

УДК 621.318.001.2

© 2008

Член-корреспондент НАН України **А. Е. Божко**

О полной динамической структуре электромагнитного вибровозбудителя

The dynamical equations for the mechanical, magnetic, and electric parts of an electromagnetic vibroexciter are given. The full dynamical structural scheme of its dynamical state is presented.

В данной работе рассматривается принцип построения полной динамической структурной схемы электромагнитного вибровозбудителя (ЭМВ) с обмоткой подмагничивания (ОП) и с реактивной массой (РМ). В этом построении учитывается изменение воздушного зазора между магнитопроводом и подвижной частью (якорем) ЭМВ, а также площади поперечного сечения полюса магнитопровода в связи с выпучиванием магнитного потока в воздушном зазоре. ЭМВ представляет собой устройство, в принципе машину, создающую механические колебания якоря совместно с присоединенной к нему механической массой.

Электромеханическая схема ЭМВ представлена на рис. 1, где М — магнитопровод; Я — якорь; О — объект вибровозбуждения; РМ — реактивная масса; ПР_я, ПР_р — пружины; К — корпус; // — фундамент; О1 — обмотка переменного тока; ОП — обмотка подмагничивания; δ — воздушный зазор; U_1 — напряжение переменного тока i_1 ; U_{II} — напряжение тока подмагничивания i_{II} .

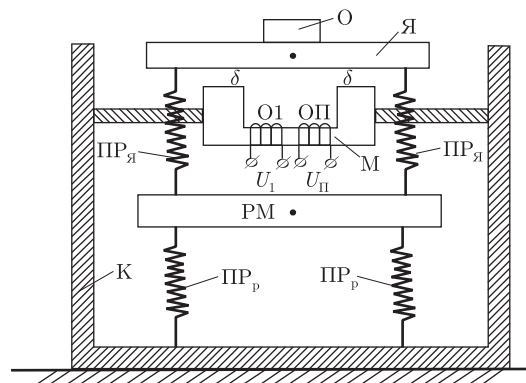


Рис. 1

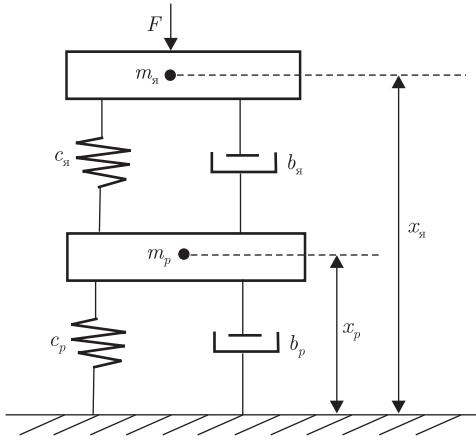


Рис. 2

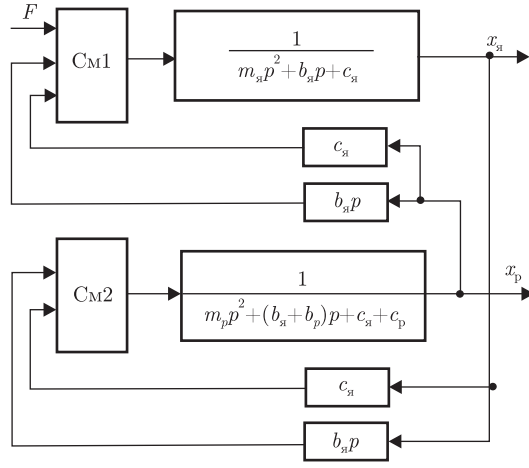


Рис. 3

Как видно из рис. 1, ЭМВ представляет собой при жестком креплении О с Я колебательную систему с двумя степенями свободы. Механическая схема такой системы изображена на рис. 2, где $m_я$ — масса Я совместно с О; m_p — масса РМ; $c_я, c_p$ — коэффициенты жесткости; $b_я, b_p$ — коэффициенты диссипации; $x_я, x_p$ — перемещения (Я + О) и РМ соответственно; F — тяговое усилие.

На основании этой схемы (см. рис. 2) дифференциальные уравнения движения имеют вид

$$\left. \begin{aligned} m_я \frac{d^2 x_я}{dt^2} + b_я \frac{dx_я}{dt} + c_я x_я &= F + b_я \frac{dx_p}{dt} + c_я x_p, \\ m_p \frac{d^2 x_p}{dt^2} + (b_я + b_p) \frac{dx_p}{dt} + (c_я + c_p) x_p &= b_я \frac{dx_я}{dt} + c_я x_я, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

откуда видно, что перемещения $x_я$, кроме F , зависят от силы $b_я dx_p/dt + c_я x_p$, а перемещения x_p возникают из-за действия силы $b_я dx_я/dt + c_я x_я$, т. е. колебания $m_я$ и m_p взаимосвязаны. Структурная схема колебательной схемы ЭМВ представлена на рис. 3, где $p = d/dt$ — оператор; $W_я(p) = 1/(m_я p^2 + b_я p + c_я)$ — передаточная функция (Я + О); $W_g(p) = b_я p$, $W_c(p) = c_я$ — передаточные функции дифференцирующего звена и усилителя соответственно; $W_p(p) = 1/(m_p p^2 + (b_я + b_p)p + c_я + c_p)$ — передаточная функция РМ; СМ1, СМ2 — сумматоры.

Тяговое усилие F формируется на основе совместного действия электрических и магнитных частей ЭМВ. Начальное математическое выражение для определения тягового усилия следующее:

$$F = \frac{dW_e}{d\varepsilon}. \quad (2)$$

Здесь W_e — электрическая энергия ЭМВ; ε — динамический воздушный зазор [$\varepsilon = \delta - x_0 \pm x_ая \sin(\omega_x t - \varphi_x)$]; x_0 — постоянное смещение (Я + О); $x_ая$ — амплитуда колебаний (Я + О); ω_x — круговая частота $x_я$; φ_x — сдвиг фаз между F и $x_я$; t — время; $\varphi_x = \arctg \omega_x b_я / (\omega_x^2 - \omega_{0я}^2)$; $\omega_{0я} = \sqrt{c_я/m_я}$ — собственная частота колебательной системы (Я + О). W_e в данном ЭМВ записывается в виде

$$W_e = \frac{1}{2}(L_1 i_1^2 + L_{\Pi} i_{\Pi}^2) + i_1 i_{\Pi} M, \quad (3)$$

где L_1, L_{Π} — индуктивности О1 и ОП соответственно; M — взаимоиндуктивность в ЭМВ; i_1, i_{Π} — токи в О1 и ОП соответственно.

С учетом (3) выражение (2) имеет вид

$$F = \frac{1}{2} \left(i_1^2 \frac{dL_1}{d\varepsilon} + i_{\Pi}^2 \frac{dL_{\Pi}}{d\varepsilon} \right) + i_1 i_{\Pi} \frac{dM}{d\varepsilon}. \quad (4)$$

Известно, что $L_1 = w_1^2 G$, $L_{\Pi} = w_{\Pi}^2 G$, $M = w_1 w_{\Pi} G$, где $G = \mu_0 S / 2\varepsilon$ — магнитная проводимость ЭМВ; μ_0 — магнитная проницаемость воздуха; S — динамическая площадь поперечного сечения полюса у воздушного зазора; w_1, w_{Π} — число витков О1 и ОП соответственно. С учетом выпучивания магнитного потока Φ в динамическом воздушном зазоре ε площадь $S = S_0 + 4a\varepsilon + 4\pi\varepsilon^2$, где S_0 — площадь поперечного сечения полюса магнитопровода М ($S_0 = a \times a$, a — сторона квадратного сечения магнитопровода). Подставляя в (4) выражения L_1, L_{Π}, M , определяемые относительно G , и принимая

$$G = \mu_0 \frac{S}{2\varepsilon} = \frac{\mu_0}{2\varepsilon} (S_0 + 4a\varepsilon + \pi\varepsilon^2) = \frac{\mu_0 S_0}{2\varepsilon} + 2a\mu_0 + 2\pi\mu_0\varepsilon,$$

получаем

$$F = \frac{1}{2} (i_1^2 w_1^2 + i_{\Pi}^2 w_{\Pi}^2 + i_1 i_{\Pi} w_1 w_{\Pi}) \frac{dG}{d\varepsilon} = \frac{1}{2} (i_1^2 w_1^2 + i_{\Pi}^2 w_{\Pi}^2 + i_1 i_{\Pi} w_1 w_{\Pi}) \left(\pi\mu_0 - \frac{1}{2} \mu_0 \frac{S_0}{\varepsilon^2} \right). \quad (5)$$

Из (5) видно, что если не учитывать выпучивание магнитного потока в воздушном зазоре ε , то

$$F = -\frac{1}{4} (i_1^2 w_1^2 + i_{\Pi}^2 w_{\Pi}^2 + i_1 i_{\Pi} w_1 w_{\Pi}) \mu_0 \frac{S_0}{\varepsilon^2}. \quad (6)$$

Перейдем к рассмотрению электрической части ЭМВ, состоящей из О1 и ОП. Уравнения электрических цепей ЭМВ следующие:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_{\Pi}}{dt}, \\ U_{\Pi} &= r_{\Pi} i_{\Pi} + L_{\Pi} \frac{di_{\Pi}}{dt} + M \frac{di_1}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где r_1, r_{Π} — активные сопротивления О1 и ОП соответственно.

На основе (7) получаем передаточные функции

$$W_1(p) = \frac{i_1(p)}{U_1(p) - M p i_{\Pi}(p)} = \frac{1}{L_1 p + r_1}, \quad W_{\Pi}(p) = \frac{i_{\Pi}(p)}{U_{\Pi}(p) - M p i_1(p)} = \frac{1}{L_{\Pi} p + r_{\Pi}}.$$

В выражениях (5) и (6) ток

$$i_1(t) = I_{a1} \sin(\omega t - \varphi), \quad (8)$$

где $I_{a1} = U_{a1} / \sqrt{r_1^2 + (\omega L_1)^2}$ — амплитуда; φ — сдвиг фаз между $U_1(t) = U_{a1} \sin \omega t$ и $i_1(t)$, ($\varphi = \arctg(\omega L_1 / r_1)$). Ток i_{Π} в вынужденном режиме ($U_{\Pi} = \text{const}$) имеет вид

$$i_{\Pi}(t) = \frac{U_{\Pi}}{r_{\Pi}} - M I_{a1} \omega \frac{\cos(\omega t - \varphi)}{\sqrt{r_{\Pi}^2 + (\omega L_{\Pi})^2}} \quad (9)$$

и представляет собой сумму (разность) составляющей U_{Π}/r_{Π} и переменной $M\omega I_{a1} \times \cos(\omega t - \varphi)/\sqrt{r_{\Pi}^2 + (\omega L_{\Pi})^2}$. Для того чтобы переменная составляющая в i_{Π} была значительно меньше постоянной, необходимо, чтобы $r_{\Pi} \gg \omega L_{\Pi}$ и $U_{\Pi}/r_{\Pi} \gg M I_{a1} \omega / r_{\Pi}$.

Подставим из (8) и (9) значения токов $i_1(t)$ и $i_{\Pi}(t)$ в (5), (6). В результате получаем (знак “-” не учитываем) соответственно

$$F = -\frac{1}{2}[I_{a1}^2 w_1^2 \sin^2(\omega t - \varphi) + i_{\Pi}^2 w_{\Pi}^2 + i_{\Pi} w_1 w_{\Pi} I_{a1} \sin(\omega t - \varphi)] \left(\pi \mu_0 - \frac{1}{2} \mu_0 \frac{S_0}{\varepsilon^2} \right), \quad (10)$$

$$F = -\frac{1}{4}[I_{a1}^2 w_1^2 \sin^2(\omega t - \varphi) + i_{\Pi}^2 w_{\Pi}^2 + i_{\Pi} w_1 w_{\Pi} I_{a1} \sin(\omega t - \varphi)] \times \mu_0 \frac{S_0}{\varepsilon^2}. \quad (11)$$

В (10), (11) $i_{\Pi} = U_{\Pi}/r_{\Pi}$, т.е. $U_{\Pi}/r_{\Pi} \gg M I_{a1} \omega / r_{\Pi}$. Тяговое усилие F с учетом (5), (6), (10), (11) является нелинейной функцией относительно токов i_1 , i_{Π} . В (10), (11) введем тригонометрическое преобразование $\sin^2 \alpha = (1 - \cos 2\alpha)/2$. Тогда (10), (11) будут иметь вид

$$F = \left\{ \frac{1}{4} I_{a1}^2 w_1^2 [1 - \cos 2(\omega t - \varphi)] + \frac{1}{2} [i_{\Pi}^2 w_{\Pi}^2 + i_{\Pi} w_1 w_{\Pi} I_{a1} \sin(\omega t - \varphi)] \right\} \left(\pi \mu_0 - \frac{1}{2} \mu_0 \frac{S_0}{\varepsilon^2} \right),$$

$$F = \left\{ \frac{1}{8} I_{a1}^2 w_1^2 [1 - \cos 2(\omega t - \varphi)] + \frac{1}{2} [i_{\Pi}^2 w_{\Pi}^2 + i_{\Pi} w_1 w_{\Pi} I_{a1} \sin(\omega t - \varphi)] \right\} \frac{1}{2} \mu_0 \frac{S_0}{\varepsilon^2}.$$

В данных выражениях имеются постоянные составляющие соответственно

$$F_0 = \left(\frac{1}{4} I_{a1}^2 w_1^2 + \frac{1}{2} i_{\Pi}^2 w_{\Pi}^2 \right) \left(\pi \mu_0 - \frac{1}{2} \mu_0 \frac{S_0}{\varepsilon^2} \right),$$

$$F_0 = \left(\frac{1}{4} I_{a1}^2 w_1^2 + i_{\Pi}^2 w_{\Pi}^2 \right) \frac{1}{4} \mu_0 \frac{S_0}{\varepsilon^2},$$

где ε_0 — постоянное смещение воздушного зазора δ под действием F_0 , $\varepsilon_0 = \delta - x_{я0}$, $x_{я0}$ определяется из (1) в виде $x_{я0} = (F_0 + c_z x_{p0})/c_{я}$, где $x_{p0} = (c_{я} x_{я0})/(c_{я} + c_p)$ или $x_{я0} = F_0(c_{я} + c_p)/(c_{я} c_p)$ и переменные составляющие

$$F_{1\sim} = \left[\frac{1}{4} I_{a1}^2 w_1^2 \cos 2(\omega t - \varphi) + \frac{1}{2} i_{\Pi} w_1 w_{\Pi} I_{a1} \sin(\omega t - \varphi) \right] \left(\pi \mu_0 - \frac{1}{2} \mu_0 \frac{S_0}{\varepsilon_{\sim}^2} \right),$$

$$F_{2\sim} = \left[\frac{1}{8} I_{a1}^2 w_1^2 \cos 2(\omega t - \varphi) + \frac{1}{2} i_{\Pi} w_1 w_{\Pi} I_{a1} \sin(\omega t - \varphi) \right] \frac{1}{4} \mu_0 \frac{S_0}{\varepsilon_{\sim}^2}.$$

Здесь $\varepsilon_{\sim} = \delta - x_0 \mp x_{ая1} \cos 2(\omega t - \varphi - \varphi_{я}) \pm x_{ая2} \sin(\omega t - \varphi - \varphi_{я})$, где $x_{ая1}$, $x_{ая2}$ — амплитуды колебаний якоря Я под действием переменных составляющих тягового усилия

$$x_{ая11} = m_{я} \left[(\omega_x^2 - \omega_{0я}^2) + \left(\frac{b_{я} \omega_x}{m_{я}} \right)^2 \right]^{-1/2} \left| \frac{1}{4} I_{a1}^2 w_1^2 \mu_0 \left(\pi - \frac{1}{2} \frac{S_0}{\varepsilon_{\sim}^2} \right) \cos 2(\omega t - \varphi) + \right.$$

$$\left. + b_{я} \omega_x x_{ap11} \sin[2(\omega t - \varphi) - \varphi_{я} - \varphi_p] + c_{я} x_{ap11} \cos[2(\omega t - \varphi) - \varphi_{я} - \varphi_p] \right|,$$

$$x_{ая21} = \left| w_1 w_{\Pi} I_{a1} \sin(\omega t - \varphi) \mu_0 \frac{S_0}{\varepsilon_{\sim}^2} + b_{я} \omega_x x_{ap12} \sin(\omega t - \varphi - \varphi_{я} - \varphi_p) + \right.$$

$$\left. + c_{я} x_{ap12} \sin(\omega t - \varphi - \varphi_{я} - \varphi_p) \right| \left[m_{я} \sqrt{(\omega_x^2 - \omega_{0x}^2)^2 + \left(\frac{b_{я} \omega_x}{m_{я}} \right)^2} \right]^{-1/2},$$

где $\omega_x = 2\omega$.

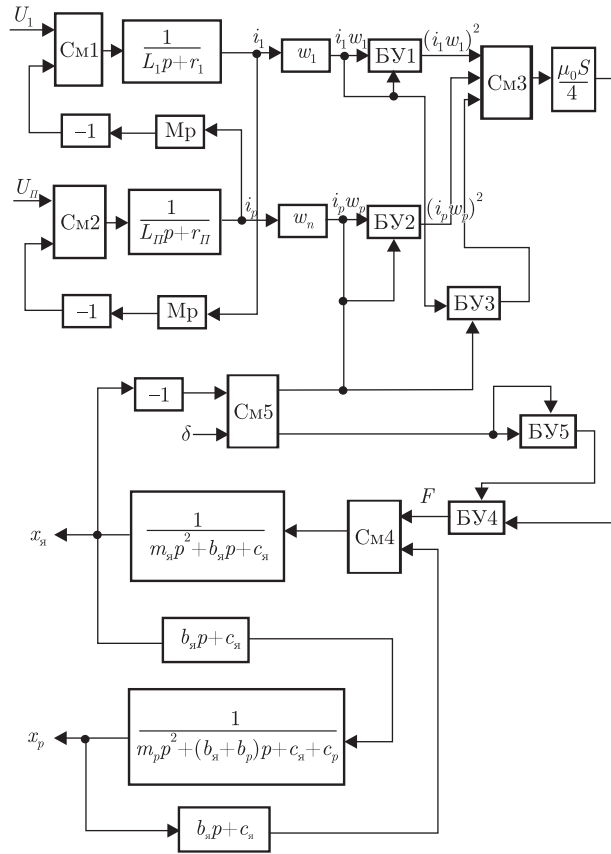


Рис. 4

Амплитуда

$$x_{ap} = \frac{\left| b_{\text{я}} \frac{dx_{\text{я}}}{dt} + c_{\text{я}} x_{\text{я}} \right|}{m_p \sqrt{(\omega_x^2 - \omega_{0p}^2)^2 + \left(\frac{(b_{\text{я}} + b_p) \omega_x}{m_p} \right)^2}}.$$

Здесь также x_{ap1} при переменной $x_{\text{ая}11} \cos 2(\omega t - \varphi - (1/2)\varphi_{\text{я}})$ и x_{ap2} при $x_{\text{ая}12} \sin(\omega t - \varphi - \varphi_{\text{я}})$; $\omega_{0p} = \sqrt{(c_{\text{я}} + c_p)/m_p}$ – собственная частота колебаний РМ.

Итак, согласно проведенным исследованиям, полная структурная схема ЭМВ имеет вид, изображенный на рис. 4, где СМ1 – СМ5 – сумматоры; БУ1 – БУ5 – блоки умножения; $[-1]$ – инверторы; М – взаимдуктивность; w_1, w_{II} – усилители с коэффициентом усиления w_1 и w_{II} соответственно.

Заметим, что звено $\mu_0 S/4 = (\mu_0/4)[a^2 + 4a(\delta - x) + 4\pi(\delta - x)^2]$ может быть представлено соответствующей этой формуле структурой, состоящей из усилителя $[\mu_0/4]$, сумматора $[a^2 + 4a(\delta - x) + 4\pi(\delta - x)^2]$, блока умножения сигналов усилителя и сумматора.

Приведенная структура ЭМВ наглядно показывает взаимосвязи сигналов в ЭМВ в динамике.

Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Поступило в редакцию 23.07.2007