12. *Cartwright M.* The order of the derived group of a BFC-group // J. London Math. Soc. – 1984. – **30**, No 2. – P. 227–243.
13. *Диксон М. Р., Курдаченко Л. А., Дашкова О. Ю.* Бесконечномерные линейные группы с ограничениями на подгруппы бесконечных рангов // Изв. Гомельск. гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2006. – **36**, № 3. – С. 109–123.
14. *Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И.* Основы теории групп. – Москва: Наука, 1972. – 240 с.
15. *Kurdachenko L. A., Kirichenko V. V., Polyakov N. V.* On certain finitary modules // Укр. математ. конгресс-2001. III Междунар. алгебраическая конф. в Украине. Алгебраические структуры и их использование: Тр. – Киев, 2002. – С. 283–296.

Киевский национальный университет
им. Тараса Шевченко

Поступило в редакцию 22.05.2007

УДК 517.988

Член-кореспондент НАН України **В. Л. Макаров, В. В. Хлобистов, І. І. Демків**

Інтерполяційні інтегральні операторні дроби в банаховому просторі

For the first time, the interpolation operator integral chain fractions on continual knots are studied for nonlinear operators which are defined on linear topological spaces.

Питання наближення функцій та операторів у відповідних просторах за допомогою інтегральних ланцюгових дробів розглядалися у ряді робіт [1–3]. Дослідженню інтерполяційності на континуальних вузлах (тобто на вузлах, що залежать від неперервних скалярних аргументів) присвячені роботи [2, 3]. У даній роботі вперше вивчаються інтерполяційні операторні інтегральні ланцюгові дроби на континуальних вузлах для нелінійних операторів, визначених на лінійних топологічних просторах.

Постановка задачі та її розв'язок. Знайдемо зображення інтегрального n-поверхового операторного дробу, який буде інтерполяційним на континуальній множині вузлів

$$x^n(\vec{\xi}^n) = x_0 + g_{\xi_1}(x_1 - x_0) + \cdots + g_{\xi_n}(x_n - x_{n-1}), \qquad 0 \leqslant \xi_n \leqslant \cdots \leqslant \xi_1 \leqslant 1, \tag{1}$$

для оператора $F(x)$, що діє з лінійного топологічного простору X у алгебру Y з одиницею I. Тут g_z — лінійний, диференційований за z оператор, що діє з X в X, і має властивості

$$g_0 = 0, \qquad g_1 = E, \qquad g_\tau g_\xi = g_{\min(\tau,\xi)}, \qquad \tau, \xi \in [0, 1], \tag{2}$$

де $E\colon X \to X$ тотожний оператор. Приклад операторів g_z з властивостями (2) для випадку гільбертового простору $X = H$ та просторі кусково-неперервних функцій $Q[0, 1]$ див. у [4, 5].

Має місце

Теорема 1. *Нехай сімейство операторів* g_ξ *має властивості* (2). *Тоді*

$$Q_2(x) = F(x_0) + \int_0^1 \Bigg(I + F'(x_0 + g_{z_1}(x_1 - x_0))g'_{z_1}(x - x_0) \times$$

$$\times \int_0^{z_1} K_2(z_1, z_2; g'_{z_1}(x - x_0), g'_{z_2}(x - x_1))dz_2\Bigg)^{-1} F'(x_0 + g_{z_1}(x_1 - x_0))g'_{z_1}(x - x_0)dz_1, \quad (3)$$

де

$$K_2(z_1, z_2; g'_{z_1}(x - x_0), g'_{z_2}(x - x_1)) = -(F'(x_0 + g_{z_1}(x_1 - x_0) + g_{z_2}(x_2 - x_1))g'(x - x_0))^{-1} \times$$

$$\times F''(x_0 + g_{z_1}(x_1 - x_0) + g_{z_2}(x_2 - x_1))g'_{z_2}(x - x_1)g'_{z_1}(x - x_0) \times$$

$$\times (F'(x_0 + g_{z_1}(x_1 - x_0) + g_{z_2}(x_2 - x_1))g'(x - x_0))^{-1},$$

за умовою його існування буде інтерполяційним на континуальній множині вузлів (1), *коли* $n = 2$.

Доведення. Підставимо у (3) континуальний вузол (1), коли $n = 2$. Тоді будемо мати

$$Q_2(x^2(\vec{\xi}^2)) = F(x_0) + \int_0^{\xi_2} \Bigg(I + F'(x_0 + g_{z_1}(x_1 - x_0))g'_{z_1}(x_2 - x_0) \times$$

$$\times \int_0^{z_1} \frac{\partial}{\partial z_2}(F'(x_0 + g_{z_1}(x_1 - x_0) + g_{z_2}(x_2 - x_1))g'_{z_1}(x_2 - x_0))^{-1}dz_2\Bigg)^{-1} \times$$

$$\times F'(x_0 + g_{z_1}(x_1 - x_0))g'_{z_1}(x_2 - x_0)dz_1 + \int_{\xi_2}^{\xi_1} \Bigg(I + F'(x_0 + g_{z_1}(x_1 - x_0))g'_{z_1}(x_1 - x_0) \times$$

$$\times \int_0^{\xi_2} \frac{\partial}{\partial z_2}(F'(x_0 + g_{z_1}(x_1 - x_0) + g_{z_2}(x_2 - x_1))g'_{z_1}(x_1 - x_0))^{-1}dz_2\Bigg)^{-1} \times$$

$$\times F'(x_0 + g_{z_1}(x_1 - x_0))g'_{z_1}(x_2 - x_0)dz_1 =$$

$$= F(x_0) + \int_0^{\xi_2} F'(x_0 + g_{z_1}(x_2 - x_0))g'_{z_1}(x_2 - x_0)dz_1 +$$

$$+ \int_{\xi_2}^{\xi_1} F'(x_0 + g_{z_1}(x_1 - x_0) + g_{\xi_2}(x_2 - x_1))g'_{z_1}(x_1 - x_0)dz_1 =$$

$$= F(x_0) + F(x_0 + g_{\xi_2}(x_2 - x_0)) - F(x_0) + F(x_0 + g_{\xi_1}(x_1 - x_0) + g_{\xi_2}(x_2 - x_1)) -$$

$$- F(x_0 + g_{\xi_2}(x_2 - x_0)) = F(x_0 + g_{\xi_1}(x_1 - x_0) + g_{\xi_2}(x_2 - x_1)),$$

що і треба було довести.

Зауваження. У випадку, коли $x_i - x_{i-1} = h$, $\forall i = 1, 2, \ldots, n$ умови (2) можна замінити такими:

$$g_0 = 0, \qquad g_1 = E,$$

$$F(x_0 + g_\xi h) - F(x_0) = \int\limits_0^1 F'(x_0 + g_z h) d_z g_z g_\xi$$

для всіх F та h, для яких вищенаведена формула має сенс.

Для узагальнення теореми 1 на випадок $n > 2$ введемо таке позначення:

$$\begin{aligned}
&K_n(\vec{x}^m(\vec{z}^m)|g'_{z_1}(\widetilde{x}_1 - x_0), g'_{z_2}(\widetilde{x}_2 - x_1), \ldots, g'_{z_n}(\widetilde{x}_n - x_{n-1})) = \\
&\qquad = \frac{\partial}{\partial\alpha}(K_{n-1}(\vec{x}^m(\vec{z}^m) + \alpha g'_{z_n}(x - x_{n-1})|g'_{z_1}(x - x_0), \\
&g'_{z_2}(x - x_1), \ldots, g'_{z_{n-1}}(x - x_{n-2})))^{-1}|_{\alpha=0}, \qquad n = 2, 3, \ldots, \\
&K_1(\vec{x}^m(\vec{z}^m)|g'_{z_1}(\widetilde{x}_k - x_0))|_{z_1=\cdots=z_k} = F'(\vec{x}^m(\vec{z}^m))g'_{z_1}(\widetilde{x}_k - x_0)|_{z_1=\cdots=z_k}, \\
&k \leqslant m, \qquad m \geqslant n.
\end{aligned} \tag{4}$$

Неважко переконатись, враховуючи можливість диференціювання за параметром [5], що з (4) випливає формула

$$\begin{aligned}
&K_n(\vec{x}^m(\vec{z}^m)|g'_{z_1}(\widetilde{x}_1 - x_0), g'_{z_2}(\widetilde{x}_2 - x_1), \ldots, g'_{z_{n-1}}(\widetilde{x}_{n-1} - x_{n-2}), g'_{z_n}(x_n - x_{n-1})) = \\
&\qquad = \frac{\partial}{\partial z_n}(K_{n-1}(\vec{x}^m(\vec{z}^m)|g'_{z_1}(\widetilde{x}_1 - x_0), g'_{z_2}(\widetilde{x}_2 - x_1), \ldots, g'_{z_{n-1}}(\widetilde{x}_{n-1} - x_{n-2}))^{-1}, \\
&n = 2, 3, \ldots, \\
&K_1(\vec{x}^m(\vec{z}^m)|g'_{z_1}(\widetilde{x}_k - x_0))|_{z_1=\cdots=z_k} = \frac{\partial}{\partial z_1}(F(\vec{x}^m(\vec{z}^m)|_{z_1=\cdots=z_k})).
\end{aligned} \tag{5}$$

Має місце

Теорема 2. *Нехай оператор g_ξ задовольняє умови* (2)*. Тоді інтегральний операторний дріб*

$$\begin{aligned}
&Q_n(x) = F(x_0) + \int\limits_0^1 q_2(z_1, x)^{-1} K_1(\vec{x}^1(\vec{z}^1)|\, g'_{z_1}(x - x_0)) dz_1, \\
&q_2(z_1, x) = I + K_1(\vec{x}^1(\vec{z}^1)|\, g'_{z_1}(x - x_0)) \times \\
&\qquad \times \int\limits_0^{z_1} q_3(\vec{z}^2, x)^{-1} K_2(\vec{x}^2(\vec{z}^2)|\, g'_{z_1}(x - x_0), g'_{z_2}(x - x_1)) dz_2, \\
&\ldots \\
&q_n(\vec{z}^{n-1}, x) = I + K_{n-1}(\vec{x}^{n-1}(\vec{z}^{n-1})|\, g'_{z_1}(x - x_0), g'_{z_2}(x - x_1), \ldots, g'_{z_{n-1}}(x - x_{n-2})) \times \\
&\qquad \times \int\limits_0^{z_{n-1}} K_n(\vec{x}^n(\vec{z}^n)|\, g'_{z_1}(x - x_0), g'_{z_2}(x - x_1), \ldots, g'_{z_n}(x - x_{n-1})) dz_n,
\end{aligned} \tag{6}$$

де оператори $K_i(\vec{x}^i(\vec{z}^i)|\, g'_{z_1}(x-x_0), g'_{z_2}(x-x_1), \ldots, g'_{z_i}(x-x_{i-1}))$ *визначаються з формул* (4), *буде інтерполювати нелінійний оператор* F *на континуальній множині вузлів* (1) *і буде мати властивість*

$$Q_n(x) = F(x), \qquad \text{коли} \qquad x_n = x, \tag{7}$$

за умови його існування.

Доведення. Покладемо в (6) $x_n = x$, тоді, з урахуванням (5), одержимо

$$q_n(\vec{z}^{n-1}, x) = I + K_{n-1}(\vec{x}^{n-1}(\vec{z}^{n-1})|\, g'_{z_1}(x-x_0), g'_{z_2}(x-x_1), \ldots, g'_{z_{n-1}}(x-x_{n-2})) \times$$

$$\times \int\limits_0^{z_{n-1}} \frac{\partial}{\partial z_n} K_{n-1}(\vec{x}^n(\vec{z}^n)|\, g'_{z_1}(x-x_0), g'_{z_2}(x-x_1), \ldots, g'_{z_{n-1}}(x-x_{n-2}))^{-1} dz_n =$$

$$= K_{n-1}(\vec{x}^{n-1}(\vec{z}^{n-1})|\, g'_{z_1}(x-x_0), g'_{z_2}(x-x_1), \ldots, g'_{z_{n-1}}(x-x_{n-2})) \times$$

$$\times K_{n-1}\left(\vec{x}^n \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n-2} \\ z_{n-1} \\ z_{n-1} \end{pmatrix} \Bigg|\, g'_{z_1}(x-x_0), g'_{z_2}(x-x_1), \ldots, g'_{z_{n-1}}(x-x_{n-2})\right)^{-1}.$$

Далі:

$$q_{n-1}(\vec{z}^{n-2}, x) = I + K_{n-2}(\vec{x}^{n-2}(\vec{z}^{n-2})|\, g'_{z_1}(x-x_0), g'_{z_2}(x-x_1), \ldots, g'_{z_{n-2}}(x-x_{n-3})) \times$$

$$\times \int\limits_0^{z_{n-2}} K_{n-1}(\vec{x}^{n-1}(\vec{z}^{n-1})|\, g'_{z_1}(x-x_0), g'_{z_2}(x-x_1), \ldots, g'_{z_{n-1}}(x-x_{n-2}))\, dz_n,$$

де замість x_{n-1} покладено x. Отже, маємо

$$Q_n(x) = Q_{n-1}(x), \qquad \text{коли} \qquad x_n = x.$$

Продовжуючи аналогічно, одержуємо

$$Q_n(x) = Q_{n-1}(x) = \cdots = Q_1(x) = F(x_0) + \int\limits_0^1 K_1(\vec{x}^1(z_1)|g_{z_1}(x-x_0))\, dz_1 =$$

$$= F(x_0) + \int\limits_0^1 \frac{\partial}{\partial z_1} F(\vec{x}^1(z_1))\, dz_1 = F(x).$$

Тут у кінці ланцюжка рівностей враховано, що $x_1 = x$. Зауважимо, що при доведенні властивості (7) не потрібно було використовувати умови (2).

Враховуючи доведену теорему 2, маємо такий важливий

Наслідок. *При відповідних умовах гладкості нелінійний оператор* F *можна подати у вигляді*

$$F(x) = F(x_0) + \int_0^1 q_2(z_1, x)^{-1} K_1(\vec{x}^1(\vec{z}^1) |\, g'_{z_1}(x - x_0)) dz_1, \tag{8}$$

де

$$q_2(z_1, x) = I + K_1(\vec{x}^1(\vec{z}^1) |\, g'_{z_1}(x - x_0)) \int_0^{z_1} q_3(\vec{z}^2, x)^{-1} K_2(\vec{x}^2(\vec{z}^2) | g'_{z_1}(x - x_0), g'_{z_2}(x - x_1)) dz_2,$$

$$\ldots$$

$$\begin{aligned} q_n(\vec{z}^{n-1}, x) &= I + K_{n-1}(\vec{x}^{n-1}(\vec{z}^{n-1}) |\, g'_{z_1}(x - x_0), g'_{z_2}(x - x_1), \ldots, g'_{z_{n-1}}(x - x_{n-2})) \times \\ &\times \int_0^{z_{n-1}} q^R_{n+1}(\vec{z}^n, x) K_n(\vec{x}^n(\vec{z}^n) |\, g'_{z_1}(x - x_0), g'_{z_2}(x - x_1), \ldots, g'_{z_n}(x - x_{n-1})) dz_n, \\ q^R_{n+1}(\vec{z}^n, x) &= I + K_n(\vec{x}^n(\vec{z}^n) | g'_{z_1}(x - x_0), g'_{z_2}(x - x_1), \ldots, g'_{z_n}(x - x_{n-1})) \times \\ &\times \int_0^{z_n} K_{n+1}(\vec{x}^n(\vec{z}^n) + g_{z_{n+1}}(x - x_n) | g'_{z_1}(x - x_0), g'_{z_2}(x - x_1), \ldots \\ &\qquad \ldots, g'_{z_n}(x - x_{n-1}), g'_{z_n+1}(x - x_n)) dz_n = \\ &= I + K_n(\vec{x}^n(\vec{z}^n) |\, g'_{z_1}(x - x_0), g'_{z_2}(x - x_1), \ldots, g'_{z_n}(x - x_{n-1})) \times \\ &\qquad \times \int_0^{z_n} \frac{\partial}{\partial z_{n+1}} K_n(\vec{x}^n(\vec{z}^n) + g_{z_{n+1}}(x - x_n) |\, g'_{z_1}(x - x_0), g'_{z_2}(x - x_1), \ldots \\ &\qquad \ldots, g'_{z_n}(x - x_{n-1}))^{-1} dz_n, \end{aligned} \tag{9}$$

за умови його існування.

Доведення. Підставивши в останні формули замість x континуальний вузол (1) і врахувавши, згідно з (2), що $d_{z_i} g_{z_i}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_{i-1}) = 0$, $\xi_i \leqslant z_i \leqslant z_{i-1}$, одержимо

$$F(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n)) = F(x_0) + \int_0^{\xi_1} q_2(z_1, \vec{x}^n(\vec{\xi}^n))^{-1} K_1(\vec{x}^1(\vec{z}^1) |\, g'_{z_1}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_0)) dz_1,$$

$$q_2(z_1, \vec{x}^n(\vec{\xi}^n)) = I + K_1(\vec{x}^1(\vec{z}^1) |\, g'_{z_1}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_0)) \times$$

$$\times \int_0^{\xi_2} q_3(\vec{z}^2, \vec{x}^n(\vec{\xi}^n))^{-1} K_2(\vec{x}^2(\vec{z}^2) |\, g'_{z_1}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_0), g'_{z_2}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_1)) dz_2,$$

$$\ldots$$

$$q_n(\vec{z}^{n-1}, \vec{x}^n(\vec{\xi}^n)) = I + K_{n-1}(\vec{x}^{n-1}(\vec{z}^{n-1})|\, g'_{z_1}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_0), g'_{z_2}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_1), \ldots$$

$$\ldots, g'_{z_{n-1}}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_{n-2})) \int\limits_0^{\xi_n} q^R_{n+1}(\vec{z}^n, \vec{x}^n(\vec{\xi}^n)) \times$$

$$\times K_n(\vec{x}^n(\vec{z}^n)|\, g'_{z_1}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_0), g'_{z_2}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_1), \ldots, g'_{z_n}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_{n-1}))dz_n,$$

$$q^R_{n+1}(\vec{z}^n, \vec{x}^n(\vec{\xi}^n)) = I + K_n(\vec{x}^n(\vec{z}^n)|\, g'_{z_1}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_0), g'_{z_2}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_1), \ldots$$

$$\ldots, g'_{z_n}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_{n-1})) \int\limits_0^{z_n} K_{n+1}(\vec{x}^n(\vec{z}^n) + g_{z_{n+1}}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_n)|\, g'_{z_1}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_0),$$

$$g'_{z_2}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_1), \ldots, g'_{z_n}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_{n-1}), g'_{z_{n+1}}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_n))dz_n =$$

$$= I + K_n(\vec{x}^n(\vec{z}^n)|\, g'_{z_1}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_0), g'_{z_2}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_1), \ldots, g'_{z_n}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_{n-1})) \times$$

$$\times \int\limits_0^{z_n} \frac{\partial}{\partial z_{n+1}} K_n(\vec{x}^n(\vec{z}^n) + g_{z_{n+1}}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_n)|\, g'_{z_1}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_0), g'_{z_2}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_1)\ldots$$

$$\ldots, g'_{z_n}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_{n-1}))^{-1} dz_n = I.$$

Тут було враховано, що, коли

$$z_{n+1} \leqslant z_n \leqslant \xi_n \leqslant \xi_{n-1} \leqslant \cdots \leqslant \xi_1 \leqslant 1,$$

маємо

$$g_{z_{n+1}} g_{\xi_i} = g_{z_{n+1}}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n,$$

і, отже,

$$g_{z_{n+1}}(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n) - x_n) = g_{z_{n+1}}\left(x_0 + \sum_{i=1}^{n} g_{\xi_i}(x_i - x_{i-1}) - x_n\right) =$$

$$= g_{z_{n+1}}\left(x_0 + \sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{i-1}) - x_n\right) = g_{z_{n+1}}(0) = 0.$$

Отже, ми одержали

$$F(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n)) = Q_n(\vec{x}^n(\vec{\xi}^n)),$$

що і треба було довести.

Таким чином, у роботі для нелінійних операторів, визначених у лінійних топологічних просторах, областю значень яких є деяка алгебра з одиницею, побудовано інтерполяційний на континуальній множині вузлів інтегральний ланцюговий дріб. Разом з тим формули (8), (9) дають зображення нелінійного оператора у вигляді інтерполяційного інтегрального ланцюгового дробу із залишковим членом подібно до поліноміальних інтерполяційних формул для функціоналів та операторів [6].

1. *Сявавко М. С.* Інтегральні ланцюгові дроби. – Київ: Наук. думка, 1994. – 205 с.
2. *Михальчук Б. Р.* Інтерполяція нелінійних функціоналів за допомогою інтегральних ланцюгових дробів // Укр. мат. журн. – 1999. – **51**, № 3. – С. 364–375.
3. *Макаров В. Л., Хлобыстов В. В., Михальчук Б. Р.* Інтерполяційні інтегральні ланцюгові дроби // Там же. – 2003. – **55**, № 4. – С. 479–488.
4. *Ахиезер Н. И., Глазман И. М.* Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. – Москва: Наука, 1966. – 534 с.
5. *Макаров В. Л., Хлобистов В. В., Демків І. І.* Про континуальні вузли інтерполяції формул типу Ньютона та Ерміта в лінійних топологічних просторах // Доп. НАН України. – 2007. – № 12. – С. 22–27.
6. *Макаров В. Л., Хлобыстов В. В., Янович Л. А.* Интерполирование операторов. – Киев: Наук. думка, 2000. – 406 с.

Інститут математики НАН України, Київ
Національний університет "Львівська політехніка"

Надійшло до редакції 12.06.2007

УДК 517.10

Академик НАН Украины **А. М. Самойленко, А. Н. Ронто**

О сингулярной двухточечной задаче для линейного функционально-дифференциального уравнения

We give new conditions sufficient for the unique solvability of a singular mixed-type two-point boundary-value problem for systems of linear functional differential equations of the second order.

В работе рассматривается система линейных функционально-дифференциальных уравнений второго порядка

$$u_k''(t) = (l_k u)(t) + f_k(t), \qquad t \in [a,b], \qquad k = 1,2,\ldots,n, \tag{1}$$

для которой указываются признаки однозначной разрешимости двухточечной краевой задачи

$$u_k(a) = c_{0k}, \qquad k = 1,2,\ldots,n, \tag{2}$$

$$u_k'(\tau) = c_{1k}, \qquad k = 1,2,\ldots,n. \tag{3}$$

Здесь $-\infty < a < b < +\infty$, $\tau \in [a,b]$, $\{c_{0k}, c_{1k} \mid k = 1,2,\ldots,n\} \subset \mathbb{R}$, функции f_k, $k = 1,2,\ldots,n$, локально интегрируемы по Лебегу и удовлетворяют некоторым дополнительным условиям, а $l = (l_k)_{k=1}^n \colon C([a,b],\mathbb{R}^n) \to L_{1;\mathrm{loc}}((a,b),\mathbb{R}^n)$ — линейный оператор, преобразующий $C([a,b],\mathbb{R}^n)$ в некоторый класс функций, более широкий, чем $L_1([a,b],\mathbb{R}^n)$, и более узкий, чем $L_{1;\mathrm{loc}}((a,b),\mathbb{R}^n)$. Постановка (1) включает в себя, в частности, дифференциальную систему с отклоняющимся аргументом

$$u_k''(t) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_{ikj}(t) u_j(\omega_{ikj}(t)) + f_k(t), \qquad t \in [a,b], \qquad k = 1,2,\ldots,n, \tag{4}$$