

У нашому випадку незведення векторної задачі спряження до окремих скалярних, зважаючи на аналітичні властивості частинних розв'язків $X_{01}(z)$ (9) і $X_{02}(z)$ (8) окремих задач, за частинний розв'язок задачі в цілому можна взяти лінійну комбінацію $\alpha_1 X_{01}(z) + \alpha_2 X_{02}(z)$. Останнє дозволяє одержати функцію Мусхелішвілі сформульованої в цій роботі задачі про два штампи з різнотипними граничними умовами для них у вигляді

$$\Phi(z) = -\frac{iY_1}{2\pi}(z - a_1)^{-\frac{1}{2}}(z - a_2)^{-\frac{1}{2}} - \frac{iY_2}{2\pi}(z - a_3)^{-\frac{1}{2} + i\frac{\ln \kappa}{2\pi}}(z - a_4)^{-\frac{1}{2} - i\frac{\ln \kappa}{2\pi}}.$$

1. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – Москва: Наука, 1966. – 708 с.
2. Рыбка В. М., Ковзура А. Б. Контакт штампа с упругой полуплоскостью при нормальной и касательной пригрузке // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Механіка. – 2000. – 2, вип. 3. – С. 88–97.
3. Моссаковський В. И., Рыбка В. М. Задача о вдавливании выпуклого штампа в упругую полуплоскость при нормальной и касательной пригрузке // Там само. – 2003. – 2, вип. 7. – С. 137–144.
4. Рыбка В. М. Про діагоналізацію і одночасну діагоналізацію матриць // Доп. НАН України. – 1999. – № 11. – С. 40–42.
5. Моссаковський В. И., Рыбка В. М., Смирнов С. А. Контактные задачи теории упругости для полуплоскости как задачи для линейного дифференциального уравнения в комплексной области // Системні технології. Регіон. міжвуз. зб. наук. праць. – 2004. – Вип. 3(32). – Дніпропетровськ: Системні технології. – С. 32–37.
6. Голубев В. В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. – Москва; Ленинград: Гостехтеориздат, 1941. – 400 с.
7. Моссаковський В. И., Бискуп А. Г. Вдавливание штампа при наличии трения и сцепления // Докл. АН СССР. – 1972. – 206, № 5. – С. 1068–1070.
8. Стренг Г. Линейная алгебра и ее применения. – Москва: Мир, 1980. – 456 с.

Дніпропетровський національний університет

Надійшло до редакції 18.02.2008

УДК 539.538

© 2008

М. В. Чернець

Метод розрахунку довговічності черв'ячної передачі з архімедовим черв'яком

(Представлено членом-кореспондентом НАН України О. Є. Андрейківим)

On the basis of the well-known mathematical model of materials wear under sliding friction, a method to study the wear kinetics of Archimedean worm gears and to calculate their resource is developed. A numerical solution of the problem is given.

Черв'ячні передачі з архімедовим черв'яком є досить поширеними у сучасному машинобудуванні. Між витками черв'яка і зубами черв'ячного колеса виникає тертя ковзання, яке призводить до їх зношування. На даний час відсутні методи розрахунку довговічності черв'ячних передач. В даній роботі на основі узагальненої методології дослідження кінетики зношування трибосистем ковзання [1] та методу розрахунку зношування зубів циліндричних передач [2] розроблено новий метод оцінки ресурсу черв'ячних передач вказаного виду.

1. Метод дослідження кінетики зношування. Згідно з [1], кінетика зношування елементів вузла тертя ковзання описується такою системою звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{1}{v_j} \frac{dh_{kj}}{dt} = \Phi_k^{-1}(\tau) = 1, \quad k = 1, 2, \quad (1)$$

де v_j — швидкість ковзання у j -х точках зачеплення, вибраних по висоті витків черв'яка; h_k — лінійні зношування витків черв'яка та зубів черв'ячного колеса; t — час зношування елементів зачеплення; $\Phi(\tau)$ — базовий параметр моделі — характеристична функція зносостійкості матеріалів у вибраному спряженні та за прийнятих умов тертя; τ — питома сила тертя, що виникає у зоні зачеплення, від величини якої залежать лінійні зношування елементів зачеплення; k — нумерація елементів кінематичної пари (1 — черв'як, 2 — черв'ячне колесо).

Для значень τ , що досягаються у черв'ячній передачі, функція $\Phi(\tau)$ подається таким співвідношенням [2]:

$$\Phi_k(\tau) = C_k \left(\frac{\tau_{sk}}{\tau} \right)^{m_k}, \quad (2)$$

де C, m — характеристики зносостійкості матеріалів у вибраній парі та умовах зношування, які визначаються за результатами експериментальних досліджень у відповідності з методикою [1]; $\tau_{sk} \approx 0,35\sigma_{bk}$ — границя міцності на зріз (зсув) зношуваних матеріалів; σ_b — границя міцності при розтягу.

Питома сила тертя розраховується за умов кулонівського тертя

$$\tau_j = fp_j. \quad (3)$$

Тут f — коефіцієнт тертя ковзання; p_j — максимальні контактні тиски, які обчислюються за формулою Герца залежно від пар зачеплень w витків черв'яка з зубами колеса так:

$$p_{j\max}^{(w)} = 0,564 \sqrt{N'/w\theta\rho_{2j}b}, \quad (4)$$

де N' — сила, що виникає у зачепленні; $\theta = (1 - \mu_1^2)/E_1 + (1 + \mu_2^2)/E_2$ — модуль Кірхгофа; μ_k, E_k — коефіцієнти Пуассона та модулі Юнга матеріалів черв'ячної передачі; ρ_{2j} — радіус кривизни зубів черв'ячного колеса у j -й точці зачеплення; b — ширина черв'ячного колеса.

Радіус кривизни зубів черв'ячного колеса

$$\rho_{2j} = \left(\frac{d_2}{2} \sin \alpha_{xj} + e_{pAj} \right). \quad (5)$$

Змінна $x_A < x < x_B$, де

$$x_A = r_{f1} + 0,2m, \quad x_B = r_{a1}. \quad (6)$$

Відрізок зачеплення $[x_A, x_B]$ поділяється рівномірно на декілька відрізків з точками $x_A = j_A = j_1, x_2 = j_2, x_3 = j_3, \dots, x_B = j_n = j_B$.

2. Параметри передачі та швидкість ковзання. Вони знаходяться за співвідношеннями

$$r_{f1} = 0,5(d_1 - 2h_{f1}), \quad h_{f1} = 1,2m \quad (\text{при } \gamma \leq 15^\circ), \quad h_{f1} = 1,2m_n \quad (\text{при } \gamma > 15^\circ);$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma &= m \frac{z_1}{d_1}, & d_1 &= qm; \\ r_{a_1} &= 0,5(d_1 + 2h_{a_1}), & h_{a_1} &= m \quad (\text{при } \gamma \leq 15^\circ), & h_{a_1} &= m_n \quad (\text{при } \gamma > 15^\circ); \\ r_2 &= 0,5z_2m, & r_2 &= 0,5d_2, & z_2 &= uz_1, & q &= 2(1 + \sqrt{z_2}); \\ \alpha_{pxj} &= \operatorname{arctg}(-\operatorname{tg} \alpha_{xj}), & \operatorname{tg} \alpha_{xj} &= \frac{180}{\pi} \frac{mz_1}{2x}, \\ e_{pAj} &= \frac{r_1 - x}{\sin \alpha_{pxj}}, & r_1 &= 0,5d_1, & b &= 2m\sqrt{q+1}, \end{aligned}$$

де r_{f_1} — радіус кола впадин черв'яка; d_1 — дільний діаметр черв'яка; h_{f_1} — висота основи витка черв'яка; m — осьовий модуль зачеплення; $m_n = m \cos \gamma$ — нормальний модуль зачеплення; γ — кут підйому гвинтової лінії витків черв'яка; z_1 — кількість заходів черв'яка; q — коефіцієнт діаметра черв'яка; r_{a_1} — радіус кола виступів витків черв'яка; h_{a_1} — висота головки витка черв'яка; d_2 — дільний діаметр черв'ячного колеса; z_2 — кількість зубів черв'ячного колеса; u — передавальне відношення передачі; $\alpha = 20^\circ$ — кут зачеплення; e_{pA} — відстань j -ї точки контакту від полюса зачеплення.

Швидкість ковзання, що виникає при обертанні черв'яка,

$$v'_j = \frac{\omega_1 x}{\cos \gamma_A}, \quad (7)$$

де $\operatorname{tg} \gamma_A = mz_1/2x$; $\omega_1 = \pi n_1/30$ — кутова швидкість вала-черв'яка; n_1 — число обертів вала-черв'яка.

3. Лінійне зношування зубів черв'ячного колеса. Розділяючи змінні у диференціальному рівнянні (1) та враховуючи (2), (3), (4), одержуємо функцію лінійного зношування зубів у вигляді

$$h'_{2j} = \frac{v_j t' (fp_{j \max}^{(w)})^{m_2}}{C_2 (\tau_{s2})^{m_2}}, \quad (8)$$

де t' — прийнятий час одиничного контакту елементів зачеплення.

Відповідно протягом однієї години роботи передачі зношування зубів черв'ячного колеса знаходиться так:

$$\bar{h}_{2j} = 60n_2 h'_{2j}, \quad n_2 = \frac{n_1}{u}, \quad (9)$$

де n_2 — кількість обертів черв'ячного колеса за хвилину.

Ресурс роботи t_* передачі для заданого допустимого зношування h_{2*} зубів колеса знаходимо за формулою

$$t_* = \left(\frac{h_{2*}}{\bar{h}_{2j}} \right). \quad (10)$$

Для розрахунку сили, що діє у зачепленні, використовується відома залежність

$$N' = \frac{2T \cdot 10^{-6}}{d_1 \cos \alpha_{pxj} \sin(\gamma + \rho')}, \quad (11)$$

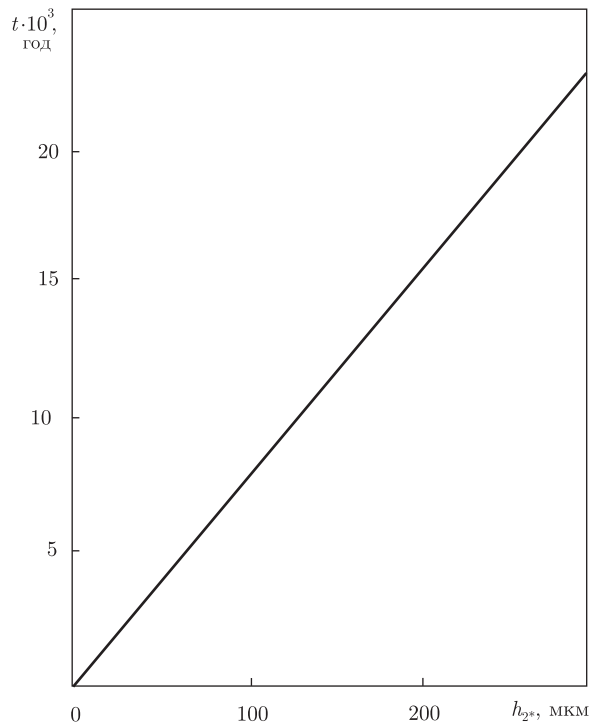


Рис. 1

де T — крутний момент на валу черв'яка; ρ' — кут тертя; $T = 9550N/n_1$, Нм; $\rho' = \arctg(f/\cos \alpha)$; N — передавана потужність.

4. Приклад розрахунку довговічності передачі. Покладається, що допустиме зношування зубів черв'ячного колеса $h_{2*} = 0,3$ мм. Розрахунок ресурсу роботи передачі $t_{* \min}$ (вершин зубів) проведено для випадку двопарного зачеплення.

Вихідні дані такі: $N = 5$ кВт, $n_1 = 750$ об/хв, $m = 6$ мм, $z_1 = 2$, $u = 25,5$, $f = 0,05$, $q = 8$; черв'як — сталь 45 гартування (HRC 50), для якої $E_1 = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\mu_1 = 0,3$; вінець черв'ячного колеса — бронза ОЦС 6–6–3, для якої $E_2 = 1,1 \cdot 10^5$ МПа, $\mu_2 = 0,34$; $C_2 = 7,6 \cdot 10^6$, $m_2 = 0,88$; $\tau_{s2} = 75$ МПа; $t' = 0,0001$ с; $j = 5 - x = 30$ мм.

Рис. 1 демонструє ресурс передачі з архімедовим черв'яком. Результати обчислень свідчать, що ресурс передачі (мінімальний) лінійно залежить від зношування зубів колеса.

1. *Андрейкив А. Е., Чернец М. В.* Оценка контактного взаимодействия трущихся деталей машин. — Киев: Наук. думка, 1991. — 160 с.
2. *Чернец М. В., Келбінські Є.* Прогнозування довговічності зубчастих передач // Проблеми трибології. — 2001. — № 3–4. — С. 151–159.

Дрогобицький державний педагогічний університет ім. Івана Франка

Надійшло до редакції 11.02.2008