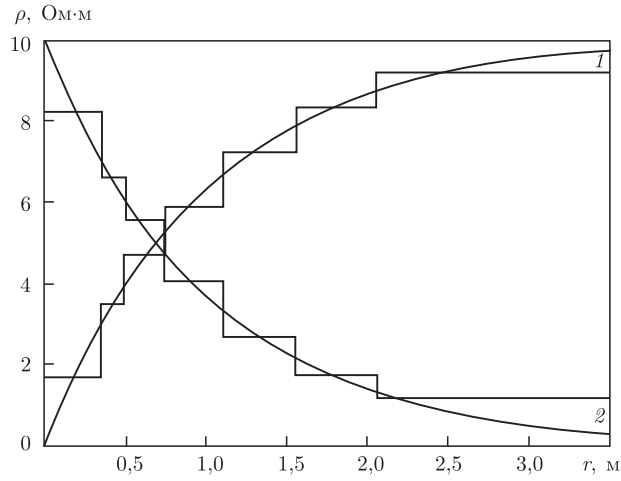


Рис. 1. Криві 1: ПО $\rho = 10 \cdot (1 - \exp(-r))$ та результат розв'язку відповідної зворотної задачі; криві 2: ПО $\rho = 10 \cdot \exp(-r)$ та результат розв'язку відповідної зворотної задачі

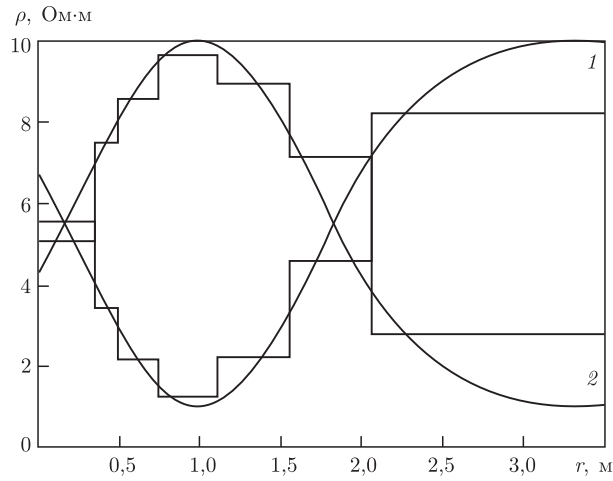


Рис. 2. Криві 1: ПО $\rho = 1 + 9 \cdot (1 - \exp((r - 1)(1 - r)))$ та результат розв'язку відповідної зворотної задачі; криві 2: ПО $\rho = 1 + 9 \cdot (1 - \exp((r - 1)(1 - r)))$ та результат розв'язку відповідної зворотної задачі

Використання другого способу може суттєво спростити розв'язання зворотної задачі. Дійсно, як випливає з формули (5), для обчислення (6) при заданому струмі I достатньо обчислити три визначники. Враховуючи те, що в кожному рядку системи кількість не рівних нулю елементів обмежена, процедура обчислення визначників спрощується. Таким чином, при розв'язанні зворотної задачі для комплексу, що складається з n зондів, на кожному кроці ітерації [1] достатньо замість розв'язання крайової задачі рівняння потенціалу обчислювати всього $(1 + 2n)$ визначники.

Як приклад, наведемо результат розв'язання зворотної задачі для комплексу 7 зондів ($A_{0.3}M_{0.1}N$, $A_{0.4}M_{0.2}N$, $A_{0.6}M_{0.3}N$, $A_{0.9}M_{0.4}N$, $A_{1.3}M_{0.5}N$, $A_{1.8}M_{0.5}N$, $A_{2.3}M_{0.5}N$) для моделі пласта нескінченної потужності, з радіальним розподілом ПО: $\rho = 10 \cdot (1 - \exp(-r))$ та $\rho = 10 \cdot \exp(-r)$ (рис. 1), $\rho = 1 + 9 \cdot (1 - \exp((r - 1)(1 - r)))$ та $\rho = 1 + 9 \cdot (1 - \exp((r - 1)(1 - r)))$ (рис. 2). Для обраних моделей норма різниці в кожному вузлі апроксимаційної сітки знайденого числового розв'язку і точного розв'язку $\varepsilon = 0,01$ (у відн. од.) була досягнута на 9-му

кроці ітерації (для кривих рис. 1) та 17-му кроці ітерації (для кривих рис. 2). Той факт, що для кожної області крива знайденого числового розв'язку перетинає криву заданого ПО моделі добре ілюструє твердження, що при збільшенні кількості зондів n крива знайденого числового розв'язку буде наближатися до кривої заданого ПО.

Таким чином, наведений метод дає змогу уникнути зміни системи рівнянь прямої задачі при зміні моделі середовища, а також уникнути розв'язання прямої задачі на кожному кроці ітерації і розв'язання зворотної, отже суттєво підвищити швидкість та точність розв'язання як прямих, так і зворотних задач. Викладений метод застосований також для 3D задач.

1. Челокьян Р. С., Колосов А. Л., Кашик А. С., Базова Н. И. Методы конечных разностей и конечных элементов в геофизике. – Киев: Ин-т геофизики им. С. И. Субботина НАН Украины, 1999. – 316 с.
2. Колосов А. Л. Решение задач электротометрии скважин на ЭВМ. – Киев: Наук. думка, 1977. – 148 с.
3. Миронцов М. Л. До розрахунку коефіцієнтів зондів електричного каротажу // Доп. НАН України. – 2003. – № 11. – С. 120–123.

ВАТ Дослідно-конструкторське бюро
геофізичного приладобудування, Київ

Надійшло до редакції 24.07.2006

УДК 550.42:553.411

© 2007

Ю. А. Фомин, Ю. Н. Демихов

Изотопный состав кислорода воды рудообразующего флюида в зоне амфиболовых метасоматитов Сергеевского месторождения золота (Украинский щит)

(Представлено академиком НАН Украины Е. А. Кулишом)

The oxygen isotope composition of the ore forming fluid water in gold-bearing amphibole metasomatites has been investigated: $\delta^{18}\text{O}$ H₂O are +5.6...–7.1‰ in the temperature diapason of 350–130 °C. The mineralogical (dolomite-calcite) and isotopic ($\delta^{18}\text{O}$ of quartz, carbonates, and water) zoning was found. The genetic connection of ores with the geochemical barrier under conditions of the lime and magnesium contact-metasomatic process is assumed.

Исследованию изотопного состава кислорода воды рудообразующего флюида в системе амфиболовых метасоматитов Сергеевского месторождения (Сурская зеленокаменная структура, архей) посвящено настоящее сообщение. Полученные результаты относятся в основном к серии наиболее детально изученных зон с промышленным Au–Ag–Bi–Te оруденением, вскрытых разрезом скважин 0701, 202–205, 193 [1–3]. Кроме того, для сравнения приведены данные по стратиформным колчеданным рудам флангов этого же месторождения (скважины 0735, 0736), которые, вероятно, являются самыми ранними рудными образованиями упомянутой структуры.

Изотопный состав кислорода воды минералообразующего флюида (табл. 1) большей частью рассчитан по $\delta^{18}\text{O}$ карбонатных фаз и температуре гомогенизации газовой-жидких включений в них в предположении равновесия в системе минерал — вода, либо, частично,