

Член-кореспондент НАН України М. О. Шульга

Про один варіант лінеаризованої теорії магнітострикції феритів з феромагнітним резонансом

A new variant of the three-dimensional theory of linearized magnetostriction for ferrites with ferromagnetic resonance is offered, and its simplification in the low-frequency approximation is given.

В електромагнітомеханіці використовуються різні моделі і фізико-механічні теорії опису взаємодії магнітного поля з деформаціями твердих тіл. В даній роботі проаналізована лінеаризована теорія магнітострикції феритів з врахуванням феромагнітного резонансу і вперше вказані її можливі варіанти.

При вивченні поширення магнітопружних хвиль в магнітострикційних феритах з урахуванням феромагнітного резонансу використовують [4, 5] лінеаризовані матеріальні співвідношення магнітострикції

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11} &= c_{11}K_{11} + c_{12}(K_{22} + K_{33}), \\
 \sigma_{22} &= c_{12}K_{11} + c_{11}K_{22} + c_{12}K_{33}, \\
 \sigma_{33} &= c_{12}(K_{11} + K_{22}) + c_{11}K_{33}, \\
 \sigma_{12} &= 2c_{66}K_{12}, \\
 \sigma_{23} &= 2c_{66}K_{23} + \frac{\beta_2}{M_0}M_2, \\
 \sigma_{31} &= 2c_{66}K_{31} + \frac{\beta_2}{M_0}M_1, \\
 B_1 &= \mu_0(H_1 + M_1), \quad \frac{\partial M_1}{\partial t} = -\gamma \left(H_0 M_2 - M_0 H_2 + \frac{2\beta_2}{\mu_0} K_{23} \right), \\
 B_2 &= \mu_0(H_2 + M_2), \quad \frac{\partial M_2}{\partial t} = \gamma \left(H_0 M_1 - M_0 H_1 + \frac{2\beta_2}{\mu_0} K_{31} \right), \\
 B_3 &= \mu_0(H_3 + M_3), \quad \frac{\partial M_3}{\partial t} = 0.
 \end{aligned} \tag{1}$$

У формулах (1) використовуються такі позначення: σ_{ik} , K_{ik} , u_i — механічні напруження, деформації, переміщення, причому

$$K_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right);$$

H_i , B_i , M_i — збурення напруженості, індукції, намагніченості магнітного поля; ρ — густина матеріалу; c_{ik} — пружні модулі; β_2 — магнітопружний коефіцієнт; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн·м⁻¹ — магнітна стала; $\gamma \approx \gamma_{СП} = 7\pi \cdot 10^4$ м · А⁻¹ · с⁻¹ — гіромагнітне відношення.

Матеріальними залежностями замикають рівняння механічних коливань

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{i1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{i2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{i3}}{\partial x_3}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

відносно механічних переміщень $u_i(x_1, x_2, x_3, t)$ і напружень $\sigma_{ik}(x_1, x_2, x_3, t)$ та квазістатичного наближення рівнянь Максвелла для магнітного поля

$$\frac{\partial B_1}{\partial x_1} + \frac{\partial B_2}{\partial x_2} + \frac{\partial B_3}{\partial x_3} = 0, \quad \text{rot } \mathbf{H} = 0 \Rightarrow H_i = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (3)$$

відносно малих збурень векторів напруженості \mathbf{H} , індукції \mathbf{B} магнітного поля (для сумарного магнітного поля вектори напруженості \mathbf{H}_Σ і індукції \mathbf{B}_Σ магнітного поля відповідно дорівнюють $H_0 \mathbf{e}_3 + \mathbf{H} = \mathbf{H}_\Sigma$ і $(H_0 + 4\pi M_0) \mathbf{e}_3 + \mathbf{B} = \mathbf{B}_\Sigma$).

Матеріальні залежності (1) записані не в гауссовій системі SG, як в роботах [1–6 та ін.], а в системі SI, як в [7–10].

В цих формулах феромагнітний резонанс модельно кількісно описується квазікласичним рівнянням прецесії магнітного моменту з врахуванням магнітопружної взаємодії [1, 2, 4, 5]. Таким чином досягається, що на частоті феромагнітного резонансу $\omega_H = \gamma H_0$ (γ — гіромагнітна стала, $H_0 \mathbf{e}_3$ і $M_0 \mathbf{e}_3$ — статичне поле підмагнічування до насичення) компоненти тензора магнітної проникності (тензора Польдера) набувають екстремальних значень (в моделі (1) без урахування розсіювання розриви при $\omega = \omega_H$), що підтверджується відповідними дослідженнями. При тій же частоті $\omega = \omega_H$ досягають екстремальних значень і модулі пружності та коефіцієнти магнітострикції, що певно є недоліком вибраної моделі.

Щоб уникнути цього недоліку, прийемо такі визначальні залежності лінеаризованої магнітострикції феритів кубічної системи з феромагнітним резонансом:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= c_{11} K_{11} + c_{12} (K_{22} + K_{33}), \\ \sigma_{22} &= c_{12} K_{11} + c_{11} K_{22} + c_{12} K_{33}, \\ \sigma_{33} &= c_{12} (K_{11} + K_{22}) + c_{11} K_{33}, \\ \sigma_{12} &= 2c_{66} K_{12}, \\ \sigma_{23} &= 2c_{55}^H K_{23} - \beta_{51} H_2, \\ \sigma_{31} &= 2c_{55}^H K_{31} - \beta_{51} H_1, \\ B_1 &= \mu_0 (H_1 + M_1) + 2\beta_{51} K_{23}, \\ \frac{\partial M_1}{\partial t} &= -\gamma (H_0 M_2 - M_0 H_2), \\ B_2 &= \mu_0 (H_2 + M_2) + 2\beta_{51} K_{31}, \\ \frac{\partial M_2}{\partial t} &= \gamma (H_0 M_1 - M_0 H_1), \\ B_3 &= \mu_0 \mu_{33} H_3, \quad \frac{\partial M_3}{\partial t} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

У формулах (4), як вказано в роботі [9], магнітострикційна стала $\beta_{51} = -\beta_2/H_0$, а модифікована пружна стала $c_{55}^H = c_{66} - \beta_2^2/(\mu_0 H_0 M_0)$.

Для усталених гармонічних коливань з кругового частотою ω , коли $a(x_1, x_2, x_3, t) = \text{Re } a(x_1, x_2, x_3) \exp(-i\omega t)$ (для амплітудних множників $a(x_1, x_2)$ залишаємо такі ж позначення, що і для $a(x_1, x_2, x_3, t)$), з співвідношень (4) одержимо

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= c_{11}K_{11} + c_{12}(K_{22} + K_{33}), \\
\sigma_{22} &= c_{12}K_{11} + c_{11}K_{22} + c_{12}K_{33}, \\
\sigma_{33} &= c_{12}(K_{11} + K_{22}) + c_{11}K_{33}, \\
\sigma_{12} &= 2c_{66}K_{12}, \\
\sigma_{23} &= 2c_{55}^H K_{23} - \beta_{51}H_2, \\
\sigma_{31} &= 2c_{55}^H K_{31} - \beta_{51}H_1, \\
B_1 &= \mu_a H_1 - i\alpha_a H_2 + 2\beta_{51}K_{31}, \\
B_2 &= i\alpha_a H_1 + \mu_a H_2 + 2\beta_{51}K_{23}, \\
B_3 &= \mu_0 \mu_{33} H_3.
\end{aligned} \tag{5}$$

Абсолютні значення компонент тензора Польдера

$$\mu_a = \mu_0 \left(1 + \frac{\omega_H \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2} \right), \quad \alpha_a = \mu_0 \frac{\omega \omega_M}{\omega_H^2 - \omega^2}, \tag{6}$$

де $\omega_H = \gamma H_0$, $\omega_M = \gamma M_0$.

При малих частотах для компонент тензора Польдера приймемо

$$\mu_a = \mu_0 \left(1 + \frac{M_0}{H_0} \right) \equiv \frac{B_0}{H_0}, \quad \alpha_a = 0.$$

Тоді матеріальні залежності набудуть вигляду

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} &= c_{11}K_{11} + c_{12}(K_{22} + K_{33}), \\
\sigma_{22} &= c_{12}K_{11} + c_{11}K_{22} + c_{12}K_{33}, \\
\sigma_{33} &= c_{12}(K_{11} + K_{22}) + c_{11}K_{33}, \\
\sigma_{12} &= 2c_{66}K_{12}, \\
\sigma_{23} &= 2c_{55}^H K_{23} - \beta_{51}H_2, \\
\sigma_{31} &= 2c_{55}^H K_{31} - \beta_{51}H_1, \\
B_1 &= \mu_a H_1 + 2\beta_{51}K_{31}, \\
B_2 &= \mu_a H_2 + 2\beta_{51}K_{23}, \\
B_3 &= \mu_0 \mu_{33} H_3.
\end{aligned} \tag{7}$$

Залежності (7) справедливі для самих значень функції $u_i(x_1, x_2, x_3, t)$, $\sigma_{ik}(\dots)$, $K_{ik}(\dots)$, $B_i(\dots)$, $H_i(\dots)$, а не для їх амплітудних множників при експонентах $\exp(-i\omega t)$.

Матеріальні залежності (7) відповідають співвідношенням для п'єзомагнітної кераміки, що наводяться і застосовуються в роботах [3, 6 та ін.].

1. *Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. Т.* Связанные магнитоупругие волны в ферромагнетиках и ферроакустический резонанс // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 1957. – **35**, № 1. – С. 228–236.
2. *Гуревич А. Г.* Ферриты на сверхвысоких частотах. – Москва: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1960. – 407 с.
3. *Сыржин Л. Н.* Пьезомагнитная керамика. – Ленинград: Энергия, 1980. – 208 с.
4. *Такер Дэс., Рэмpton В.* Гиперзвук в физике твердого тела. – Москва: Мир, 1975. – 453 с.
5. *Туров Е. А., Шавров В. Г.* Нарушенная симметрия и магнитоакустические эффекты в ферро- и антиферромагнетиках // Успехи физ. наук. – 1983. – **140**, вып. 3. – С. 429–462.
6. *Физическая акустика.* – В 8-ми т. Т. 1, ч. А / Под. ред. У. Мезона. – Москва: Мир, 1966. – 326 с.
7. *Шульга М. О.* Про рівняння Максвелла для електромагнітного поля в міжнародній (SI) і гауссовій (GS) системах одиниць // XI Міжнар. наук. конф. ім. акад. М. Кравчука (18–20 травня 2006 р., Київ, Україна). Матеріали конф. / Київ: НТУУ “КПІ”. – 2006. – С. 299.
8. *Шульга М. О.* Про співвідношення електромагнетизму в фізико-математичних моделях п'єзокерамічних і магнітострикційних перетворювачів // Вісн. Черк. Держ. технол. ун-ту. – 2006. – Вип. 1. – С. 121–125.
9. *Шульга М. О.* Про антиплоску задачу лінеаризованої магнітострикції феритів з феромагнітним резонансом // Доп. НАН України. – 2007. – № 10. – С. 66–68.
10. *Шульга М. О., Шульга В. М.* До теорії магнітострикції феритів кубічної системи // Там само. – 2006. – № 11. – С. 63–67.

*Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка
НАН України, Київ*

Надійшло до редакції 05.07.2007