1. *Згуровский М. З., Мельник В. С., Новиков А. Н.* Прикладные методы анализа и управления нелинейными процессами и полями. – Киев: Наук. думка, 2004. – 590 с.
2. *Иваненко В. И., Мельник В. С.* Вариационные методы в задачах управления для систем с распределенными параметрами. – Киев: Наук. думка, 1988. – 324 с.
3. *Касьянов П. О.* Метод Фаедо–Гальоркiна для одного класу диференцiально-операторних включень // Доп. НАН України. – 2005. – № 9. – С. 20–24.
4. *Касьянов П. О., Мельник В. С.* Метод Фаедо–Гальоркiна для диференцiально-операторних включень в банахових просторах з вiдображеннями w_{λ_0}-псевдомонотонного типу // Зб. праць Iн-ту математики НАН України. – 2005. – **2**, № 1. – С. 103–126.
5. *Мельник В. С.* Топологические методы в теории операторных включений в банаховых пространствах // Укр. мат. журн. – 2006. – **58**, № 2. – С. 184–194; № 4. – С. 573–595.
6. *Гаевский Х., Грегер К., Захариас К.* Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения. – Москва: Мир, 1978. – 337 с.
7. *Лионс Ж.-Л.* Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – Москва: Мир, 1972. – 587 с.
8. *Обен Ж.-П., Экланд И.* Прикладной нелинейный анализ. – Москва: Мир, 1988. – 512 с.
9. *Задоянчук Н. В., Касьянов П. О.* Метод Фаедо–Гальоркiна для нелiнiйних еволюцiйних рiвнянь II порядку з операторами Вольтерра // Нелiнiйнi коливання. – 2007. – № 2. – С. 204–228.
10. *Красносельский М. А.* Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений. – Москва: Гостехиздат, 1956. – 393 с.

Київський нацiональний унiверситет iм. Тараса Шевченка

Надiйшло до редакцiї 06.06.2007

УДК 517.95

О. Є. Коркуна, С. П. Лавренюк

Мiшана задача для одного нелiнiйного рiвняння типу Ейдельмана в необмеженiй областi

(Представлено членом-кореспондентом НАН України Б. Й. Пташником)

We consider a boundary-value problem for the equation

$$u_t + \sum_{i,j=1}^{k} (a_{ij}(z,t)|u_{x_i x_j}|^{p-2} u_{x_i x_j})_{x_i x_j} - \sum_{i,j=1}^{n} (b_{ij}(z,t) u_{z_i})_{z_j} + c(z,t)|u|^{r-2}u = f(z,t).$$

The conditions of the existence and uniqueness of a generalized solution without any restriction at infinity are obtained.

У 1960 р. С. Д. Ейдельман [1] розглянув узагальнення параболiчних за Петровським систем, ввiвши термiн “$2\vec{b}$ — параболiчнi системи”. У цих системах диференцiюванню за рiзними просторовими змiнними надають рiзної ваги по вiдношенню до диференцiювання за змiнною t. З того часу було достатньо повно розроблено теорiю задачi Кошi для лiнiйних систем вказаного типу (див. [2–12]).

Мета цiєї роботи — дослiдити задачу Кошi для нелiнiйного диференцiального рiвняння з похiдною першого порядку за часовою змiнною, в якому за групою просторових змiнних присутній диференціальний оператор четвертого порядку, а іншою групою — другого порядку. Одержано умови існування та єдиності узагальненого розв'язку незалежно від його поведінки на нескінченності.

Нехай $D_x \subset \mathbb{R}^k$ і $D_y \subset \mathbb{R}^m$ — необмежені області, причому $\partial D_x \in C^1$ і $\partial D_y \in C^1$. Позначимо $\Omega = D_x \times D_y$, $Q_\tau = \Omega \times (0, \tau)$, $S_\tau = \partial\Omega \times (0, \tau)$, де $\tau \in (0, T]$, $T < \infty$.

В області Q_T розглянемо рівняння

$$A(u) \equiv u_t + \sum_{i,j=1}^{k} (a_{ij}(z,t)|u_{x_i x_j}|^{p-2} u_{x_i x_j})_{x_i x_j} - \sum_{i,j=1}^{n} (b_{ij}(z,t) u_{z_i})_{z_j} + \\ + c(z,t)|u|^{r-2} u = f(z,t) \tag{1}$$

з крайовими умовами

$$u\big|_{S_T} = 0, \qquad \frac{\partial u}{\partial \nu}\bigg|_{\partial D_x \times D_y \times (0,T)} = 0 \tag{2}$$

і початковою умовою

$$u(z, 0) = u_0(z), \tag{3}$$

де $z = (x, y) \in \mathbb{R}^n$, $x \in \mathbb{R}^k$, $y \in \mathbb{R}^m$, $n = k + m$, ν — зовнішня нормаль до $\partial D_x \times D_y \times (0, T)$.

Говоритимемо, що для дійснозначних коефіцієнтів (1) виконуються умови (A), (B), (C), якщо:

(A) $a_{ij}, a_{ijt} \in L^\infty(Q_T)$, $a_{ij}(z,t) \geqslant a_0 > 0$ майже для всіх $(z,t) \in Q_T$, $i, j \in \{1, \ldots, k\}$;

(B) $b_{ij}, b_{ijt} \in L^\infty(Q_T)$, $i, j \in \{1, \ldots, n\}$;

$$\sum_{i,j=1}^{n} b_{ij}(z,t)\xi_i\xi_j \geqslant b_0|\xi|^2, \quad b_0 > 0 \quad \forall \xi \in \mathbb{R}^n \text{ і для майже всіх } (z,t) \in Q_T;$$

(C) $c, c_t \in L^\infty(Q_T)$; $c(z,t) \geqslant c_0 > 0$ майже для всіх $(z,t) \in Q_T$.

Нехай $B_R^k = \{x \in \mathbb{R}^k \colon |x| < R\}$, $B_R^m = \{y \in \mathbb{R}^m \colon |y| < R\}$, де $R > 1$, $R \in \mathbb{R}$. Для спрощення викладу припускатимемо, що для всіх $R > 1$ множини $D_x^R = D_x \bigcap B_R^k$, $D_y^R = D_y \bigcap B_R^m$ є областями, регулярними в сенсі Кальдерона [13, с. 45]. Позначимо $\Omega^R = D_x^R \times D_y^R$, $Q_\tau^R = \Omega^R \times (0, \tau)$, $\tau \in (0, T]$, $0 < T < \infty$.

Введемо простір

$$V_0(\Omega^R) = \left\{u \colon u \in H_0^1(\Omega^R) \bigcap L^r(\Omega^R),\ u_{x_i x_j} \in L^p(\Omega^R),\ i, j \in \{1, \ldots, k\},\ \frac{\partial u}{\partial \nu}\bigg|_{\partial D_x^R \times D_y^R} = 0\right\},$$

де ν — зовнішня нормаль до $\partial\Omega^R$.

Нехай $R > 1$ — довільне фіксоване число. Розглянемо в Q_T^R рівняння

$$A(u) = f^R(z,t) \tag{4}$$

з крайовими умовами

$$u\big|_{\partial\Omega^R\times(0,T)} = 0, \qquad \frac{\partial u}{\partial\nu}\bigg|_{\partial D_x^R\times D_y^R\times(0,T)} = 0 \tag{5}$$

і початковою умовою

$$u(z,0) = u_0^R(z), \qquad z\in\Omega^R. \tag{6}$$

Нехай $\Omega_\tau^R = Q_T^R\bigcap\{t=\tau\}$.

Означення 1. Функцію u, яка задовольняє включення $u\in L^\infty((0,T);V_0(\Omega^R))$, $u_t\in$ $\in L^2(Q_T^R)$ й інтегральну рівність

$$\int\limits_{Q_\tau^R}\Bigg[u_tv + \sum_{i,j=1}^k a_{ij}(z,t)|u_{x_ix_j}|^{p-2}u_{x_ix_j}v_{x_ix_j} + \sum_{i,j=1}^n b_{ij}(z,t)u_{z_i}u_{z_j} + \\ + c(z,t)|u|^{r-2}u - f^R(z,t)v\Bigg]dzdt = 0 \tag{7}$$

для всіх $\tau\in(0,T]$, для всіх функцій $v\in C([0,T];C_0^2(\Omega^R))$ і початкову умову (6), називаємо узагальненим розв'язком задачі (4)–(6).

Теорема 1. *Нехай виконуються умови (A), (B), (C) і, крім того,* $p\in(1,2)$; $r\in(2,+\infty)$; $f^R\in L^2(Q_T^R)$, $u_0^R\in V_0(\Omega^R)$. *Тоді існує узагальнений розв'язок задачі* (4)–(6).

Доведення. Розглянемо послідовність $\{\varphi^s\}$, яка має такі властивості: $\varphi^s\in V_0(\Omega^R)$ для довільного $s\in\mathbb{N}$; функції $\varphi^1,\dots,\varphi^\ell$ — лінійно незалежні для довільного $\ell\in\mathbb{N}$; лінійні комбінації φ^s — щільні в $V_0(\Omega^R)$.

Нехай

$$u^N(z,t) = \sum_{s=1}^N c_s^N(t)\varphi^s(z), \qquad N\in\mathbb{N},$$

де $c_1^N,\dots,c_N^N$ — розв'язок такої задачі Коші:

$$\int\limits_{\Omega_t^R}\Bigg[u_t^N\varphi^s + \sum_{i,j=1}^k a_{ij}(z,t)|u^N_{x_ix_j}|^{p-2}u^N_{x_ix_j}\varphi^s_{x_ix_j} + \sum_{i,j=1}^n b_{ij}(z,t)u^N_{z_i}\varphi^s_{z_j} + \\ + c(z,t)|u^N|^{r-2}u^N\varphi^s - f^R(z,t)\varphi^s\Bigg]dz = 0, \qquad t\in[0,T], \tag{8}$$

$$c_N^s(0) = u_{0,s}^{R,N}, \qquad s=1,\dots,N, \tag{9}$$

$$u_0^{R,N}(z) = \sum_{s=1}^N u_{0,s}^{R,N}\varphi^s(z), \qquad \|u_0^{R,N}-u_0^R\|_{V_0(\Omega^R)}\to 0 \quad \text{при} \quad N\to\infty.$$

Зазначимо, що на підставі теореми Каратеодорі [14, с. 54] існує абсолютно неперервний розв'язок задачі (8), (9), визначений на деякому проміжку $[0,t_N]$, $t_N\in(0,T]$. З оцінок, одержаних нижче, випливатиме, що $t_N = T$. Помноживши рівність (8) відповідно на c_s^N, додавши їх, проінтегрувавши за проміжком $[0, \tau]$, $\tau \in (0, T]$ та врахувавши умови (A), (B), (C), легко одержати оцінку

$$\int\limits_{\Omega_\tau^R} |u^N|^2 dz + \int\limits_{Q_T^R} \left[\sum_{i,j=1}^{k} |u_{x_i x_j}^N|^p + \sum_{i=1}^{n} |u_{z_i}^N|^2 + |u^N|^r \right] dzdt \leqslant$$

$$\leqslant M_1 \left[\int\limits_{\Omega_0^R} |u_0^R|^2 dz + \int\limits_{Q_T^R} |f^R(z,t)|^2 dzdt \right], \qquad \tau \in [0, T], \tag{10}$$

де стала M_1 не залежить від N і R.

Помножимо тепер кожне рівняння (8) на функцію $c_{st}^N e^{-\mu t}$, $\mu > 0$, підсумуємо їх за s від 1 до N і проінтегруємо за проміжком $[0, T]$, $\tau \in (0, T]$. Тоді одержимо рівність

$$\int\limits_{Q_\tau^R} \left[|u_t^N|^2 + \sum_{i,j=1}^{k} a_{ij}(z,t) |u_{x_i x_j}^N|^{p-2} u_{x_i x_j}^N u_{x_i x_j t}^N + \sum_{i,j=1}^{n} b_{ij}(z,t) u_{z_i}^N u_{z_j t}^N + \right.$$

$$\left. + c(z,t)|u^N|^{r-2} u^N u_t^N - f^R(z,t) u_t^N \right] e^{-\mu t} dzdt = 0. \tag{11}$$

На підставі умови (A)

$$\mathcal{I}_1 := \int\limits_{Q_\tau^R} e^{-\mu t} \sum_{i,j=1}^{k} a_{ij}(z,t) |u_{x_i x_j}^N|^{p-2} u_{x_i x_j}^N u_{x_i x_j t}^N dzdt \geqslant \frac{a_0}{p} \int\limits_{\Omega_\tau^R} \sum_{i,j=1}^{k} |u_{x_i x_j}^N|^p e^{-\mu t} dz -$$

$$- \frac{a^0}{p} \int\limits_{\Omega_0^R} \sum_{i,j=1}^{k} |u_{0,x_i x_j}^{N,R}|^p dz + \frac{1}{p}(a_0 - \mu a_1) \int\limits_{Q_\tau^R} \sum_{i,j=1}^{k} |u_{x_i x_j}^N|^p e^{-\mu t} dzdt,$$

де $a^0 = \max\limits_{i,j \in \{1,\ldots,k\}} \operatorname*{ess\,sup}\limits_{Q_T} |a_{ij}(z,t)|$, $a_1 = \max\limits_{i,j \in \{1,\ldots,k\}} \operatorname*{ess\,sup}\limits_{Q_T} |a_{ijt}(z,t)|$. Згідно з умовою (B)

$$\mathcal{I}_2 := \int\limits_{Q_\tau^R} \sum_{i,j=1}^{n} b_{ij}(z,t) u_{z_i}^N u_{z_i t}^N e^{-\mu t} \geqslant \frac{b_0}{2} \int\limits_{\Omega_\tau^R} \sum_{i=1}^{n} |u_{z_i}^N|^2 e^{-\mu t} dz - \frac{b^0}{2} \int\limits_{\Omega_0^R} \sum_{i=1}^{n} |u_{0,z_i}^{N,R}|^2 dt +$$

$$+ \frac{1}{2}(b_0 - \mu b_1) \int\limits_{Q_\tau^R} \sum_{i=1}^{n} |u_{z_i}^N|^2 e^{-\mu t} dzdt,$$

де b^0, b_1 — сталі з нерівностей

$$\sum_{i,j=1}^{n} b_{ij}(z,t) \xi_i \xi_j \leqslant b^0 |\xi|^2, \qquad \sum_{i,j=1}^{n} b_{ijt}(z,t) \xi_i \xi_j \leqslant b_1 |\xi|^2,$$

які правильні майже для всіх $z \in \Omega$, всіх $t \in (0, T]$ і для всіх $\xi \in \mathbb{R}^n$.

За умовою (C)

$$\mathcal{I}_3 := \int\limits_{Q_\tau^R} c(z,t)|u^N|u^N u_t^N e^{-\mu t}dzdt \geqslant$$

$$\geqslant \frac{c_0}{2}\int\limits_{\Omega_\tau^R}|u^N|^2 e^{-\mu t}dz - \frac{c^0}{2}\int\limits_{\Omega_0^R}|u_0^{N,R}|^2dz + \frac{1}{2}(c_0-\mu c_1)\int\limits_{Q_\tau^R}|u^N|^2e^{-\mu t}dzdt,$$

де $c^0 = \operatorname*{ess\,sup}\limits_{Q_T} c(z,t)$, $c_1 = \operatorname*{ess\,sup}\limits_{Q_T} c_t(z,t)$. Крім того,

$$\mathcal{I}_4 := \int\limits_{Q_\tau^R} e^{-\mu t} f^R(z,t)u_t^N dzdt \leqslant \frac{1}{2}\int\limits_{Q_\tau^R}(|u_t^N|^2 + |f^R(z,t)|^2)e^{-\mu t}dzdt.$$

Виберемо

$$\mu = \max\left\{1, \frac{c_0}{2\max\{c_1,1\}}, \frac{a_0}{2\max\{1,a_1\}}, \frac{b_0}{2\max\{1,b_1\}}\right\}.$$

Тоді, враховуючи оцінки інтегралів $\mathcal{I}_1,\ldots,\mathcal{I}_4$, з (11) одержимо нерівність

$$\int\limits_{\Omega_\tau^R}\left(|u^N|^2+\sum_{i=1}^n|u_{z_i}^N|^2+\sum_{i,j=1}^n|u_{x_ix_j}^N|^p\right)+\int\limits_{Q_T^R}\left(|u_t^N|^2+|u^N|^r+\sum_{i=1}^n|u_{z_i}^N|^2+\sum_{i,j=1}^k|u_{x_ix_j}^N|^p\right)dzdt \leqslant$$

$$\leqslant M_2\left[\int\limits_{\Omega_0^R}\left(|u_0^{N,R}|^2 + \sum_{i=1}^n|u_{0,z_i}^{N,R}|^2 + \sum_{i,j=1}^k|u_{0,x_ix_j}^{N,R}|^p\right)dz + \int\limits_{Q_T^R}|f^R(z,t)|^2dzdt\right], \tag{12}$$

$\tau \in [0,T]$, де стала M_2 не залежить від N і R.

Крім того, враховуючи (12),

$$\int\limits_{Q_T^R}\left|\sum_{i,j=1}^k a_{ij}(z,t)|u_{x_ix_j}^N|^{p-2}u_{x_ix_j}^N\right|dzdt \leqslant a^0(\operatorname{mes}Q_T^R)^{1/p}\sum_{i,j=1}^k\left(\int\limits_{Q_T^R}|u_{x_ix_j}^N|^2dzdt\right)^{1/p'} \leqslant M_3, \tag{13}$$

$$\int\limits_{Q_T^R}|c(z,t)|u^N|^{r-2}u^N|dzdt \leqslant c^0(\operatorname{mes}Q_T^R)^{1/r}\left(\int\limits_{Q_T^R}|u^N|^2dzdt\right)^{r'} \leqslant M_3, \tag{14}$$

де $p' = p/(p-1)$, $r' = r/(r-1)$, а стала M_3 не залежить від N.

Введемо простір

$$V_{p,r}(Q_T^R) = \left\{u\colon u \in L^r(Q_T^R),\ u_{x_ix_j} \in L^p(Q_T^R),\ i,j \in \{1,\ldots,k\},\ u\big|_{\partial D_x^R\times D_y^R\times(0,T)} = 0,\right.$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial\nu}\bigg|_{\partial D_x^R\times D_y^R\times(0,T)} = 0\right\}.$$

Нехай $A_{p,r}\colon V_{p,r}(Q_T^R) \to (V_{p,r}(Q_T^R))^*$ — оператор, дію якого визначимо формулою

$$\langle A_{p,r}(u), u\rangle = \int\limits_{Q_T^R} \left[\sum_{i,j=1}^{k} a_{ij}(z,t)|u_{x_ix_j}|^{p-2}u_{x_ix_j}u_{x_ix_j} + c(z,t)|u|^{r-2}uv\right]dzdt$$

для довільних функцій u, $v \in V_{p,r}(Q_T^R)$. Тоді з (13), (14) одержимо, що

$$\|A_{p,r}(u^N)\|_{(V_{p,r}(Q_T^R))^*} \leqslant M_4, \tag{15}$$

де M_4 не залежить від N.

На підставі оцінок (12), (15) існує послідовність $\{u^{N_s}\} \subset \{u^N\}$ така, що $u^{N_s} \to u^R$ $*$-слабко в $L^\infty((0,T); V_0(\Omega^R))$, $u_t^{N_s} \to u_t^R$ слабко в $L^2(Q_T^R)$, $A_{p,r}(u^{N_s}) \to \chi^R$ слабко в $(V_{p,r}(Q_T^R))^*$, при $N_s \to \infty$.

Використавши рівності (8), цілком аналогічно як у [15, c. 170] доводимо правильність рівності

$$\int\limits_{Q_T^R} \left[u_t^R v + \sum_{i,j=1}^{n} b_{ij}(z,t)u_{z_i}^R v_{z_j} - f^R(z,t)v\right]dzdt + \langle \chi^R, v\rangle = 0 \tag{16}$$

для довільної функції $v \in V_{p,r}(Q_T^R) \bigcap L^2((0,T); H_0^1(\Omega^R))$, де $\langle\cdot,\cdot\rangle$ позначає значення функціонала з простору $(V_{p,r}(Q_T^R))^*$ на елементах простору $V_{p,r}(Q_T^R)$.

Далі використаємо монотонність оператора $A_{p,r}$. Подібно як у [15, c. 171] доводимо, що $\chi^R = A_{p,r}(u^R)$. Крім того, u^R задовольняє початкову умову (6). Отже, рівність (16) можемо записати у вигляді

$$\int\limits_{Q_\tau^R} \left[u_t^R v + \sum_{i,j=1}^{k} a_{ij}(z,t)|u_{x_ix_j}|^{p-2}u_{x_ix_j}^R v_{x_ix_j} + \sum_{i,j=1}^{n} b_{ij}(z,t)u_{z_i}^R v_{z_j} + \right.$$
$$\left. + c(z,t)|u^R|^{r-2}u^R v - f^R(z,t)v\right]dzdt = 0 \tag{17}$$

для довільного $\tau \in (0,T]$, що й завершує доведення теореми.

Нехай $X(\Omega^R)$ — деякий банахів простір функцій, вимірних на Ω^R. Через $X_{\text{loc}}(\overline{\Omega})$ позначимо множину функцій u таких, що звуження u на Ω^R належить до простору $X(\Omega^R)$ для всіх $R > 1$.

Введемо простори

$$V^p(\Omega^R) = \left\{u\colon u_{x_ix_j} \in L^p(\Omega^R),\ i,j \in \{1,\dots,k\},\ u\big|_{(\partial D_x \cap \partial D_x^R)\times D_y^R} = 0,\right.$$
$$\left.\frac{\partial u}{\partial \nu}\bigg|_{(\partial D_x \cap D_x^R)\times D_y^R} = 0\right\}, \qquad H^{1,0}(\Omega^R) = \{u\colon u \in H^1(\Omega^R),\ u\big|_{\partial\Omega\cap\partial\Omega^R} = 0\}.$$

Означення 2. Функцію u, яка задовольняє включення

$$u \in C([0,T]; L^2_{\text{loc}}(\overline{\Omega})) \bigcap L^2((0,T); H^{1,0}_{\text{loc}}(\overline{\Omega})) \bigcap L^p((0,T); V^p_{\text{loc}}(\overline{\Omega})) \bigcap L^r((0,T); L^r_{\text{loc}}(\overline{\Omega}))$$

й інтегральну рівність

$$\int\limits_{\Omega_\tau} u(z,t)v(z,t)dz + \int\limits_{Q_\tau}\left[-uv_t + \sum_{i,j=1}^{k} a_{ij}(z,t)|u_{x_ix_j}|^{p-2}u_{x_ix_j}v_{z_iz_j} + \right.$$
$$\left. + \sum_{i,j=1}^{n} b_{ij}(z,t)u_{z_i}v_{z_j} + c(z,t)|u|^{r-2}uv\right]dzdt = \int\limits_{\Omega_0} u_0(z)v(z,0)dz + \int\limits_{Q_T} f(z,t)vdzdt \quad (18)$$

для всіх $\tau \in (0,T]$ і для всіх $v \in C^1([0,T];C_0^2(\Omega))$, називаємо узагальненим розв'язком задачі (1)–(3).

Правильна така теорема.

Теорема 2. *Нехай виконуються умови (A), (B), (C) і, крім того,* $p \in (1,2)$, $r \in (2, +\infty)$, $u_0 \in L^2_{\mathrm{loc}}(\overline{\Omega})$, $f \in L^2((0,T);L^2_{\mathrm{loc}}(\overline{\Omega}))$, $n < \min\{2p/(2-p), 2pr/(r-p), 2r/(r-2)\}$. *Тоді задача* (1)–(3) *має единий узагальнений розв'язок.*

1. *Эйдельман С. Д.* Об одном классе параболических систем // Докл. АН СССР. – 1960. – **133**, № 1. – С. 40–43.
2. *Матійчук М. І.* Фундаментальні матриці розв'язків загальних $\vec{2b}$-параболічних і $\vec{2b}$-еліптичних систем, коефіцієнти яких задовольняють інтегральну умову Гельдера // Доп. АН УРСР. – 1964. – № 8. – С. 1010–1013.
3. *Эйдельман С. Д.* Параболические системы. – Москва: Наука, 1964. – 443 с.
4. *Матийчук М. И., Эйдельман С. Д.* О фундаментальных решениях и задаче Коши для параболических систем, коэффициенты которых удовлетворяют условию Дини // Тр. семинара по функц. анализу. – Воронеж, 1967. – Вып. 9. – С. 54–83.
5. *Ивасишен С. Д., Эйдельман С. Д.* $\vec{2b}$-параболические системы // Тр. семинара по функциональному анализу. – Киев: Ин-т математики АН УССР, 1968. – Вып. 1. – С. 3–175, 271–273.
6. *Мартыненко М. Д., Бойко Д. Ф.* $\vec{2b}$-параболические граничные задачи // Дифференц. уравнения. – 1978. – **14**, № 12. – С. 2212–2222.
7. *Ивасишен С. Д.* Интегральное представление и начальные значения решений $\vec{2b}$-параболических систем // Укр. мат. журн. – 1990. – **42**, № 4. – С. 500–506.
8. *Березан Л. П., Івасишен С. Д.* Фундаментальна матриця розв'язків задачі Коші для $\vec{2b}$-параболічних систем з виродженням на початковій гіперплощині // Доп. НАН України. – 1998. – № 12. – С. 7–12.
9. *Березан Л. П., Івасишен С. Д.* Про сильно вироджені на початковій гіперплощині $\vec{2b}$-параболічні системи // Вісн. держ. ун-ту "Львівська політехніка". Прикл. мат. – 1998. – № 337. – С. 73–76.
10. *Матійчук М. І.* Параболічні сингулярні крайові задачі. – Київ: Ін-т математики НАН України, 1999. – 176 с.
11. *Івасишен С. Д., Пасічник Г. С.* Про задачу Коші для $\vec{2b}$-параболічних систем зі зростаючими коефіцієнтами // Укр. мат. журн. – 2000. – **52**, № 11. – С. 1484–1496.
12. *Eidelman S. D., Ivasyshen S. D., Kochubei A. N.* Analytic methods in the theory of differential and pseudo-differential equations of parabolic type. – Basel: Birkhäuser, 2004. – 390 p.
13. *Гаевский Х., Грегер К., Захариас К.* Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения. – Москва: Мир, 1978. – 336 с.
14. *Коддингтон Э. А., Левинсон Н.* Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. – Москва, 1958. – 474 с.
15. *Лионс Ж.-Л.* Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – Москва: Мир, 1972. – 588 с.

Національний лісотехнічний університет України, Львів
Львівський національний університет ім. Івана Франка

Надійшло до редакції 08.05.2007