

1. Божко А. Е. Новая интерпретация переходных процессов в электрических цепях // Доп. НАН України. – 2004. – № 9. – С. 83–87.
2. Божко А. Е. О новой трактовке переходных процессов в электрических цепях переменного тока // Там само. – 2005. – № 4. – С. 81–86.
3. Божко А. Е. Аргументация новой концепции о переходных процессах в электроцепях с позиций волновой механики // Там само. – 2006. – № 3. – С. 83–88.
4. Гинзбург С. Г. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. – Москва: Сов. радио, 1959. – 404 с.

Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Поступило в редакцию 24.11.2006

УДК 534.3

© 2007

А. О. Борисюк

Про використання моделей пульсацій тиску на плоскій стінці для опису пульсацій тиску на поверхнях циліндричних конструкцій

(Представлено академіком НАН України В. Т. Грінченком)

Conditions are searched, under which the available models of pressure fluctuations on a flat wall (i. e., the models of Crocos, Chase, F. Williams, and Smol'yakov and Tkachenko) can be used to describe the pressure fluctuation field which arises on the surfaces of cylindrical structures under their interaction with fully developed turbulent flows of incompressible fluids. For this purpose, the appropriate method and experimental equipment are developed. As a result, it is found that, in case of the axial symmetry of a flow, the acceptable-for-practice results of calculations of the vibration and/or acoustic fields of cylindrical structures can be obtained in the frames of the Chase model. This allows one to recommend the use of the model for description of the pressure field noted above. In case of a non-axisymmetric flow, the application of all the models of pressure fluctuations on a flat wall is unreasonable.

Дослідження коливальних і акустичних полів, які виникають при взаємодії циліндричних конструкцій з розвиненими турбулентними течіями нестисливих рідин, становить значний інтерес у машинобудуванні, нафтогазовій промисловості тощо. Вирішення такого роду проблем потребує наявності достовірної інформації про сили збудження конструкцій — пульсації тиску p_t на їх поверхнях. Вона може бути одержана з відповідної задачі динаміки рідини або з відповідного експерименту. Проте, з огляду на можливість значного спрощення розв'язку, бажанішим є використання існуючих моделей тиску p_t [1–3].

Як показує, однак, аналіз наукової літератури, поки немає прийнятних для потреб практики моделей тиску p_t для тіл циліндричної геометрії [1, 3]. За цих умов вчені змушені використовувати відповідні моделі поля p_t , обґрунтовані дослідженнями на плоскій пластині. Проте при цьому або взагалі не аргументуються такі дії й оминається питання вірогідності одержаних у такий спосіб результатів, або ж це робиться непереконливо. Таким чином, природно, виникає потреба: 1) з'ясування умов, за яких моделі тиску p_t на плоскій стінці можна

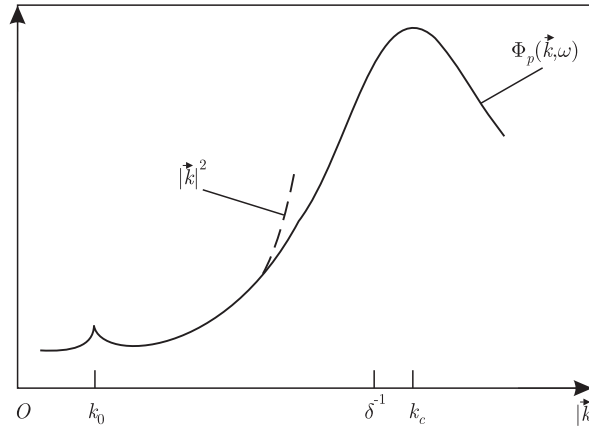


Рис. 1. Частотно-хвильовий спектр пульсацій тиску на стінці $\Phi_p(\vec{k}, \omega)$ при $\omega = \text{const}$

використовувати для опису поля p_t , яке виникає на поверхнях циліндричних конструкцій при їх взаємодії із зазначеним типом течій; 2) проведення відповідного порівняльного аналізу таких моделей з метою виявлення їх недоліків і переваг, а також встановлення меж придатності кожної з них до згаданих вище проблем. Вирішенню цих питань і присвячена дана робота.

1. Моделі поля пульсацій тиску на плоскій стінці. Коли йдеться про моделювання поля пульсацій тиску на стінці p_t , то зазвичай мають на увазі одержання виразу для його частотно-хвильового спектра $\Phi_p(k_1, k_2, \omega)$. На даний момент існує декілька моделей спектра Φ_p , обґрунтованих дослідженнями на плоскій жорсткій пластині. Першою з них була модель Коркоса [1-3]:

$$\begin{aligned}
 (\Phi_p(k_1, k_2, \omega))_{\text{Corcos}} = \\
 = P(\omega)\pi^{-2}\alpha_1\alpha_2\left(\frac{\omega}{U_c}\right)^2\left[\left(k_1 - \frac{\omega}{U_c}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_1\omega}{U_c}\right)^2\right]^{-1}\left[k_2^2 + \left(\frac{\alpha_2\omega}{U_c}\right)^2\right]^{-1}. \quad (1)
 \end{aligned}$$

Вона будувалася для опису перешкод гідроакустичних приймачів, які працюють поблизу обтічної поверхні. В цьому випадку енергетика перешкод визначається конвективними складовими тиску p_t . Тому модель (1) задовільно описує структуру спектра Φ_p (рис. 1) лише в області хвильових чисел, близьких до конвективного $|\vec{k}| = \sqrt{k_1^2 + k_2^2} \approx k_c = \omega/U_c$. Спектральні ж рівні в області відносно малих хвильових чисел $k_0 < |\vec{k}| \ll k_c$ у моделі (1) виявляються на 25 ÷ 35 дБ вищими за існуючі тут експериментальні оцінки [2]. Крім того, поведінка функції (1) протирічить теорії Філіпса-Крайхмана [1, 2], суть якої полягає в тому, що спектр Φ_p має спадати зі зменшенням $|\vec{k}|$, а для відносно малих $|\vec{k}|$ повинна мати місце квадратична залежність (тут k_1 і k_2 — координати хвильового вектора \vec{k} у напрямку течії та в поперечному до неї напрямку; ω — колова частота; P — частотний спектр тиску p_t ; $\alpha_1 \approx 1,116$; $\alpha_2 \approx 0,7$; $U_c \approx 0,6 \div 0,8U$ — конвективна швидкість; U — швидкість течії; k_c і $k_0 = \omega/c_0$ — конвективне й акустичне хвильові числа; c_0 — швидкістю звуку в середовищі).

Зазначені недоліки спектра Коркоса стимулювали розроблення моделей, призначених для більш адекватного опису області $k_0 < |\vec{k}| \ll k_c$. Як наслідок, з'явилося кілька відповідних моделей — моделі Чейза, Фокс Вілліамса та Смолякова і Ткаченка [1, 2].

На відміну від емпіричної моделі Коркоса, Чейз використав квазіаналітичний підхід і одержав такий вираз для спектра Φ_p [2]:

$$(\Phi_p(\vec{k}, \omega))_{\text{Chase}} = \rho^2 V_*^3 \left[c_M \frac{k_1^2}{K_M^5} + c_T \frac{|\vec{k}|^2}{K_T^5} \right], \quad (2)$$

$$K_i^2 = \frac{(\omega - U_c k_1)^2}{h_i^2 V_*^2} + |\vec{k}|^2 + (b_i \delta)^{-2}, \quad i = M, T,$$

(тут ρ — густина рідини; V_* — швидкість тертя; $h_T \approx h_M \approx 3$; $c_T = 0,0474$; $c_M = 0,0745$; $b_T = 0,378$; $b_M = 0,756$). Функція (2) добре описує конвективну область спектра Φ_p і непогано — його область відносно малих $|\vec{k}|$, де має квадратичну залежність (це узгоджується з теорією Філіпса–Крайхнана).

Модель Фокс Вілліамса фактично виявилася формальним продовженням коркосівського спектра в область відносно малих і акустичних ($0 < |\vec{k}| \leq k_0$) хвильових чисел. У випадку нестисливої рідини, який розглядається у даній роботі, вона має такий вигляд [2]:

$$(\Phi_p(\vec{k}, \omega))_{FW} =$$

$$= P(\omega) \left(\frac{|\vec{k}| U_c}{\omega} \right)^2 \pi^{-2} \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{\omega}{U_c} \right)^2 \left[\left(k_1 - \frac{\omega}{U_c} \right)^2 + \left(\frac{\alpha_1 \omega}{U_c} \right)^2 \right]^{-1} \times$$

$$\times \left[k_2^2 + \left(\frac{\alpha_2 \omega}{U_c} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (3)$$

Функція (3) має квадратичну залежність в діапазоні $k_0 < |\vec{k}| \ll k_c$ і добре апроксимує конвективну область спектра Φ_p .

Модель Смолякова і Ткаченка була побудована шляхом апроксимації одержаних її авторами дослідних даних і має такий вигляд [2]:

$$(\Phi_p(\vec{k}, \omega))_{Sm-Tk} = A(\omega) \frac{P(\omega)}{2\pi m_0} \left(\frac{U_c}{\omega} \right)^2 h(\omega) [F(\vec{k}, \omega) - \Delta F(\vec{k}, \omega)]. \quad (4)$$

Вона непогано відтворює структуру функції Φ_p в області конвективного максимуму, але має відмінний від квадратичного характер залежності від $|\vec{k}|$ в діапазоні $k_0 < |\vec{k}| \ll k_c$.

2. Коливання трубки під дією внутрішнього турбулентного потоку. *Метод дослідження.* Першим кроком до одержання відповідей на сформульовані на початку роботи питання є вибір методу дослідження. Традиційний метод полягає у співставленні моделей спектра Φ_p з відповідними експериментальними даними; виявленні меж зміни параметрів, де вибрана модель найкраще/найгірше узгоджується з експериментом, а також краще/гірше за інші моделі апроксимує ту або іншу ділянку експериментальної кривої Φ_p ; формулюванні висновків на основі проведеного аналізу. Проте для циліндричних конструкцій такий підхід є неприйнятним. Справа в тому, що, по-перше, поки немає достовірних експериментальних даних для області $k_0 < |\vec{k}| \ll k_c$ спектра Φ_p на поверхнях таких конструкцій. По-друге, досліджувані моделі спектра Φ_p поводять себе по-різному у зазначеній області. Так, функція (1) фактично не змінюється зі зміною $|\vec{k}|$ на ділянці $k_0 < |\vec{k}| \ll k_c$. Спектри (2) і (3) хоча і подібні між собою за характером залежності від $|\vec{k}|$ в області відносно малих його значень, але мають там різні рівні. Залежність же моделі (4) від $|\vec{k}|$ в діапазоні

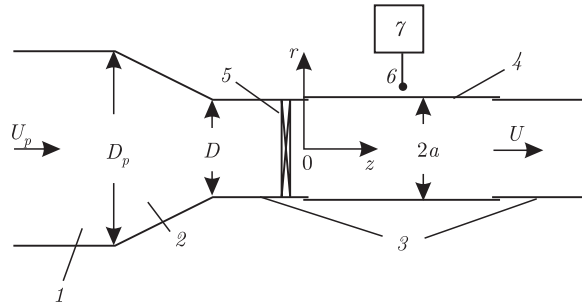


Рис. 2. Схема експериментальної установки: 1 — аеродинамічна труба; 2 — конфузор; 3 — плексигласові трубки; 4 — силіконова трубка; 5 — вставка; 6 — сенсор; 7 — частотний аналізатор

$k_0 < |\vec{k}| \ll k_c \in$ фактично лінійною [2]. У такій ситуації безпосереднє співставлення моделей (1)–(4) з відповідними експериментальними даними може привести до досить суперечливих результатів. Дійсно, якщо існуючі експериментальні оцінки для спектра Φ_p вважати достовірними (всупереч тому, що, окрім інших недоліків, вони не узгоджуються з теорією Філіпса–Крайхнана), то принципово різна поведінка експериментальних і теоретичних кривих Φ_p у діапазоні $k_0 < |\vec{k}| \ll k_c$ не дозволить провести повноцінний порівняльний аналіз моделей (1)–(4) описаним вище методом. Якщо ж експериментальні дані вважати некоректними, то зроблені на основі традиційного методу висновки також будуть некоректними.

Враховуючи сказане, у даній роботі було обрано інший метод. Його ідея зводиться до визначення реакції пружної системи на прикладене зусилля p_t в рамках вибраної його моделі і співставлення цієї реакції з відповідними експериментальними даними. Основна перевага такого підходу над описаним вище полягає в тому, що значно легше проводити точні вимірювання характеристик полів, згенерованих пульсаціями тиску p_t , аніж вимірювати характеристики самого тиску p_t .

Керуючись цим методом, у даній роботі проводили експериментальні й теоретичні дослідження коливального поля пружної трубки, згенерованого внутрішньою турбулентною течією. Для опису сил збудження трубки — пульсацій тиску на її стінці p_t — використовувалися наведені вище моделі. Результати цих досліджень порівнювалися між собою, на основі чого робилися відповідні висновки.

Експеримент. На рис. 2 зображено схему експериментальної установки, розробленої для вивчення коливань пружної трубки під дією внутрішнього турбулентного потоку. Установка складалася з аеродинамічної труби діаметром $D_p = 20$ см; конфузора; двох жорсткостінних трубок діаметром $D = 18$ мм (або 40 мм); еластичної трубки радіусом $a = 9$ мм (або 20 мм), довжиною $L = 30$ см і товщиною стінки $h = 2$ мм (значення решти параметрів трубки наводяться в табл. 1); вставок (у вигляді решітки з кроком, меншим від $D/8 \times D/8$ та порожнинних ексцентричних циліндрів різного діаметра й ексцентриситету), котрі вставлялись у ліву жорсткостінну трубку перед місцем її з'єднання з еластичною. З'єднання еластичної трубки з жорсткостінними було шарнірним.

Таблиця 1. Параметри еластичної силіконової трубки

Радіус, мм	Довжина, см	Товщина стінки, мм	Масова густина, кг/м ³	Модуль пружності, Н/м ²	Коефіцієнт Пуассона	Коефіцієнт демпфування
9 або 20	30	2	$1,23 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^5$	0,41	0,1

В аеродинамічній трубці створювалася течія з осьюовою швидкістю U_p ($U_p \leq 40$ м/с). Через конфузтор вона потрапляла до жорсткостінної трубки, де регулювалася за допомогою вставки. Так, вставка у вигляді решітки згладжувала течію, роблячи її осесиметричною на робочій ділянці експерименту (в еластичній трубці). Вставка ж у вигляді ексцентричного циліндра, навпаки, зумовлювала там втрату течією осьюової симетрії. Далі відрегульована відповідним чином течія потрапляла до пружної трубки і викликала її коливання. Ці коливання реєструвалися й оброблялися на аналізаторі. Із всіх характеристик коливального поля пружної трубки інтерес становив частотний спектр її прогину S_w .

У випадку осесиметричних коливань осьова швидкість течії на робочій ділянці експерименту U визначалася з умови збереження маси на цій ділянці та в аеродинамічній трубці: $U = U_p(D_p/D)^2$. У разі асиметричних коливань враховувалася ще умова збереження маси в ексцентричній вставці, що давало такий вираз для U : $U = U_p(D_p/d)^2$ (d — внутрішній діаметр вставки). Щоб мати в еластичній трубці розвинену турбулентну течію нестисливої рідини, розглядалися такі швидкості U_p , для яких число Рейнольдса $Re_D = UD/\nu$ значно перевищувало критичне значення $Re_{кр} = 2000$ [1], а число Маха $M = U/c_0$ було значно меншим за одиницю.

Колівальне поле трубки. При знаходженні коливального поля трубки не враховується вплив навколишнього середовища (повітря), тангенційних й осьових переміщень трубки на її радіальні переміщення, а також коливань трубки на структуру течії в ній. За таких умов її рух описується рівнянням малих радіальних коливань тонкостінної циліндричної оболонки під дією сил p_t , яке в циліндричній системі координат (r, ϕ, z) (див. рис. 2) має такий вигляд [4]:

$$\bar{D}_v \left(\frac{\partial^4 w}{\partial z^4} + \frac{2}{a^2} \frac{\partial^4 w}{\partial z^2 \partial \phi^2} + \frac{1}{a^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \phi^4} \right) + \frac{\bar{E}_v h}{a^2(1 - \nu_v^2)} w + \rho_v h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p_t. \quad (5)$$

Граничні умови для рівняння (5) вибираються у вигляді шарнірного закріплення:

$$w|_{z=0;L} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right|_{z=0;L} = 0. \quad (6)$$

Вони відповідають умовам закріплення пружної трубки в експерименті (тут w — прогин трубки; $\bar{E}_v = E_v(1 + i\mu_v)$ і $\bar{D}_v = D_v(1 + i\mu_v)$ — її комплексні модулі пружності та жорсткості на згин; E_v і $D_v = E_v h^3 / (12(1 - \nu_v^2))$ — їх дійсні частини; ρ_v , ν_v і μ_v — густина, коефіцієнт Пуассона і коефіцієнт демпфування).

Задача (5), (6) розв'язується через застосування часового перетворення Фур'є і подальший розклад Фур'є-образу прогину трубки \hat{w} в ряд за власними формами її коливань у вакуумі $\Psi_{nm}(\phi, z)$:

$$\hat{w}(\phi, z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} w(\phi, z, t) e^{i\omega t} dt = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{nm}^{(1)} \Psi_{nm}^{(1)}(\phi, z) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{nm}^{(2)} \Psi_{nm}^{(2)}(\phi, z);$$

$$\Psi_{nm} = \{ \Psi_{nm}^{(1)}, \Psi_{nm}^{(2)} \}; \quad \Psi_{nm}^{(1)}(\phi, z) = \cos(n\phi) \sin(k_m z); \quad \Psi_{nm}^{(2)}(\phi, z) = \sin(n\phi) \sin(k_m z).$$

Розв'язок задачі (5), (6) має такий вигляд:

$$\hat{w}(\phi, z, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Psi_{nm}^{(1)}(\phi, z)}{\|\Psi_{nm}^{(1)}\|^2 a_{nm}(\omega)} \hat{p}_{t_{nm}}^{(1)}(\omega) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Psi_{nm}^{(2)}(\phi, z)}{\|\Psi_{nm}^{(2)}\|^2 a_{nm}(\omega)} \hat{p}_{t_{nm}}^{(2)}(\omega).$$

Його підстановка у співвідношення стохастичної ортогональності [1, 2]

$$\langle \widehat{w}^*(\phi, z, \omega) \widehat{w}(\phi, z, \omega') \rangle = S_w(\phi, z, \omega) \delta(\omega - \omega')$$

(де дужки $\langle \dots \rangle$ означають операцію осереднення за часом, зірочка вказує на комплексне спряження, а $\delta(\dots)$ є дельта-функцією Дірака) дозволяє знайти спектр прогину трубки S_w , який вимірювався в експерименті:

$$S_w(\phi, z, \omega) = \sum_{j=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (S_w(\phi, z, \omega))_{nm}^{(j)} = \sum_{j=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Psi_{nm}^{(j)2}(\phi, z)}{\|\Psi_{nm}^{(j)}\|^4 |a_{nm}(\omega)|^2} \Phi_{pnm}^{(j)}(\omega). \quad (7)$$

Тут функції

$$\Phi_{pnm}^{(j)} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |A_{nm}^{(j)}(k_\phi, k_z)|^2 \Phi_p(k_\phi, k_z, \omega) dk_\phi dk_z$$

характеризують ступінь збудження форм $\Psi_{nm}^{(j)}$ полем p_t ; величини

$$|a_{nm}|^2 = \rho_v^2 h^2 [(\omega_{nm}^2 - \omega^2)^2 + \mu_v^2 \omega^4]$$

описують реакцію цих форм на одиничне навантаження; Φ_p є частотно-хвильовим спектром поля p_t ; функції

$$|A_{nm}^{(j)}|^2 = |A_n^{(j)}(k_\phi)|^2 |A_m(k_z)|^2, \quad |A_n^{(1)}|^2 = \frac{2k_\phi^2}{(k_\phi^2 - k_n^2)^2} [1 - \cos(2\pi k_\phi a)],$$

$$|A_n^{(2)}|^2 = \frac{2k_n^2}{(k_\phi^2 - k_n^2)^2} [1 - \cos(2\pi k_\phi a)], \quad |A_m|^2 = \frac{2k_m^2}{(k_z^2 - k_m^2)^2} [1 - (-1)^m \cos(k_z L)] -$$

модальними фільтрами; $\omega_{nm} = (c_p/a) \sqrt{1 + \beta^2 k_{nm}^4 a^4}$ – резонансними частотами трубки у вакуумі; $k_m = m\pi/L$, $k_n = n/a$, $k_{nm} = \sqrt{k_n^2 + k_m^2}$ – структурними хвильовими числами; $c_p = \sqrt{E_v/(\rho_v(1 - \nu_v^2))}$ – швидкістю поздовжніх хвиль у стінці трубки; $\beta^2 = h^2/(12a^2)$; а також було враховано, що полю p_t в досліджуваній трубці властиві статистична стаціонарність та просторова однорідність.

Співвідношення (7) встановлює кількісний зв'язок між спектром прогину трубки S_w і частотно-хвильовим спектром пульсацій тиску Φ_p . Аналіз цього співвідношення показує, що досліджувана характеристика коливального поля механічної структури дорівнює сумі внесків її мод $(S_w)_{nm}^{(j)}$. Самі ж модальні спектри $(S_w)_{nm}^{(j)}$ визначаються, головним чином, двома факторами. По-перше, це ступінь збудження моди $\Psi_{nm}^{(j)}$ полем p_t , який описується в (7) величиною $\Phi_{pnm}^{(j)}$. Він залежить від амплітуд різних складових поля p_t та їх просторової узгодженості з модою $\Psi_{nm}^{(j)}$. По-друге, це резонансні властивості моди, які відображені у функції $|a_{nm}|^2$.

При застосуванні співвідношення (7) для оцінок спектра S_w в рамках вибраних моделей поля p_t і співставленні цих оцінок з відповідними експериментальними даними, значна увага приділятиметься величинам $\Phi_{pnm}^{(j)}$. Зумовлено це тим, що саме в них із всіх членів ряду (7) відображено вплив тиску p_t на коливальне поле трубки та відмінності між моделями тиску p_t . Крім того, величини $\Phi_{pnm}^{(j)}$ містять інформацію про ефективність збудження форми

$\Psi_{nm}^{(j)}$ акустичними $0 < |\vec{k}| \leq k_0$, довгохвильовими $k_0 < |\vec{k}| \ll k_c$ та конвективними $|\vec{k}| \approx k_c$ складовими поля p_t . А отже, зображуючи $\Phi_{pnm}^{(j)}$ у вигляді суми внесків цих складових

$$\Phi_{pnm}^{(j)} \approx (\Phi_{pnm}^{(j)})_{ac} + (\Phi_{pnm}^{(j)})_{low_w_n} + (\Phi_{pnm}^{(j)})_{conv} \quad (8a)$$

і аналізуючи вагомість кожного доданку у виразі (8a), а відтак, і в ряді (7)

$$S_w \approx (S_w)_{ac} + (S_w)_{low_w_n} + (S_w)_{conv}, \quad (8б)$$

можна робити висновок про їх роль у коливальному полі трубки в рамках досліджуваних моделей тиску p_t .

На закінчення відзначимо, що дана робота є першою частиною загального дослідження. В ній сформульовано проблему, обгрунтовано вибір методу дослідження, а також описано його експериментальну й теоретичну частини.

1. *Blake W. K.* Mechanics of flow-induced sound and vibration: in 2 vols. – New York: Academic Press, 1986. – 974 p.
2. *Borisyuk A. O., Grinchenko V. T.* Vibration and noise generation by elastic elements excited by a turbulent flow // J. Sound Vibr. – 1997. – **204**, No 2. – P. 213–237.
3. *Crighton D. G., Dowling A. P., Ffowcs Williams J. E. et al.* Modern methods in analytical acoustics. Lecture Notes. – London: Springer, 1992. – 738 p.
4. *Junger M. C., Feit D.* Sound, structures and their interaction. – Cambridge, Massachusetts: M. I. T. Press, 1972. – 477 p.

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

Надійшло до редакції 06.02.2007