

УДК 534.232.001.11:62.50

© 2007

Член-корреспондент НАН України **А. Е. Божко, В. И. Белых,**  
**К. Б. Мягкохлеб**

### Об уменьшении влияния колебаний испытуемых объектов на колебания платформы вибростенда

*We propose an analytic structural method and the corresponding structural schemes for the compensation of oscillations influencing the oscillations of a moving platform of electrodynamic and electromagnetic benches.*

В практике вибрационных испытаний машин, приборов, конструкций можно применить метод крепления на платформе стенда нескольких испытуемых изделий. Обычно при низких частотах вибраций наблюдается жесткое крепление этих изделий, а на высоких частотах эти изделия представляют собой отдельные осциллирующие системы. Общие механические схемы для электродинамического (ЭДВ) и электромагнитного (ЭМВ) вибростендов изображены на рис. 1, 2 соответственно, где  $m_{0k}$ ,  $b_{0k}$ ,  $c_{0k}$ ,  $x_{0k}$ ,  $k = \overline{1, n}$ , — масса, демпфер, пружина, перемещение  $k$ -го испытуемого объекта;  $m_{я}$ ,  $b_{я}$ ,  $c_{я}$ ,  $x_{я}$  — те же величины, но для якоря (Я);  $m_p$ ,  $b_p$ ,  $c_p$ ,  $x_p$  — те же величины, но для реактивной массы (РМ);  $\Phi$  — фундамент;  $F$  — сила.

Как видно из рис. 1, в ЭДВ механическая схема отдельно,  $k$ -й испытуемый объект ИО $_k$  и якорь (Я) представляют собой колебательную систему с двумя степенями свободы,

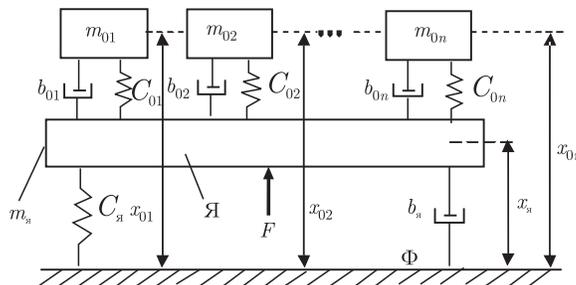


Рис. 1

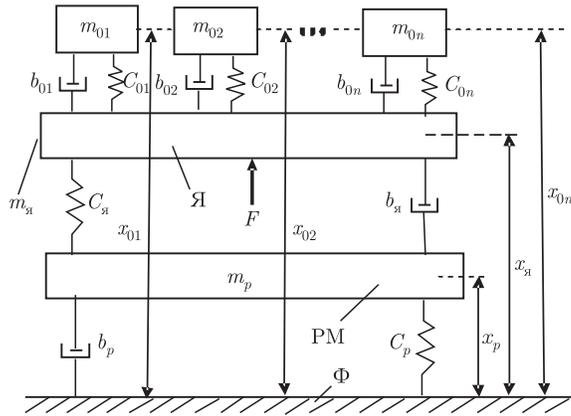


Рис. 2

а в ЭМВ то же, но с РМ — колебательную систему с тремя степенями свободы. Дифференциальные уравнения представленных схем следующие: для ЭДВ

$$\left. \begin{aligned} m_{0k}\ddot{x}_{0k} + b_{0k}\dot{x}_{0k} + c_{0k}x_{0k} &= b_{0k}\dot{x}_я + c_{0k}x_я, & k = \overline{1, n}, \\ m_я\ddot{x}_я + \left(b_я + \sum_{л=1}^m b_{0k}\right)\dot{x}_я + \left(c_я + \sum_{л=1}^m c_{0k}\right)x_я &= F + \sum_{л=1}^m b_{0k}\dot{x}_{0k} + \sum_{л=1}^m c_{0k}x_{0k}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

для ЭМВ

$$\left. \begin{aligned} m_{0k}\ddot{x}_{0k} + b_{0k}\dot{x}_{0k} + c_{0k}x_{0k} &= b_{0k}\dot{x}_я + c_{0k}x_я, & k = \overline{1, n}, \\ m_я\ddot{x}_я + \left(b_я + \sum_{л=1}^m b_{0k}\right)\dot{x}_я + \left(c_я + \sum_{л=1}^m c_{0k}\right)x_я &= \\ = F + \sum_{л=1}^m b_{0k}\dot{x}_{0k} + \sum_{л=1}^m c_{0k}x_{0k} + b_я\dot{x}_п + c_яx_п, \\ m_п\ddot{x}_п + (b_я + b_п)\dot{x}_п + (c_я + c_п)x_п &= b_я\dot{x}_я + c_яx_я, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $m_{0k}$ ,  $m_я$ ,  $m_п$  — массы;  $c_{0k}$ ,  $b_{0k}$ ,  $c_я$ ,  $b_я$ ,  $c_п$ ,  $b_п$  — коэффициенты жесткости и диссипации соответственно.

Эти уравнения показывают, что на колебания платформы ЭДВ влияют колебания ИО<sub>к</sub>, а на колебания платформы ЭМВ — колебания ИО<sub>к</sub> и колебания РМ. Реально  $m_{0k}$ ,  $b_{0k}$ ,  $c_{0k}$ ,  $k = \overline{1, n}$ , не равны друг другу. Поэтому воспроизведение заданных  $x_я$  в случае разных  $x_{0k}$  не получается, что искажает метод виброиспытаний и конечный результат оценки вибронадежности ИО<sub>к</sub>,  $k = \overline{1, n}$ . Однако путем аналитически структурных процедур можно уменьшить влияние колебаний  $x_{0k}$ ,  $k = \overline{1, n}$ , на колебания  $x_я$ . Этот метод компенсации  $x_{0k}$ ,  $k = \overline{1, n}$ , основан на аналитическом представлении вторых уравнений в системах (1) и (2) в следующем виде соответственно:

$$\begin{aligned} m_я\ddot{x}_я + \left(b_я + \sum_{л=1}^m b_{0k}\right)\dot{x}_я + \left(c_я + \sum_{л=1}^m c_{0k}\right)x_я &= \\ = F + \sum_{л=1}^m b_{0k}\dot{x}_{0k} + \sum_{л=1}^m c_{0k}x_{0k} - \sum_{л=1}^m \overline{b_{0kk}}\dot{x}_{0k} - \sum_{л=1}^m \overline{c_{0kk}}x_{0k}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$m_{\text{я}}\ddot{x}_{\text{я}} + \left( b_{\text{я}} + \sum_{l=1}^m b_{0lk} \right) \dot{x}_{\text{я}} + \left( c_{\text{я}} + \sum_{l=1}^m c_{0lk} \right) x_{\text{я}} = F + \sum_{l=1}^m b_{0lk} \dot{x}_{0k} + \sum_{l=1}^m c_{0lk} x_{0k} - \sum_{l=1}^m \overline{b_{0kk}} \dot{x}_{0k} - \sum_{l=1}^m \overline{c_{0kk}} x_{0k} + b_{\text{я}} \dot{x}_{\text{п}} + c_{\text{я}} x_{\text{п}} - b_{\text{я}k} \dot{x}_{\text{п}} + c_{\text{я}k} x_{\text{п}}, \quad (4)$$

где  $b_{0kk}$ ,  $b_{\text{я}k}$ ,  $c_{0kk}$ ,  $c_{\text{я}k}$  — эквивалентные компенсационные ( $\overline{b_{0kk}} = b_{0k}$ ,  $\overline{c_{0kk}} = c_{0k}$ ,  $\overline{b_{\text{я}k}} = b_{\text{я}}$ ,  $\overline{c_{\text{я}k}} = c_{\text{я}}$ ) коэффициенты диссипации и жесткости соответственно. При такой эквивалентности уравнения (3) и (4) принимают вид

$$m_{\text{я}}\ddot{x}_{\text{я}} + \left( b_{\text{я}} + \sum_{l=1}^m b_{0lk} \right) \dot{x}_{\text{я}} + \left( c_{\text{я}} + \sum_{l=1}^m c_{0lk} \right) x_{\text{я}} = F. \quad (5)$$

Как видно из уравнения (5),  $x_{\text{я}}$  зависит только от действия силы возбуждения  $F$  и не зависит от  $x_{0k}$  и  $x_{\text{п}}$  в ЭМВ.

Реализацию уравнения (5) осуществим с помощью структур, которые базируются на принципах формирования усилий  $F$ . В ЭДВ подемоторная сила определяется выражением [1]

$$F = Bli, \quad (6)$$

где  $B$  — магнитная индукция, создаваемая током подмагничивания;  $l$  — длина провода подвижной катушки;  $i$  — электрический ток в подвижной катушке.

В свою очередь,

$$i = \frac{U}{z}, \quad (7)$$

где  $U$  — входное задающее электрическое напряжение;  $z$  — полное сопротивление подвижной катушки [ $|z| = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}$ , где  $r$  — активное сопротивление (резистор);  $L$  — индуктивность;  $\omega$  — круговая частота  $\omega = 2\pi f$ ;  $f$  — частота {Гц}].

Таким образом, на основании (6) и (7)

$$F = \frac{Bl}{z} U. \quad (8)$$

Используя (3) и (8), для получения (5) построим структурную схему скомпенсированного ЭДВ, изображенную на рис. 3, где  $\alpha_1 = Bl/z$ ; См1 ÷ См4 — сумматоры; УМ — усилитель мощности;  $\boxed{-1}$  — инвертор;  $w_{\text{я}}$  — колебательное звено якоря Я;  $w_{0k}$ ,  $k = \overline{1, n}$ , — колебательные звенья ИО $_k$ ;  $w_k$ ,  $k = \overline{1, n}$ , — форсирующее звено с передаточной функцией  $b_{0kp} + c_{0k}$ ,  $k = \overline{1, n}$ ;  $p = d/dt$  — оператор;  $w_{kk}$  — компенсирующее форсирующее звено с передаточной функцией  $b_{0kkp} + c_{0kk}$ ; СУ $_k$ ,  $k = \overline{1, n}$ , — согласующий усилитель; ВД $_k$  — вибродатчик,  $k = \overline{1, n}$ .

На основании схемы рис. 3 имеем уравнение (3), где  $\overline{b_{0kk}} = b_{0kk} \cdot k_y$ ,  $\overline{c_{0kk}} = c_{0kk} \cdot k_y$ , где  $k_y$  — коэффициент усиления УМ. В результате получаем уравнение (5).

Далее перейдем к ЭМВ. Тяговое усилие в одноконтурном ЭМВ с двумя воздушными зазорами  $\delta$  выражается формулой [2]

$$F = \frac{\Phi^2}{\mu_0 S}, \quad (9)$$

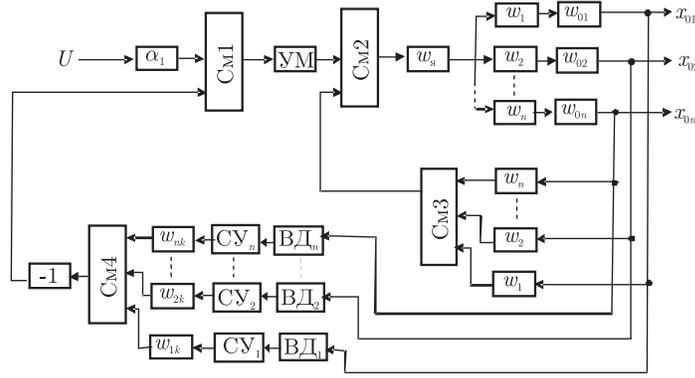


Рис. 3

где  $\Phi$  — магнитный поток;  $\mu_0$  — магнитная проницаемость воздуха;  $S$  — площадь поперечного сечения магнитопровода ЭМВ у зазора  $\delta$ .

Представим (9) относительно задающего напряжения  $U$ . Для этого, применяя закон полного тока [3]  $i\omega G = \Phi$ , где  $i$  — ток в катушке ЭМВ;  $w$  — число витков катушки;  $G$  — магнитная проницаемость указанного ЭМВ ( $G = \mu_0 S / (2\delta) = w^2 L$ ,  $L$  — индуктивность катушки ЭМВ) и закон Ома, так как в ЭМВ,  $r \ll \omega L$ , получаем

$$F = \frac{1}{\mu_0 S} \left( \frac{U}{\omega w} \right)^2. \quad (10)$$

Из (10) видно, что  $F \sim U^2$ , т.е. в общем случае пропорциональна квадрату напряжения (сигнала), подающегося на зажимы входной обмотки (катушки) ЭМВ. При компенсации в ЭДВ такой сигнал равен сумме задающего напряжения  $U$  и сигналов компенсирующих обратных связей. В этом случае квадрат суммы сигналов равен сумме их квадратов и сумме удвоенных произведений слагаемых суммирующего сигнала. Такой сигнал возведенной в квадрат суммы не может быть компенсирующим в ЭМВ, согласно данному исследованию. На основе этого правомочным выходом из данного положения может быть включение в ЭМВ перед его входом звена извлечения квадратного корня из суммы  $U$  и инверсных сигналов компенсирующих обратных связей. В этом случае  $F \sim \left( U - \sum_{k=1}^n U_{0c} \right)$ . И если

$-\sum_{k=1}^n U_{0c}$  равны сигналам действия  $x_{0k}$ ,  $k = \overline{1, n}$ , и  $x_p$  на  $x_y$ , то тогда осуществляется желаемая компенсация и удовлетворяется уравнение (4) уравнением (5).

Все отмеченное может быть отражено в структурной схеме, изображенной на рис. 4, где обозначения звеньев, связанных с  $x_{0k}$ ,  $k = \overline{1, n}$ , те же, что и на рис. 3 для ЭДВ, а  $w_p$  — звено с передаточной функцией  $b_{яp} + c_{я}$ ;  $w_{рм}$  — колебательное звено с РМ;  $w_{рk}$  — звено с передаточной функцией  $b_{яkp} + c_{яk}$ ; ВД<sub>р</sub> — вибродатчик, прикрепленный к РМ; СУ<sub>р</sub> — согласующий усилитель;  $\sqrt{\quad}$  — звено извлечения квадратного корня;  $\alpha_2 = 1/(\mu_0 S (\omega w)^2)$ .

В данной структурной схеме получается, что  $b_{яk} \cdot k_y \cdot \alpha_2 = \overline{b_{яk}}$ ,  $c_{яk} \cdot k_y \cdot \alpha_2 = \overline{c_{яk}}$  и при равенстве  $\overline{b_{яk}} = b_{я}$ ,  $\overline{c_{яk}} = c_{я}$  компенсируется влияние на  $x_y$  колебаний  $x_p$ . Так же в данной схеме при  $b_{0kk} \cdot k_y \cdot \alpha_2 = \overline{b_{0kk}} = b_{0k}$  и  $c_{0kk} \cdot k_y \cdot \alpha_2 = \overline{c_{0kk}} = c_{0k}$  происходит компенсация влияния колебаний ИО<sub>k</sub> на колебания  $x_y$ .

Таким образом, предложенный аналитически-структурный метод позволяет изолировать колебания ЭДВ и ЭМВ от всех других колебаний и этим самым обеспечить необходи-

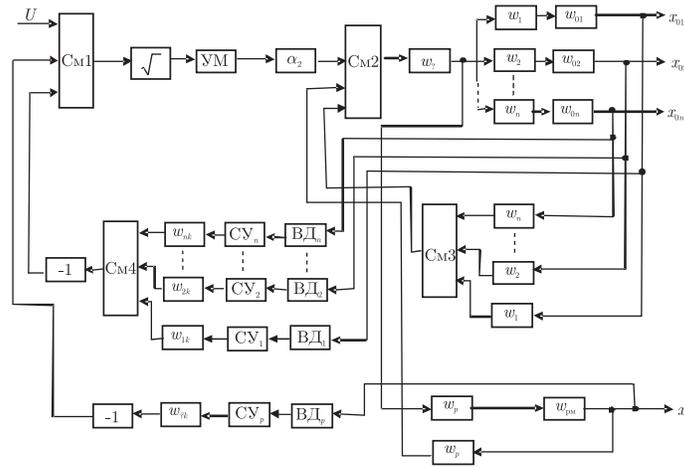


Рис. 4

мый режим вібраційного навантаження  $IO_k$ ,  $k = \overline{1, n}$ . Реалізація запропонованих структурних схем здійснюється в мікросхемному виконанні і не являється громоздкою.

1. Божко А. Е. Воспроизведение вибраций. – Киев: Наук. думка, 1975. – 190 с.
2. Ступель Ф. А. Электромеханические реле. – Харьков: Изд-во Харьков. гос. ун-та, 1956. – 355 с.
3. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. – Москва: Высш. шк., 1978. – 528 с.

Институт проблем машиностроения  
им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Поступило в редакцию 06.11.2006

УДК 539.3:538.3:536.21:518.12

© 2007

Член-корреспондент НАН України Я. Й. Бурак, О. Р. Гачкевич,  
Б. Д. Дробенко

## Визначення параметрів термомеханічного стану термочутливих магнітотвердих феромагнітних тіл за умов дії квазіусталених електромагнітних полів

*An approach to the computer simulation of a thermo-mechanical behavior of magnetically hard ferromagnetic solids subjected to quasisteady electromagnetic fields is considered on the basis of the proposed earlier mathematical model of thermo-mechanical processes in polarizable and magnetizable electrically conductive solids exposed to external electromagnetic fields. High temperature induction heating of a hard ferromagnetic cylinder is considered. The numerical results obtained clearly indicate the necessity to account for the heat release due to magnetization, especially for small frequencies and temperatures less than the Curie point.*

Електромагнітні поля (ЕМП) широко використовують в сучасних технологіях обробки виробів з електропровідних матеріалів, зокрема, для підвищення їх міцності і надійності.